УДК: 539.12

Е.М. Овсиюк[1], О.В. Веко[1], К.В. Казмерчук[1], А.И. Шелест[2]
[1]Мозырский государственный педагогический университет им. И.П. Шамякина,
ул. Студенческая, 28, 247760, Мозырь, Беларусь
e-mail: e.ovsiyuk@mail.ru, vekoolga@mail.ru, kristinash2@mail.ru
[2]Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина,
бульвар Космонавтов, 21, 224016, Брест, Беларусь
e-mail: afanasie@tut.by

КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА ЧАСТИЦЫ СО СПИНОМ 1 В ПОТЕНЦИАЛЕ МАГНИТНОГО МОНОПОЛЯ, НЕРЕЛЯТИВИСТСКОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

Квантово-механическая частица со спином 1 исследуется в поле магнитного заряда в нерелятивистском приближении. После разделения переменных задача сводится к системе зацепляющихся дифференциальных уравнений второго порядка для трех радиальных функций. С помощью специального линейного преобразования система радиальных уравнений разделяется и задача сводится к исследованию трех уравнений одинаковой структуры, каждое из которых содержит в качестве параметра свой корень A_k $(k=1,\ 2,\ 3)$ кубического уравнения, возникающего при решении задачи приведения к диагональному виду смешивающей матрицы в системе уравнений. Анализ допускает обобщение на случаи присутствия сферически-симметричных потенциальных полей, в частности, кулоновского и осцилляторного.

Ключевые слова: магнитный монополь, уравнение Даффина–Кеммера, нерелятивистское приближение.

Введение: формализм Даффина–Кеммера

Используя тетрадный формализм Даффина–Кеммера, рассмотрим задачу о векторной частице в поле дираковского монополя [1]. Исходное уравнение в сферической тетраде имеет следующий вид [2]:

$$\left[i\,\beta^0\partial_t + i\left(\beta^3\,\partial_r + \frac{1}{r}(\beta^1\ j^{31} + \beta^2\ j^{32})\right) + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{r}\Sigma^k_{\theta,\phi} - M \right]\Phi(x) = 0\,,$$

$$\Sigma^k_{\theta,\phi} = i\,\beta^1\,\partial_\theta + \beta^2\,\frac{i\,\partial_\phi + (i\ j^{12} - k)\cos\theta}{\sin\theta}\,, \quad (1)$$

где $k = eg/\hbar c$ – квантующийся согласно Дираку [1] параметр $|k| = 1/2,\ 1,\ 3/2,\ 2,\ ...$

Разделение переменных

Компоненты сохраняющегося момента [1] задаются в этом базисе формулами [2]:

$$J^k_1 = l_1 + \frac{\cos\phi}{\sin\theta}(iJ^{12} - \kappa)\,,$$
$$J^k_2 = l_2 + \frac{\sin\phi}{\sin\theta}(iJ^{12} - \kappa)\,,$$
$$J^k_3 = l_3\,. \quad (2a)$$

Волновая функция с квантовыми числами $(\varepsilon,\ j, m)$ строится в виде [2]:

$$\Phi_{\varepsilon jm}(x) = e^{-i\varepsilon t}[\ f_1(r)D_k,\ f_2(r)D_{k-1},\ f_3(r)D_\kappa,$$
$$f_4(r)\ D_{k+1},\ f_5(r)\ D_{k-1},\ f_6(r)\ D_k,\ f_7(r)\ D_{k+1},$$
$$f_8(r)\ D_{k-1},\ f_9(r)\ D_k,\ f_{10}(r)\ D_{k+1}], \quad (2b)$$

где $D^j_{-m,\sigma}(\phi,\theta,0)$ – функции Вигнера. Квантовому числу j разрешено принимать значения:

$$k = \pm 1/2\,, \quad j = |k|, |k|+1, \ldots;$$
$$k = \pm 1, \pm 3/2, \ldots, \quad j = |k|-1, |k|, |k|+1, \ldots$$

При нахождении уравнений для радиальных функций $f_1, \ldots, f_{10}$ предстоит воспользоваться соотношениями [3]:

$$\partial_\theta\, D_{k-1} = a\, D_{\kappa-2} - c\, D_k\,,$$
$$\frac{-m-(k-1)\cos\theta}{\sin\theta}\, D_{k-1} = -a\, D_{k-2} - c\, D_k\,,$$
$$\partial_\theta\, D_k = (c\, D_{\kappa-1} - d\, D_{k+1})\,,$$
$$\frac{-m-k\cos\theta}{\sin\theta}\, D_k = -c\, D_{\kappa-1} - d\, D_{k+1}\,,$$
$$\partial_\theta\, D_{k+1} = (d\, D_k - b\, D_{k+2})\,,$$
$$\frac{-m-(k+1)\cos\theta}{\sin\theta}\, D_{k+1} = -d\, D_k - b\, D_{k+2}\,,$$
$$a = \frac{1}{2}\sqrt{(j+k-1)(j-k+2)}\,,$$
$$b = \frac{1}{2}\sqrt{(j-k-1)(j+k+2)}\,,$$
$$c = \frac{1}{2}\sqrt{(j+k)(j-k+1)}\,,$$
$$d = \frac{1}{2}\sqrt{(j-k)(j+k+1)}\,.$$

Среди радиальных уравнений выделим четыре, с помощью которых можно исключить нединамические переменные:

$$-(\frac{d}{dr}+\frac{2}{r})\; f_6 - \frac{\sqrt{2}}{r}(c\; f_5 + d\; f_7) = M\; f_1\,,$$
$$-i(\frac{d}{dr}+\frac{1}{r})\; f_2 - i\frac{\sqrt{2}c}{r}\; f_3 = M\; f_8\,,$$
$$i\frac{\sqrt{2}}{r}(c\; f_2 - d\; f_4) = M\; f_9\,,$$
$$i(\frac{d}{dr}+\frac{1}{r})\; f_4 + \frac{i\sqrt{2}d}{r}\; f_3 = M\; f_{10}\,; \qquad (3)$$

оставшиеся шесть уравнений умножим на массовый параметр M :

$$i\varepsilon M f_5 + i(\frac{d}{dr}+\frac{1}{r})M f_8 + i\frac{\sqrt{2}c}{r} M f_9 - M^2 f_2 = 0,$$
$$i\varepsilon M f_6 + \frac{\sqrt{2}i}{r}(-cMf_8 + dMf_{10}) - M^2 f_3 = 0,$$
$$i\varepsilon M f_7 - i(\frac{d}{dr}+\frac{1}{r})M f_{10} - i\frac{\sqrt{2}d}{r} M f_9 - M^2 f_4 = 0,$$
$$-i\varepsilon M\; f_2 + \frac{\sqrt{2}c}{r} M f_1 - M^2\; f_5 = 0\,,$$
$$-i\varepsilon M\; f_3 - \frac{d}{dr} M f_1 - M^2\; f_6 = 0\,,$$
$$-i\varepsilon M\; f_4 + \frac{\sqrt{2}d}{r} M f_1 - M^2\; f_7 = 0\,. \qquad (4)$$

В системе (4), исключив нединамические переменные с помощью (3), перейдем к более симметричным обозначениям:

$$(f_2, f_3, f_4) \text{--}\!> (\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3)\,,$$
$$(f_5, f_6, f_7) \text{--}\!> (E_1, E_2, E_3)\,;$$

в результате получим 6 уравнений в виде:

$$i\varepsilon M E_1 + i(\frac{d}{dr}+\frac{1}{r})\left[-i(\frac{d}{dr}+\frac{1}{r})\Phi_1 - i\frac{\sqrt{2}c}{r}\Phi_2\right] +$$
$$+ i\frac{\sqrt{2}c}{r}\left[i\frac{\sqrt{2}}{r}(c\Phi_1 - d\Phi_3)\right] - M^2\Phi_1 = 0\,,$$

$$i\varepsilon M E_2 + \frac{\sqrt{2}i}{r}\left[-c\left(-i(\frac{d}{dr}+\frac{1}{r})\Phi_1 - i\frac{\sqrt{2}c}{r}\Phi_2\right) +\right.$$
$$\left. + d\left(i(\frac{d}{dr}+\frac{1}{r})\Phi_3 + \frac{i\sqrt{2}d}{r}\Phi_2\right)\right] - M^2\Phi_2 = 0\,,$$

$$i\varepsilon M E_3 - i(\frac{d}{dr}+\frac{1}{r})\left[i(\frac{d}{dr}+\frac{1}{r})\Phi_3 + \frac{i\sqrt{2}d}{r}\Phi_2\right] -$$
$$- i\frac{\sqrt{2}d}{r}\left[i\frac{\sqrt{2}}{r}(c\Phi_1 - d\Phi_3)\right] - M^2\Phi_3 = 0\,,$$

$$-i\varepsilon M\Phi_1 + \frac{\sqrt{2}c}{r}\left[-(\frac{d}{dr}+\frac{2}{r})E_2 -\right.$$
$$\left. - \frac{\sqrt{2}}{r}(c\, E_1 + dE_3)\right] - M^2 E_1 = 0\,,$$

$$-i\varepsilon M\Phi_2 - \frac{d}{dr}\left[-(\frac{d}{dr}+\frac{2}{r})E_2 -\right.$$
$$\left. - \frac{\sqrt{2}}{r}(cE_1 + d\, E_3)\right] - M^2 E_2 = 0\,,$$

$$-i\varepsilon M\Phi_3 + \frac{\sqrt{2}d}{r}\Bigg[-(\frac{d}{dr}+\frac{2}{r})E_2 -$$

$$-\frac{\sqrt{2}}{r}(cE_1 + dE_3)\Bigg] - M^2 E_3 = 0 . \qquad (5)$$

Нерелятивистское приближение

При осуществлении перехода в (5) к нерелятивистскому приближению [4] будем пользоваться методикой, апробированной в [5]. Большие Ψ_j и малые ψ_j компоненты будут вводиться соотношениями [2, 5]:

$$\Psi_j = \Phi_j + iE_j, \quad \psi_j = \Phi_j - iE_j . \qquad (6)$$

Одновременно выделяем энергию покоя формальной заменой $\varepsilon = (M + E)$; получаем три радиальных уравнения в приближении Паули для трех больших компонент Ψ_j:

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{d}{dr} + 2EM\right)\Psi_1 -$$

$$-\frac{2\sqrt{2}c}{r^2}\Psi_2 - \frac{4c^2}{r^2}\Psi_1 = 0 ,$$

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{d}{dr} + 2EM\right)\Psi_2 - \frac{2(c^2+d^2+1)}{r^2}\Psi_2 -$$

$$-\frac{2\sqrt{2}c}{r^2}\Psi_1 - \frac{2\sqrt{2}d}{r^2}\Psi_3 = 0 ,$$

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{d}{dr} + 2EM\right)\Psi_3 -$$

$$-\frac{2\sqrt{2}d}{r^2}\Psi_2 - \frac{4d^2}{r^2}\Psi_3 = 0 . \qquad (7)$$

Случай минимального значения *j*

Рассмотрим специально состояния с $j = |k| - 1$. Для простоты ограничимся только $j = 0$ при $k = +1$; соответствующая волновая функция не будет зависеть от угловых переменных θ, ϕ:

$$\Phi^{(0)} = e^{-i\varepsilon t}\ (\ 0,\ f_2, 0, 0,\ f_5, 0, 0,\ f_8, 0, 0\ ) \ , \qquad (8)$$

имеем только три нетривиальных радиальных уравнения:

$$i\varepsilon f_5 + i(\frac{d}{dr}+\frac{1}{r}) f_8 - Mf_2 = 0 ,$$

$$-i\varepsilon f_2 - Mf_5 = 0 ,$$

$$-i(\frac{d}{dr}+\frac{1}{r}) f_2 - Mf_8 = 0 ; \qquad (9)$$

т. е. задача сводится к уравнению для функции $F_2(r) = r^{-1}\ f_2(r)$:

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} + \varepsilon^2 - M^2\right) F_2 = 0 .$$

Последнее дает знакомое по электронному случаю [2] решение экспоненциального типа, пригодное для описания «связанных состояний». После выполнения в системе (9) нерелятивистского приближения, приходим к

$$(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{d}{dr} + 2EM)\Psi_1 = 0,$$

$$\Psi_1 = \frac{e^{\pm\sqrt{-2MEr}}}{r} . \qquad (10)$$

Анализ радиальной системы при произвольном *j*

Возвратимся к уравнениям (7). С использованием обозначения

$$\frac{1}{2} r^2 \left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{d}{dr} + 2EM\right) = \bar{\Delta} \qquad (11)$$

их можно представить в краткой матричной форме:

$$\bar{\Delta}\,\Psi = A\Psi , \quad \Psi = \begin{vmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \Psi_3 \end{vmatrix},$$

$$A = \begin{vmatrix} 2c^2 & \sqrt{2}c & 0 \\ \sqrt{2}c & c^2+d^2+1 & \sqrt{2}d \\ 0 & \sqrt{2}d & 2d^2 \end{vmatrix} . \qquad (12)$$

Найдем линейное преобразование $\Psi = S\Psi'$, диагонализирующее правую часть системы (12). Уравнение для определения матрицы S и значений A_1, A_2, A_3 имеет вид:

$$\begin{vmatrix} 2c^2 - A_1 & \sqrt{2}c & 0 \\ \sqrt{2}c & c^2+d^2+1-A_1 & \sqrt{2}d \\ 0 & \sqrt{2}d & 2d^2 - A_1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} s_{11} \\ s_{21} \\ s_{31} \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 2c^2 - A_2 & \sqrt{2}c & 0 \\ \sqrt{2}c & c^2+d^2+1-A_2 & \sqrt{2}d \\ 0 & \sqrt{2}d & 2d^2 - A_2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} s_{12} \\ s_{22} \\ s_{32} \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} 2c^2 - A_3 & \sqrt{2}c & 0 \\ \sqrt{2}c & c^2+d^2+1-A_3 & \sqrt{2}d \\ 0 & \sqrt{2}d & 2d^2 - A_3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} s_{13} \\ s_{23} \\ s_{33} \end{vmatrix} = 0. \tag{13}$$

Найдем три диагональных элемента – корни кубического уравнения:

$$A^3 + rA^2 + sA + t = 0, \quad r = -(3M+1),$$
$$s = (N + 2M^2), \quad t = -(M-1)N, \tag{14}$$

где

$$c^2 + d^2 = \frac{j(j+1) - k^2}{2} = M > 0,$$

$$4c^2 d^2 = \frac{j^2 - k^2}{2} \, \frac{(j+1)^2 - k^2}{2} = N \geq 0.$$

Делаем замену переменных

$$B = A + \frac{r}{3}, \qquad A = B + (M + \frac{1}{3}), \tag{15a}$$

получаем кубическое уравнение в приведенной форме: $B^3 + pB + q = 0$, где

$$p = \frac{3s - r^2}{3} =$$
$$= -\left((c^2 - d^2)^2 + 2(c^2 + d^2) + \frac{1}{3} \right) < 0;$$

$$q = \frac{2r^3}{27} - \frac{rs}{3} + t =$$
$$= -\left(\frac{4}{3}(c^2 - d^2)^2 + \frac{2}{3}(c^2 + d^2) + \frac{2}{27} \right) < 0. \tag{15b}$$

Поскольку $c^2 - d^2 = k/2$, то выражения для p, q можно преобразовать в следующие:

$$p = -\left(j(j+1) - \frac{3}{4}k^2 + \frac{1}{3} \right) < 0,$$
$$q = -\left(\frac{1}{3} j(j+1) + \frac{2}{27} \right) < 0. \tag{15c}$$

Приведем примеры результата численного расчета корней A_1, A_2, A_3 уравнения (14):

$k = \pm 1/2$	$j = 3/2$	$j = 5/2$	$j = 7/2$	
	0.31	1.79	4.28	
	1.73	4.24	7.75	
	4.21	7.72	12.23	
$k = \pm 1$	$j = 2$	$j = 3$	$j = 4$	$j = 5$
	0.68	2.62	5.59	9.57
	2.45	5.48	9.49	14.49
	5.36	9.40	14.42	20.43

Корни все вещественные и положительные, что указывает на отрицательность дискриминанта

$$D = (\frac{p}{3})^3 + (\frac{q}{2})^2. \tag{16}$$

Отрицательность D можно установить и аналитически, если воспользоваться подстановкой $j = |k| + n$.

Опишем вещественные корни аналитически:

$$\rho = \sqrt{-\frac{p^3}{27}}, \quad \cos\phi = -\frac{q}{2\rho};$$

$$B_1 = 2\sqrt{-\frac{p}{3}} \cos\frac{\phi}{3},$$

$$B_2 = 2\sqrt{-\frac{p}{3}} \cos(\frac{\phi}{3} + \frac{2\pi}{3}),$$

$$B_3 = 2\sqrt{-\frac{p}{3}} \cos(\frac{\phi}{3} - \frac{2\pi}{3}). \tag{17}$$

Корни A_j исходного кубического уравнения вычисляются по формулам (15*a*).

Элементы матрицы S можно найти из (13). Помня, что в каждой тройке уравнений независимыми являются только два, можно положить $s_{11} = 1, s_{22} = 1, s_{33} = 1$.

Найденное преобразование S_{ij} приводит систему дифференциальных уравнений к виду:

$$\begin{vmatrix} 1 & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & 1 & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \Psi'_1 \\ \Psi'_2 \\ \Psi'_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \Psi_3 \end{vmatrix},$$

$$\bar{\Delta} \begin{vmatrix} \Psi'_1 \\ \Psi'_2 \\ \Psi'_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & A_2 & 0 \\ 0 & 0 & A_3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \Psi'_1 \\ \Psi'_2 \\ \Psi'_3 \end{vmatrix}. \quad (18)$$

Таким образом, задача сведена к трем уравнениям одного и того же типа:

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{d}{dr} + 2EM - \frac{L(L+1)}{r^2} \right) f(r) = 0,$$

$$L = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + 2A}. \quad (19)$$

Обращаем внимание, что положительность корней $A = A_1, A_2, A_3$ обеспечивает существование положительного параметра L. В уравнение (19) можно ввести любой известный сферически-симметричный потенциал $U(r)$ (например, кулоновский или осцилляторный) и получить заведомо решаемую квантово-механическую задачу с известной структурой спектра энергии.

Осцилляторный потенциал

Рассмотрим случай добавленного осцилляторного потенциала. Задача сводится к решению трех уравнений одного и того же вида:

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{d}{dr} + 2M(E - \frac{kr^2}{2}) - \frac{L(L+1)}{r^2} \right] f = 0. \quad (20)$$

Переходим к переменной $x = \sqrt{Mk}\, r^2$:

$$\left[\frac{d^2}{dx^2} + \frac{3}{2x}\frac{d}{dx} - \frac{1}{4} + \frac{E\sqrt{M}}{2\sqrt{k}\,x} - \frac{L(L+1)}{4x^2} \right] f(x) = 0, \quad (21a)$$

где

$$L(L+1) = 2A = \{2A_1, 2A_2, 2A_3\},$$

$$L = -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + 2A} > 0; \quad (21b)$$

параметры A_1, A_2, A_3 являются вещественными положительными корнями кубического уравнения, выражения для них были получены ранее. Вводим подстановку $f(x) = x^a e^{-bx} F(x)$, уравнение $(21a)$ принимает вид:

$$x\frac{d^2F}{dx^2} + \frac{1}{2}(4a + 3 - 4bx)\frac{dF}{dx} +$$
$$+\left[\frac{a(4a+2) - L(L+1)}{4x} - \frac{3}{2}b - 2ab + \right.$$
$$\left. + \frac{E\sqrt{M}}{2\sqrt{k}} + (b^2 - \frac{1}{4})x \right] F = 0. \quad (22)$$

При $b = +1/2$, $a = +L/2$ уравнение упростится

$$x\frac{d^2F}{dx^2} + (L + 3/2 - x)\frac{dF}{dx} -$$
$$-\left(\frac{3}{4} + \frac{L}{2} - \frac{E\sqrt{M}}{2\sqrt{k}} \right) F = 0, \quad (23)$$

это вырожденное уравнение гипергеометрического типа для функции $F(A, C; x)$ с параметрами:

$$A = \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2} + L - E\sqrt{\frac{M}{k}} \right), \quad C = L + \frac{3}{2}.$$

Условие квантования $A = -n$ приводит к спектру энергии:

$$E = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{k}{M}}\,(\frac{3}{2} + L + 2n). \quad (24)$$

Трем подклассам решений отвечают спектры E_i $(i = 1, 2, 3)$:

$$E_i = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{k}{M}}\,(\frac{3}{2} + L_i + 2n),$$

$$L_i = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + 2A_i}. \quad (25)$$

Кулоновское поле притяжения

Учтем дополнительное кулоновское поле притяжения в полученном радиальном уравнении согласно

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{d}{dr} + 2M(E + \frac{\alpha}{r}) - \frac{L(L+1)}{r^2} \right) f(r) = 0 , \tag{26}$$

где

$$L(L+1) = 2A = \{2A_1, 2A_2, 2A_3\},$$

$$L = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + 2A} .$$

Перейдем к безразмерной переменной $x = \sqrt{-2ME}\; r$, тогда

$$\left[\frac{d^2}{dx^2} + \frac{2}{x}\frac{d}{dx} - 1 + \frac{B}{x} - \frac{L(L+1)}{x^2} \right] f = 0 ,$$

$$-\frac{\alpha\sqrt{-2ME}}{E} = B > 0 . \tag{27}$$

Решение уравнения (27) ищем в виде: $f = x^L e^{-x} F(x)$. В переменной $z = 2x$ уравнение (27) сводится к вырожденному гипергеометрическому виду:

$$z\frac{d^2F}{dz^2} + (2L + 2 - z)\frac{dF}{dz} + (\frac{B}{2} - L - 1)\,F = 0 .$$

Известным условием обрыва ряда до полинома является $\alpha = -n,\ n = 0, 1, 2, ...;$ только полиномиальный вид функций допустим, поскольку любой конечной степени полином на бесконечности будет скомпенсирован экспоненциальным фактором e^{-x}. Это приводит к следующему правилу квантования уровней энергии:

$$-\frac{B}{2} + L + 1 = -n \quad \Rightarrow \quad \frac{B}{2} = n + L + 1 .$$

С учетом выражения (27) для параметра B получаем

$$-\frac{\alpha\sqrt{-2ME}}{2E} = n + L + 1 \quad \Rightarrow$$

$$E = -\frac{1}{2}\,\frac{\alpha^2 M}{(n + L + 1)^2} . \tag{28a}$$

Имеем три серии уровней энергий в соответствии с тремя значениями для L:

$$L_i = -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + 2A_i} ,$$

$$E_i = -\frac{1}{2}\,\frac{\alpha^2 M}{(n + L_i + 1)^2} . \tag{28b}$$

Заключение

Таким образом, в нерелятивистском приближении исследована векторная частица в поле монополя. Построены точные решения для всех значений обобщенного полного момента *j*. Учтено дополнительное присутствие кулоновского поля притяжения, получены спектры для частицы со спином 1, модифицированные присутствием внешнего монопольного потенциала.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Стражев В.И., Томильчик Л.М. Электродинамика с магнитным зарядом / Минск: Наука и техника, 1975. – 336 с.
2. Редьков В.М. Тетрадный формализм, сферическая симметрия и базис Шредингера / Минск: Белорусская наука, 2010. - 339 с.
3. Варшалович Д.А., Москалев А.Н., Херсонский В.К. Квантовая теория углового момента / Ленинград: Наука, 1975. – 439 с.
4. Богуш А.А., Кисель В.В., Токаревская Н.Г., Редьков В.М. // Весці НАНБ. Сер. фіз.-мат. навук 2, 2002. - С. 61-66.

5. Овсиюк Е.М., Кисель В.В., Крылов Г.Г., Редьков В.М. Квантовая механика в однородном магнитом поле: новые задачи / Мозырь: Мозырский государственный педагогический университет, 2011. – 232.

Стаття надійшла до редакції 01.04.2013

E.M. Ovsiyuk[1], O.V. Veko[1], K.V. Kazmerchuk[1], A.I. Shelest[2]
[1]Mozyr State Pedagogical University named after I.P. Shamiakin,
28 Studencheskaya Str., 247760, Mozyr, Belarus
e-mail: e.ovsiyuk@mail.ru, vekoolga@mail.ru, kristinash2@mail.ru
[2]Brest State University named after A.S. Pushkin,
21 Boulevard of Cosmonauts, 224016, Brest, Belarus
e-mail: afanasie@tut.by

QUANTUM MECHANICS OF A SPIN 1 PARTICLE IN THE MAGNETIC MONOPOLE POTENTIAL, NON-RELATIVISTIC APPROXIMATION

Spin 1 particle is treated in presence of magnetic monopole in nonrelativistic approximation. After separation of the variables the problem is reduced to the system of three interrelated equations, which can be disconnected with the use of special linear transformation making the mixing matrix diagonal. As result, there arise three separated differential equations which contain roots A_i $(\mathrm{i}=1,\ 2,\ 3)$ of a cubic algebraic equation as parameters. The algorithm permits extension to the presence of external spherically symmetrical fields, in particular, Coulomb and oscillator ones.

Keywords: magnetic monopole, Duffin–Kemmer equation, the non-relativistic approximation.

Е.М. Овсіюк[1], О.В. Веко[1], К.В. Казмерчук[1], А.І. Шелест[2]
[1]Мозирський державний педагогічний університет ім. І.П.Шамякіна, Мозир, Білорусь
e-mail: e.ovsiyuk@mail.ru, vekoolga@mail.ru, kristinash2@mail.ru
2Брестський державний університет ім. О.С. Пушкіна,
бульвар Космонавтів, 21, 224016, Брест, Білорусь
e-mail: afanasie@tut.by

КВАНТОВА МЕХАНІКА ЧАСТКИ ЗІ СПІНОМ 1 У ПОТЕНЦІАЛІ МАГНІТНОГО МОНОПОЛЯ, НЕРЕЛЯТИВІСТСЬКЕ НАБЛИЖЕННЯ

Квантово-механічна частка зі спіном 1 досліджується в поле магнітного заряду в нерелятивістському наближенні. Після розділення змінних завдання зводиться до системи зачіпляються диференціальних рівнянь другого порядку для трьох радіальних функцій. За допомогою спеціального лінійного перетворення система радіальних рівнянь розділяється і завдання зводиться до дослідження трьох рівнянь однакової структури, кожне з яких містить в якості параметра свій корінь кубічного рівняння, що виникає при вирішенні завдання приведення до діагонального вигляду змішаної матриці в системі рівнянь. Аналіз допускає узагальнення на випадки присутності сферично-симетричних потенційних полів, зокрема, кулонівського і осциляторного.

Ключові слова: магнітний монополь, рівняння Даффін-Кеммерих, нерелятивістське наближення.