

УДК 625.032

А.Я. Калиновський, канд. техн. наук, доц., В.Л. Лагутін, Ю.А. Фомініченко

ПОБУДОВА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ПЛОСКИХ ВЕРТИКАЛЬНИХ КОЛИВАНЬ ВІЗКА ДЛЯ ТРАНСПОРТУВАННЯ НЕБЕЗПЕЧНИХ ВАНТАЖІВ

Розглядається побудова математичної моделі плоских вертикальних коливань візка для транспортування небезпечних вантажів, який має двоступеневе ресорне підвішування підвищеної якості.

Ключові слова: транспортування небезпечних вантажів, математична модель, плоскі вертикальні коливання візка.

A.Kalynovskiy, Cand. of Sc. (Eng.), Sen. Lect., V.Lagutin, Yu.Fominichenko

CREATION OF A MATHEMATICAL MODEL FOR FLAT VERTICAL OSCILLATIONS OF A TRUCK FOR DANGEROUS CARGOES SHIPMENT

Creation of a mathematical model for flat vertical oscillations of a truck for dangerous cargoes shipment for that two-stage raised quality spring suspension foreseen is considered.

Keywords: shipment of dangerous cargoes, mathematical model, flat vertical oscillations of the truck.

В арсеналі пожежної та аварійно-рятувальної техніки відсутні малогабаритні несамохідні засоби транспортування небезпечних, зокрема, вибухонебезпечних вантажів.

Для їх перевезення від місця знаходження до пункту утилізації запропоновано створити спеціальний візок (рис. 1),

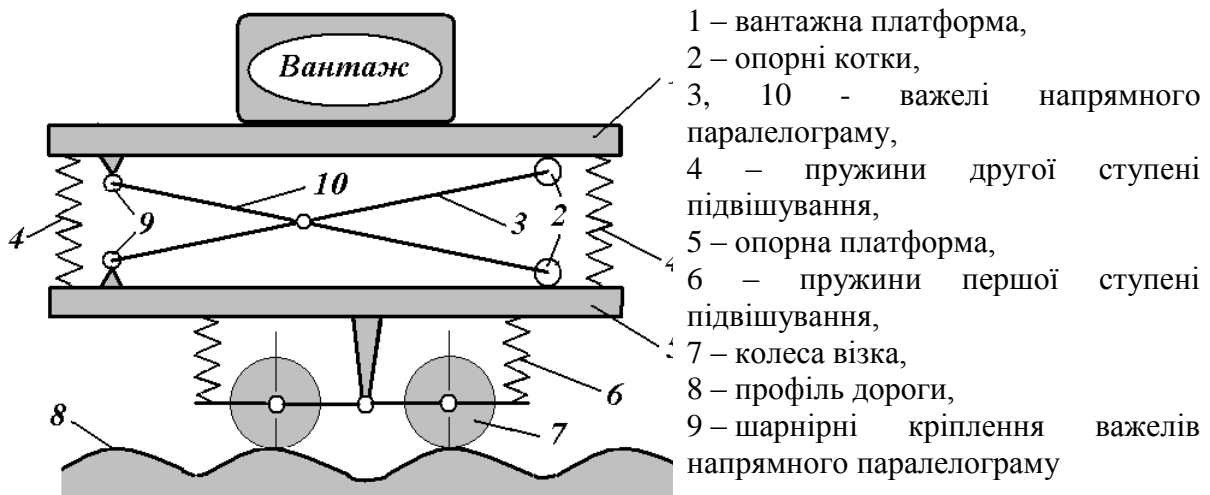


Рисунок 1 – Схема конструкції транспортного засобу для перевезення небезпечних вантажів

ресорне підвішування якого має параметри, що задовольняють умовам безпечного транспортування, а відсутність двигуна і трансмісії обумовлює просту, надійну і, головне, недорогу конструкцію.

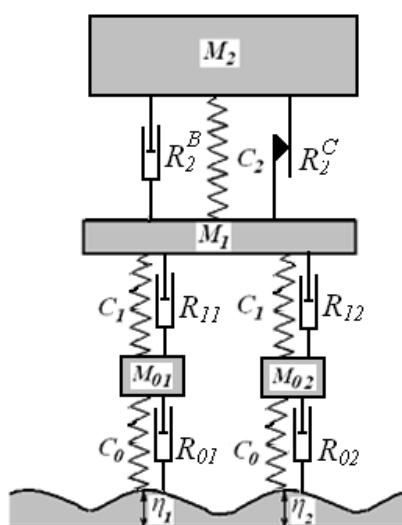
Динамічні якості сучасних транспортних систем обмежені характеристиками ресорного підвішування, які є суттєво недостатніми для транспортування небезпечних

вантажів і проблема покращення яких має бути вирішеною при розрахунках математичної моделі запропонованої конструкції.

Конструкції, принципи складання математичних моделей та методи розрахунку систем ресорного підвішування сучасних транспортних засобів викладені в роботах [1 - 7].

Для перевезення небезпечних вантажів від місця знаходження до пункту утилізації пропонується створити спеціальний несамохідний візок, конструкція якого на відміну від традиційного для автомобілебудування одноступеневого ресорного підвішування має додаткову другу ступінь, динамічні характеристики якої забезпечують умови безпечного транспортування.

Маючи на увазі, що вертикальні коливання мають основний вплив на динамічні властивості транспортної системи доцільно провести їх розрахунок на плоскій моделі (рис. 2).



M_2 – маса вантажної платформи,
 C_2 – жорсткість еквівалентної пружини другої ступені підвішування,
 M_1 – маса опорної платформи,
 C_1 – еквівалентна жорсткість торсіонів першої ступені підвішування,
 M_{01}, M_{02} – маса коліс візка,
 C_0 – еквівалентна жорсткість шини,
 R_{01}, R_{02} – дисипативні сили в шинах,
 R_{11}, R_{12} – дисипативні сили першої ступені ресорного підвішування,
 R_2 – дисипативні сили другої ступені ресорного підвішування,
 η – профіль дороги.

Рисунок 2 – Модель плоских вертикальних коливань транспортного засобу для перевезення небезпечних вантажів

Для побудови відповідної математичної моделі візок розглядається як система чотирьох пружно пов'язаних твердих тіл:

- вантажна платформа разом із приведеною до неї частиною маси другої ступені ресорного підвішування і вантажем, масу яких позначимо M_2 ;
- опорна платформа разом із приведених до неї частинами маси другої та першої ступені ресорного підвішування, масу яких позначимо M_1 ;
- колеса візка, попарну сумарну масу яких позначимо M_0 .

При складанні математичної моделі використовуємо абсолютну і локальні системи координат.

Нерухома абсолютна система координат (рис. 3) розташована на початку траєкторії, де знаходився центр мас вантажної платформи при відсутності вимушеного руху.

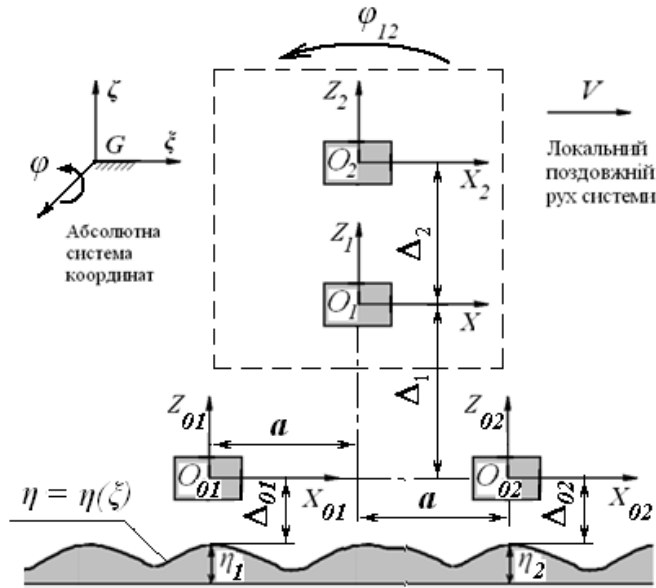


Рисунок 3 – Абсолютна і локальні системи координат

Локальні системи координат XOZ (з індексами) пов’язані з центрами мас відповідних твердих тіл, відповідають їх коливанням відносно положень статичної рівноваги і рухаються відносно абсолютної системи координат з постійною швидкістю V .

Таким чином, вертикальні плоскі коливання досліджуваної механічної системи визначається наступними координатами:

- вертикальне переміщення вантажної платформи – Z_2 ;
- вертикальне переміщення опорної платформи – Z_1 ;
- загальний кут повороту системи (M_1+M_2) в поздовжній площині;
- вертикальні переміщення коліс візка – $Z_{\theta 1}$ та $Z_{\theta 2}$.

Поздовжній рух системи визначається рівнянням

$$X_{\theta 1} = X_{\theta 2} = X_1 = X_2 = X = Vt, \tag{1}$$

де: t – час,

V – швидкість руху.

В першій ступені ресорного підвішування запропонованого транспортного засобу прийнята традиційна для автомобілебудування незалежна торсіонна підвіска кожного із чотирьох коліс візка. Попарну сумарну жорсткість торсіонів позначимо C_1 .

Другу ступінь ресорного підвішування (разом із коректором жорсткості) моделюємо пружним елементом, спеціально визначену приведену жорсткість якого позначимо $C_2=f(D_2)$.

Попарну сумарну жорсткість шин позначимо C_0 .

Зважаючи на значно більшу у порівнянні із гумовими шинами жорсткість поверхні дороги в якості збудника вимушених коливань візка приймаємо абсолютно жорсткій геометричний профіль заданої конфігурації $\eta=\eta(j)$.

Дисипативні сили, які діють в шинах візка моделюємо в’язким тертям

$$R_{\theta 1} = k_0 \dot{\Delta}_{\theta 1}, \quad R_{\theta 2} = k_0 \dot{\Delta}_{\theta 2}. \tag{2}$$

Дисипативні сили, які діють в першій ступені ресорного підвішування візка також моделюємо в’язким тертям

$$R_{11} = k_1 \dot{\Delta}_{11}, \quad R_{12} = k_1 \dot{\Delta}_{12}. \quad (3)$$

Для проведення математичного експерименту з визначення найбільш ефективного виду демпфірування вимушених коливань вантажної платформи дисипативні сили, які діють в другій ступені ресорного підвішування візка моделюємо варіантами:

з в'язким

$$R_2^B = k_2 \dot{\Delta}_2, \quad (4)$$

або з сухим тертям

$$R_2^C = R \cdot \dot{\Delta}_2 |\dot{\Delta}_2|^{-1}, \quad (5)$$

де: k_0 , k_1 та k_2 – коефіцієнти в'язкого тертя, R – сила сухого тертя (Кулонова сила), $\dot{\Delta}$ – відповідні відносні швидкості.

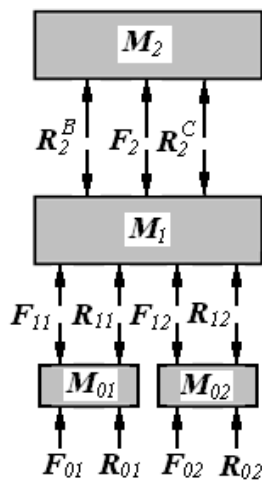
Для складання математичної моделі застосовуються наступні групи рівнянь:

рівняння кінестатики для елементів механічної системи;

геометричні залежності, які визначають положення і відносні переміщення елементів механічної системи;

отримані аналітично або експериментально характеристики пружних елементів механічної системи.

Диференційні рівняння коливальних процесів руху візка складаються з урахуванням вищевказаного із використанням загальних положень динаміки згідно з розподілом пружних та дисипативних сил в чотирьохмасовій моделі (рис.4).



M_2 – маса вантажної платформи,
 F_2 – сила пружності другої ступені підвішування,
 M_1 – маса опорної платформи,
 F_{11}, F_{12} – сили пружності в першій ступені підвішування,
 M_{01}, M_{02} – маса коліс візка,
 F_{01}, F_{02} – сили пружності шин,
 R_{01}, R_{02} – дисипативні сили в шинах,
 R_{11}, R_{12} – дисипативні сили в першій ступені ресорного підвішування,
 R_2^B, R_2^C – в'язкі та кулонові дисипативні сили в другій ступені ресорного підвішування.

Рис. 4 – Сили, які діють на складові елементи механічної моделі візка

Для коліс візка

$$M_{01} \ddot{Z}_{01} = F_{01} - F_{11} + R_{01} - R_{11}, \quad M_{02} \ddot{Z}_{02} = F_{02} - F_{12} + R_{02} - R_{12}, \quad (6)$$

де: $F_{01}, F_{11}, F_{02}, F_{12}$ – сили, які діють в пружних елементах дорівнюють

$$F_{01} = C_0 \Delta_{01}, \quad F_{11} = C_1 \Delta_{11}, \quad F_{02} = C_0 \Delta_{02}, \quad F_{12} = C_1 \Delta_{12}, \quad (7)$$

де: $\Delta_{01}, \Delta_{11}, \Delta_{02}, \Delta_{12}$ – деформації пружних елементів становлять

$$\Delta_{01} = \eta_1 - Z_{01}, \quad \Delta_{11} = Z_{01} - Z_1 + \varphi_{12} a,$$

$$\Delta_{02} = \eta_2 - Z_{02}, \quad \Delta_{12} = Z_{02} - Z_1 - \varphi_{12}a. \quad (8)$$

Для опорної платформи

$$M_1 \ddot{Z}_1 = F_{11} + F_{12} - F_2 + R_{11} + R_{12} - R_2^B - R_2^C, \quad (9)$$

де: F_2 - сила, яка діє в пружних елементах другої ступені дорівнює

$$F_2 = C_2 \Delta_2, \quad (10)$$

Δ_2 - деформація пружних елементів другої ступені становить

$$\Delta_2 = Z_1 - Z_2. \quad (11)$$

Для вантажної платформи

$$M_2 \ddot{Z}_2 = F_2 + R_2^B + R_2^C. \quad (12)$$

Для кутового переміщення вантажної та опорної платформ

$$I_{12} \ddot{\varphi}_{12} = -F_{11}a + F_{12}a - R_{11}a + R_{12}a, \quad (13)$$

де: I_{12} - приведений момент інерції вантажної та опорної платформ, a - колісна база візка.

Після відповідних перетворень диференціальні рівняння математичної моделі плоских вертикальних коливань візка мають вид

$$M_0 \ddot{Z}_{01} + \mathbf{C}_0 + k_1 \ddot{Z}_{01} + \mathbf{C}_0 + C_1 \ddot{Z}_{01} - \quad (14)$$

$$- k_1 \dot{Z}_1 - C_1 Z_1 + k_1 a \dot{\varphi}_{12} + C_1 a \varphi_{12} - k_0 \dot{\eta}_1 - C_0 \eta_1 = 0,$$

$$M_0 \ddot{Z}_{02} + \mathbf{C}_0 + k_1 \ddot{Z}_{02} + \mathbf{C}_0 + C_1 \ddot{Z}_{02} - \quad (15)$$

$$- k_1 \dot{Z}_1 - C_1 Z_1 - k_1 a \dot{\varphi}_{12} - C_1 a \varphi_{12} - k_0 \dot{\eta}_2 - C_0 \eta_2 = 0,$$

$$M_1 \ddot{Z}_1 + \mathbf{C}k_1 + k_2 \ddot{Z}_1 + R \dot{Z}_1 |\dot{Z}_1|^{-1} + \mathbf{C}C_1 + C_2 \ddot{Z}_1 - k_1 \dot{Z}_{01} - \quad (16)$$

$$- C_1 Z_{01} - k_1 \dot{Z}_{02} - C_1 Z_{02} - k_2 \dot{Z}_2 - R \dot{Z}_2 |\dot{Z}_2|^{-1} - C_2 Z_2 = 0,$$

$$M_2 \ddot{Z}_2 + k_2 \dot{Z}_2 + R \dot{Z}_2 |\dot{Z}_2|^{-1} + C_2 Z_2 - k_2 \dot{Z}_1 - R \dot{Z}_1 |\dot{Z}_1|^{-1} - C_2 Z_1 = 0, \quad (17)$$

$$I_{12} \ddot{\varphi}_{12} + 2k_1 a^2 \dot{\varphi}_{12} + 2C_1 a^2 \varphi_{12} + k_1 a \dot{Z}_{01} + C_1 a Z_{01} - k_1 a \dot{Z}_{02} - C_1 a Z_{02} = 0. \quad (18)$$

Висновки. Наведена вище математична модель (14 - 17) плоских вертикальних коливань візка для транспортування небезпечних вантажів, який має двоступеневе ресорне підвішування підвищеної якості, складається із п'яти нелінійних диференціальних рівнянь другого порядку, що визначають параметри вимушеного руху цієї системи в процесі коливань, котрі спричиняються геометричними нерівностями абсолютно жорсткого профілю дороги заданої конфігурації $\eta = \eta(j)$ і враховують спеціально визначену приведену жорсткість $C_2 = f(D_2)$ другої ступені ресорного підвішування.

Використання запропонованої моделі дозволить розробити конструкцію спеціального візка з другою ступеню ресорного підвішування із застосуванням коректора жорсткості, що є перспективним напрямом підвищення безпечності транспортування небезпечних спеціальних вантажів.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Алабужев П.М. и др. К разработке и исследованию виброзащитной системы с регулируемой жесткостью // Вопросы динамики механических систем виброударного действия. Новосибирск, 1980. – С. 8 –13.
2. Андронов А. А., Витт А. А. Теория колебаний. М: Физматгиз, 1959. – 915 с.
3. Болотин В.В. Случайные колебания упругих систем. – М.: Наука, 1979. – 336 с.
4. Гуляев В.И. и др. Прикладные задачи теории нелинейных колебательных систем. М.: Высшая школа, 1989. – 383 с.
5. Основной курс теоретической механики (часть первая) Н. Н. Бухгольц. – М.: изд-во «Наука», гл. ред. физ. – мат. литературы, 1972. – 468 с.
6. Лазарян В.А. Некоторые современные проблемы динамики транспортных средств. В кн.: Нагруженность, прочность, устойчивость движения механических систем. – К.: Наук. думка, 1980. С. 3 – 43.
7. Калиновський А.Я. До питання вибору конструкції другої ступені ресорного підвішування несамохідного візка для транспортування небезпечних вантажів / Калиновський А.Я., Соколовський С.А., Ларін О.М., С.А. Чернобай Г.О. // Науковий вісник Українського науково-дослідного інституту пожежної безпеки. – Київ, 2012. - №1 (25) - с. 165 - 167.

