УДК 378.14:004.9

ОНИЩЕНКО Галина Олександрівна –
асистент кафедри Вища математика і фізика
Таврійського державного агротехнологічного університету
ORCID ID 0000-0002-8672-8398
e-mail: palgalina1@gmail.com

ЗАСТОСУВАННЯ КОМП'ЮТЕРНИХ ТЕХНОЛОГІЙ НА ЗАНЯТТЯХ З ДИСКРЕТНОЇ МАТЕМАТИКИ ПРИ РОЗВ'ЯЗАННІ ПРОФЕСІЙНО-ОРІЄНТОВАНИХ ЗАДАЧ ДЛЯ БАКАЛАВРІВ З КОМП'ЮТЕРНИХ НАУК

Постановка та обґрунтування актуальності проблеми. «Теорія графів» є одним із розділів дискретної математики, який в поєднанні з математичним моделюванням інтенсивно розвивається. Це пов'язано з широким використанням комп'ютера як засобу вирішення наукових і прикладних задач.

При вивченні дисципліни «Дискретна математика» у темі «Теорія графів» розглядаються такі питання: «Основні поняття теорії графів», «Види графів», «Операції над графами», «Алгоритми на графах» («Пошук найкоротшого шляху», «Побудова мереж мінімальної довжини», «Алгоритм пошуку заданого потоку мінімальної вартості», «Розфарбування графів»).

Для майбутніх бакалаврів з комп'ютерних наук тема «Теорія графів» є однією з важливих при вивчені дискретної математики. Ця тема є підґрунтям для формування теоретичного фундаменту для вивчення дисциплін циклу професійної підготовки.

Більшість задач цієї теми мають «цікаве» формулювання, задачі на графах дозволяють активно використовувати графічне зображення для пошуку розв'язку. Його представлення можна отримати як на папері, так і з допомогою систем комп'ютерної математики та спеціалізованих комп'ютерних програм обробки графів. Комп'ютерні програми дозволяють легко редагувати зображення графа, що дає можливість вивчати і виявляти певні властивості різних класів графів, формулювати прості алгоритми рішення.

Такий методичний підхід розширює міждисциплінарні зв'язки при математичній професійно-орієнтованій підготовці бакалаврів комп'ютерних наук.

Тому проблема застосування комп'ютерних технологій на заняттях з дискретної математики при розв'язанні професійно-орієнтованих задач для бакалаврів з комп'ютерних наук є актуальною в умовах вимог до організації сучасного освітнього процесу.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Задачі дискретної математики, зокрема теорія графів розглядаються у працях багатьох видатних вчених як в галузі математики, так і – інформаційних технологій (Л. Базилевич, Ю. Бондарчук, А. Борисенко, Ю. Дрозд, М. Кирсанов, Т. Карнаух, Ю. Нікольський, Б. Олійник, В. Пасічник, А. Ставровський та інші).

У цілій низці праць вітчизняних учених розкриваються сучасні науково-методичні засади математичної підготовки майбутнього фахівця на основі комп'ютерних технологій. До них можна віднести наукові праці: В. Бевз, М. Бурди, О. Матяш, Н. Морзе, С. Ракова, З. Слєпкань, В. Швеця, Н. Сосницької та інших. «У цих працях глибоко розкрито і проаналізовано питання навчання математики у профільних вишах» [3, с.39].

Сучасним науково-методичним засадам професійної підготовки майбутнього фахівця, зокрема аграрія, присвячено праці І. Зязюна, П. Лузана, Р. Кравця, Н. Ничкало та ін.

Однак, проблема удосконалення методики вивчення дискретної математики засобами комп'ютерних технологій майбутніх бакалаврів комп'ютерних наук в аграрних університетах не була предметом спеціального дослідження.

Мета статті: розкрити специфіку використання комп'ютерних програм для створення і обробки графів, що дозволяє розв'язувати професійно-орієнтовані задачі з дискретної математики при математичній підготовки бакалаврів з комп'ютерних наук в аграрних ЗВО.

Методи дослідження: аналіз, синтез, узагальнення для виявлення проблеми дослідження та уточнення сутності основних наукових понять, істотних для її розробки; моделювання з метою відтворення об'єкта дослідження, опису його властивостей та взаємозв'язків і відносин між його елементами.

Виклад основного матеріалу дослідження. У контексті дослідження нами був обраний алгоритм «Розфарбування графів», який широко використовується при збірці мікросхем, організації посилань мережі Internet, складанні розкладів, ефективному розподілі ресурсів тощо.

Першою працею з теорії графів як математичної дисципліни прийнято вважати статтю Леонарда Ейлера (1736 р.), в якій розглядалася задача про Кенігсберзькі мости. Пізніше з'явилися праці, пов'язані з розфарбуванням графа. Яскравим результатом досліджень у цьому напрямку є задача чотирьох фарб (Френсіс Гутрі 1852 р.) [4]. Розфарбування графів на сьогодні є однією з актуальних тем теорії графів.

Задачі такого типу надають широку можливість для використання комп'ютерних програм створення і обробки графів. На практичних заняттях з дискретної математики студенти знайомляться з такими програмами візуалізації та обробки графів: Graph Interface (GRIN), бібліотека Networks системи Maple [2], «Графоаналізатор» тощо. Ці програмні продукти дозволяють створювати та редагувати графи, знаходити або перевіряти їх різні характеристики: зв'язність, планарність, Ейлерові чи Гамільтонові цикли і шляхи, хроматичне число тощо.

Нами запропоновано ряд професійно-орієнтованих задач з дискретної математики для бакалаврів з комп'ютерних наук, розв'язок яких, побудований на основі алгоритму розфарбування графу та реалізований за допомогою комп'ютерних програм. Для засвоєння алгоритму розв'язку цих задач пропонуємо спочатку розглянути типову задачу. Наприклад, *складання начального розкладу.* Навчальному відділу вишу необхідно скласти розклад: треба провести деяку кількість лекцій за найкоротший час. На кожну лекцію окремо виділяється одна година, але деякі з лекцій не можуть викладатися одночасно (наприклад, їх викладає один викладач або потрібна одна і та ж аудиторія). Потрібно скласти розклад так, щоб викладання всіх лекцій зайняло мінімальний час (за «одиницю часу» вважається одне заняття).

Необхідно побудувати граф G, в якому вершини відповідають лекціям. Дві вершини графа будуть суміжні тоді і тільки тоді, коли відповідні їм лекції не можуть викладатися одночасно. Правильне розфарбування графа G визначає допустимий розклад: лекції, що відповідають вершинам графа, та мають один колір, читаються одночасно. Якщо для розфарбування n вершин були використані кольори 1,2,...,k, то вершини, розфарбовані в i-й колір, дають список лекцій, які потрібно читати на i-му занятті. Мінімальне розфарбування графа відображає мінімальний час на проведення всіх занять [1].

Розглянемо приклад: у студентських групах КН-11 і КН-12 треба провести лекції з вищої математики (ВМ), дискретної математики (ДМ), фізики(Ф) та історії України(ІУ) (по одній лекції з кожного предмету). Лекція з предмету проводяться в кожній групі окремо. ВМ і ДМ проводить викладач X, з Ф - викладач Y, з ІУ - викладач Z.

Знайти мінімальне число занять, в які можна «укласти» всі лекції, та скласти відповідний розклад.

Розв'язок. За допомогою програми «Графоаналізатор» побудуємо граф з вершинами ВМ1, ВМ2, ДМ1, ДМ2, Ф1, Ф2, ІУ1 та ІУ2. Ребрами з'єднуємо вершини, які відповідають заняттям, які не можливо проводити одночасно. Отримаємо граф, зображений на рис. 1.

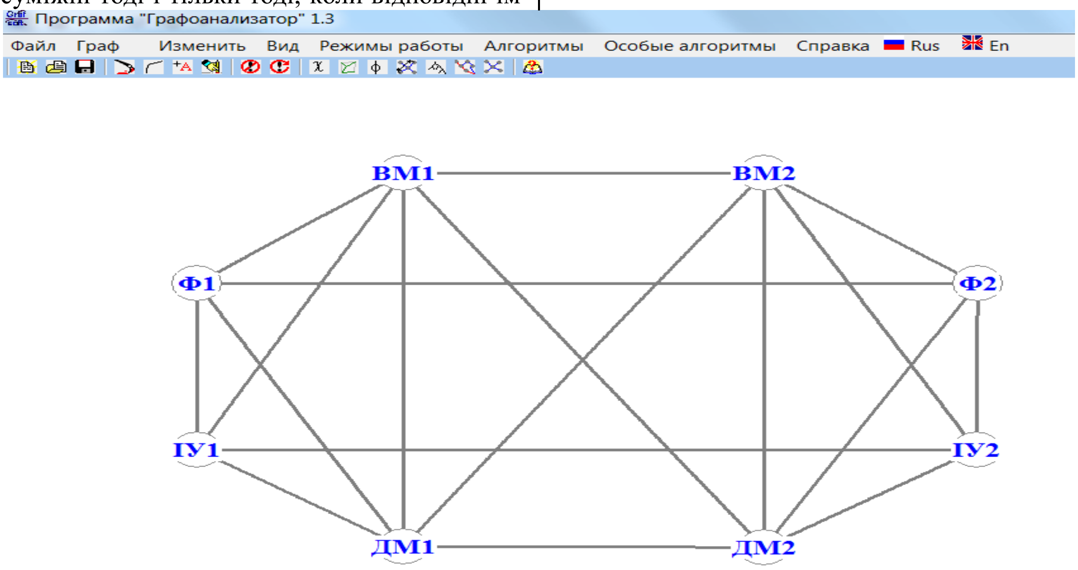

Рис. 1. Граф з заданими вершинами та ребрами

Вершини ВМ1, ВМ2, ДМ1 та ДМ2 цього графа породжують в ньому підграф, ізоморфний графу K4. Отже, хроматичне число графа не менше 4. На рис. 2 зображено правильне розфарбування графа в 4 кольори. Отже, хроматичне число графа дорівнює 4, тобто всі заняття можна провести за 4 пари. Відповідний розклад зазначено в таблиці 1.

Таблиця 1

Розклад занять, які необхідно провести в групах

	КН-11	КН-12
1 пара	Вища математика	Фізика
2 пара	Фізика	Вища математика
3 пара	Історія України	Дискретна математика
4 пара	Дискретна математика	Історія України

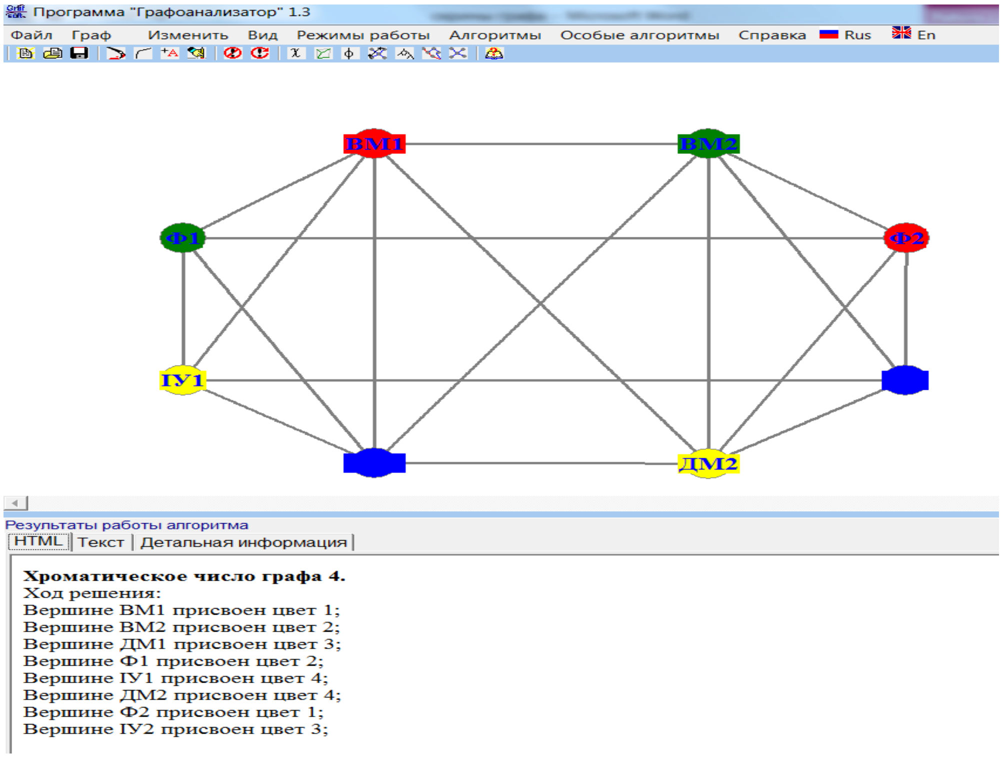

Рис. 2. Розрахунок хроматичного числа графа у програмі «Графоаналізатор»

Наступник крок – розв'язуємо професійно-орієнтовані задачі застосовуючи загальний алгоритм.

1. Задача розподілу обладнання. Є деяка кількість робіт та механізмів для їх виконання. Для виконання кожної роботи потрібен один і той же час. При цьому жоден із механізмів не може бути залучений одночасно більш ніж в одній роботі. Потрібно розподілити механізми так, щоб загальний час виконання робіт був мінімальним. Для перекладу цього завдання на мову теорії графів розглянемо граф G, вершинами якого є роботи, причому дві різні вершини суміжні тоді і тільки тоді, коли для виконання відповідних робіт потрібен хоча б один спільний механізм. При правильному розфарбуванні графа вершини, розфарбовані одним і тим же кольором, відповідають роботам, які можна проводити одночасно. Тому задача зводиться до знаходження хроматичного числа графа G.

Розглянемо приклад. На підприємстві планується виконати 8 робіт r1, r2,. . . ,r8. Для виконання цих робіт необхідні механізми m1, m2,. . . , m6. Використання механізмів для кожної з робіт визначається наступною таблицею 2:

Таблиця 2

Використання механізмів для кожної з робіт

Механізм	Робота							
	r1	r2	r3	r4	r5	r6	r7	r8
m1	+		+				+	+
m2		+		+				
m3			+			+	+	
m4	+	+		+	+			
m5			+		+			+
m6					+	+		+

Жоден з механізмів не може бути використаний одночасно на двох роботах. Виконання кожної роботи займає 1 годину. Як розподілити механізми, щоб сумарний час виконання всіх робіт був мінімальним і який саме цей час?

Розв'язок. Зобразимо граф G у програмі GRIN (рис. 3), вершинами якого є заплановані роботи r1, r2,. . . , r8, а ребра з'єднують роботи, в яких бере участь хоча б один загальний механізм (і які, з цієї причини, не можна проводити одночасно). Вершини r1, r2, r4, r5 породжують підграф графа G, ізоморфний K4. Отже, $\chi(G)> 4$. На рис. 3 зображене правильне розфарбування графа G в 4 фарби. Отже, $\chi(G) = 4$. Таким чином, всі роботи можна виконати за 4 години. Для цього, відповідно до знайденого розфарбування графа G, треба в першу годину виконати роботи r1 і r6, у другу – роботи r2 і r3, у третю – роботи r4 і r8, у четверту - роботи r5 і r7.

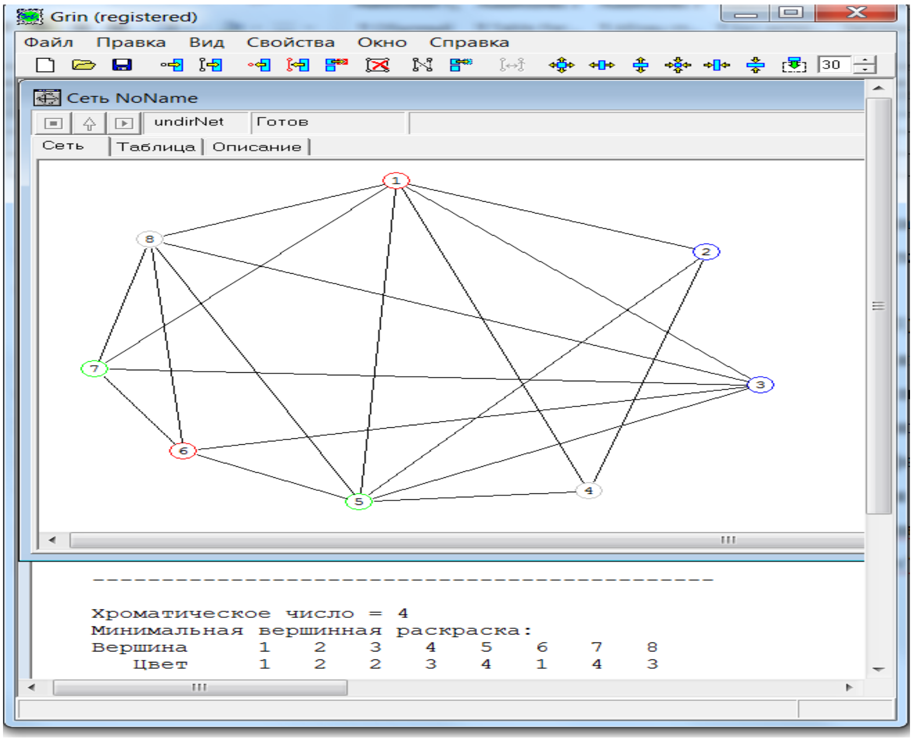

Рис. 3. Побудова графа та знаходження хроматичного числа у програмі GRIN

2. Розподіл сільськогосподарської техніки на виконання земельних робіт. Задані множини R = {r1, r2, ..., r 10}, P = {p1, p2, ..., p12} та St = 2 роботи, поля і сільськогосподарська техніка відповідно. 10 робіт розбиті на 3 групи:

1 група – довготривалі роботи (наприклад, оранка землі)– 11 год.

2 група – середньо тривалі роботи (культивація) – 9 год.

3 група – короткочасний вид роботи (боронування) – 7 год.

Необхідно розподілити роботи так, щоб серед кількох днів тижня ні в один день число робіт не перевищувало число сільськогосподарської техніки, і робота на кожному полі виконувалась хоча б один раз на тиждень. У таблиці 3 відзначені роботи, які виконуються на одному і тому ж полі. Потрібно визначити загальний час роботи всієї с/т за тиждень,

$$T = \min_{P(G)} \sum_k T_k$$

де мінімум обчислюється на P (G) – множині усіх можливих розфарбуваннях графа G.

Tk - максимальний час в k-й день,

$$T_k = \max\left(t_{k1}, t_{k2}, ..., t_{ks}\right),$$

де p - це кількість робіт в k-й день.

Таблиця 3

Розклад робіт

Роботи	Поля											Час T_k
	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8	p_9	p_{10}	p_{11}	p_{12}	
	+	+	+		+				+	+			11
	+		+	+		+	+			+		+	9
			+		+	+			+		+		7
								+				+	7
		+		+			+				+		7
			+							+		+	9
	+		+				+		+				11
		+			+					+	+		11
		+											9
	+						+				+		7

Розв'язок. Побудуємо граф з вершинами r1, r2, ..., r10. З'єднаємо ребрами вершини, які відповідають роботам, які виконуються на одному і тому ж полі. Отримаємо граф, зображений на рисунку 4.

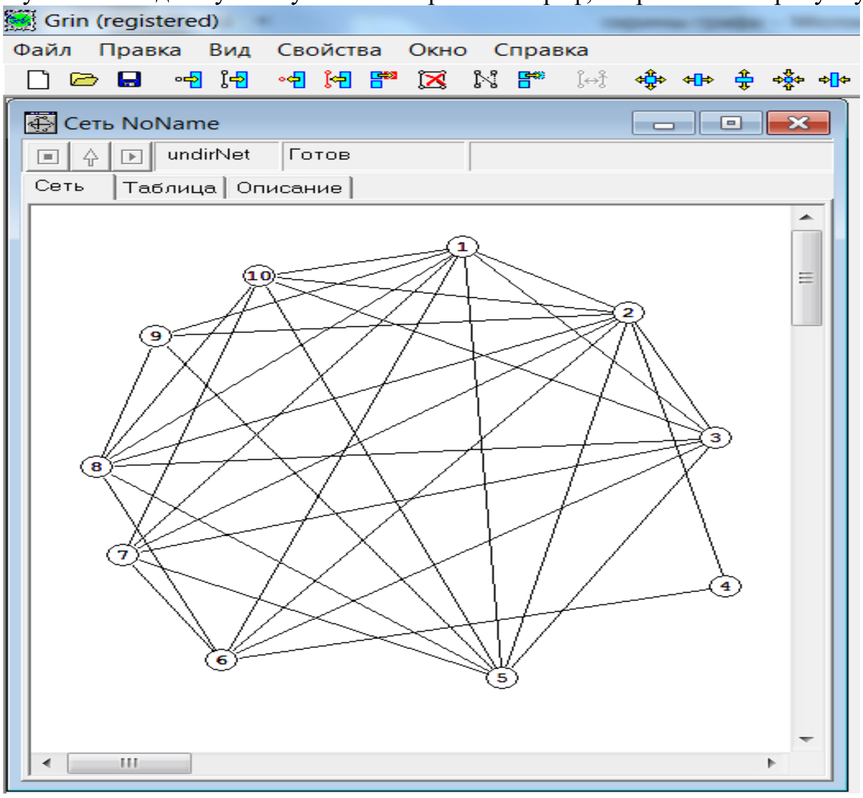

Рис. 4. Граф відповідності робіт на полях побудований у програмі GRIN

Вершини r1, r2, r3, r5, r8, r10 утворюють повний підграф, ізоморфний графу K6. Отже хроматичне число графа χ (G) ≥ 6, тобто всі роботи можна зробити за шість днів. На рисунку 5 зображено один із варіантів розфарбування графа в 6 кольорів.

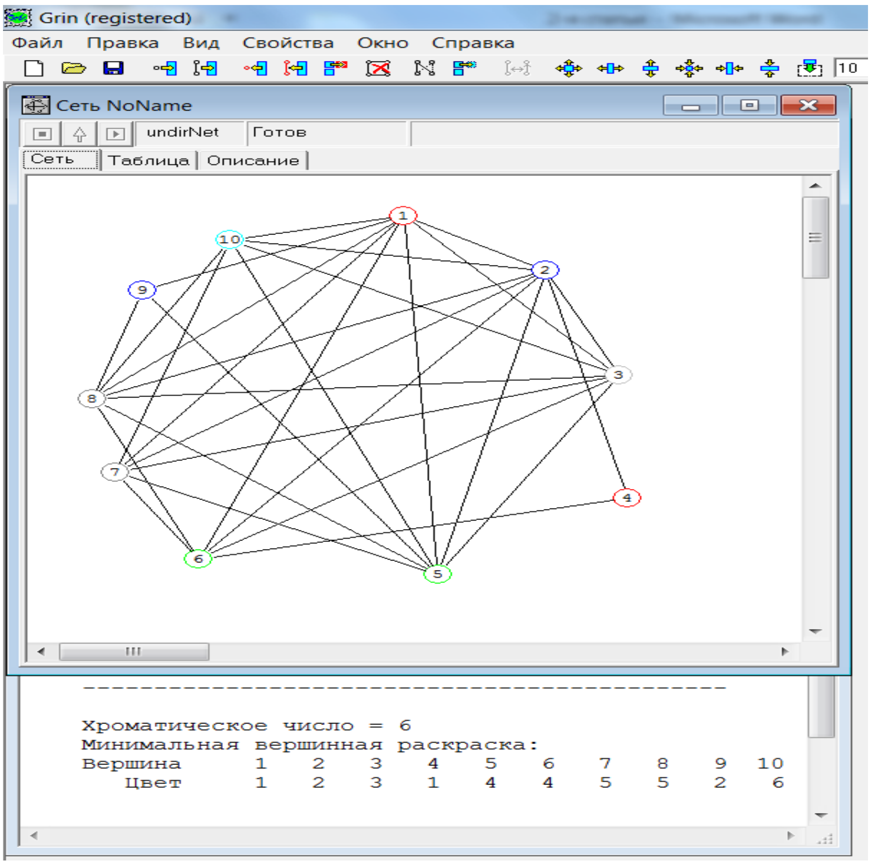

Рис. 5. Варіант розфарбування графа

Відповідний розклад робіт за днями зазначено в таблиці 4.

Таблиця 4

Варіант розкладу робіт

Дні тижня	Роботи	К-ть техніки	Пункти												Час
Понеділок		*2*	p_1	p_2	p_3		p_5			p_8	p_9	p_{10}		p_{12}	11
Вівторок	r_2, r_9	2	p_1	p_2	p_3	p_4		p_6	p_7			p_{10}		p_{12}	9
Середа	r_3	1			p_3		p_5	p_6			p_9		p_{11}		7
Четвер	r_5, r_6	*2*		p_2	p_3				p_7			p_{10}	p_{11}	p_{12}	9
П’ятниця	r_7, r_8	2	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5		p_7		p_9	p_{10}	p_{11}		11
Субота	r_{10}	1	p_1						p_7				p_{11}		7

У понеділок виконуються роботи r1, r4, вершини якого розфарбовані в червоний колір і зазначено максимальний час роботи с/т за цей день T1 = 11. У вівторок виконуються роботи r2, r9. Відповідні йому вершини пофарбовані в синій колір, а час роботи T2 = 9. У середу виконується одна робота r3, відповідна йому вершина пофарбована в сірий колір і час виконання T3 = 7. У четвер виконуються роботи r5, r6, відповідні їм вершини розфарбовані в зелений колір і час роботи T4 = 9. В чорний колір пофарбовані вершини, відповідні рейсам r7, r8, які виконуються в п'ятницю за час T5 = 11. В суботу виконується одна робота r10 (вершина блакитного кольору) за час T6 = 7.

Таким чином, загальний час роботи всієї с/т за тиждень складає: T = 11 + 9 + 7 + 9 + 11 + 7 = 54 год.

Отже, нами були обрані деякі типи професійно-орієнтованих задач, які перенесені на мову теорії графів, та зводяться до пошуку хроматичного числа. Реалізація розв’язку цих задач за допомогою комп’ютерних програм сприяє підвищенню ефективності навчання дискретної математики засобами комп’ютерних технологій та є основою реалізації міждисциплінарних зв’язків вищої математики, дискретної математики та комп’ютерно-орієнтованих дисциплін.

Висновки з дослідження і перспективи подальших розробок.

1. Доведено необхідність та доцільність використання алгоритму розфарбування графу для вирішення завдань аграрної галузі.
2. Запропоновано ряд професійно-орієнтованих задач з курсу дискретної математики за темою «Теорія графів».
3. Запропоновано алгоритм розфарбування графу для розв’язку професійно-орієнтованих задач засобами комп’ютерних технологій для бакалаврів комп’ютерних наук.

Перспективами подальшого розвитку є розробка системи професійно-орієнтованих задач для бакалаврів комп’ютерних наук аграрних ЗВО в умовах реалізації міждисциплінарних зв’язків.

СПИСОК ДЖЕРЕЛ

1. Емеличев В. А. Лекции по теории графов : учеб. пособ. для студентов, обучающихся по специальностям «Математика» и «Прикладная математика». М. : Наука, Физматлит., 1990. 384 с.
2. Кирсанов М. Н. Графы в Maple. Задачи, алгоритмы, программы. М. : Физматлит, 2007. 168 с.
3. Сосницька Н. Л., Іщенко О. А. Змістова компонента математичної підготовки майбутніх фахівців аграрної сфери. *Наукові записки. Проблеми методики фізико-математичної і технологічної освіти.* Кропивницький, 2017. Вип. 12. Ч. 1. С. 38-43.
4. Вікіпедія. Граф (математика). URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Граф_ (дата звернення: 30.03.2019).

REFERENCES

1.Emelichev, V. A. and Emelichev, V. A. (1990). Lektsii po teorii grafov [Lectures on graph theory] : ucheb. posobiye dlya studentov. obuchayushchikhsya po spetsialnostyam «Matematika» i «Prikladnaya matematika. Nauka, Fizmatlit, Moscow, Russian.

2.Kirsanov, M. N. (2007). Grafy v Maple. Zadachi. algoritmy. Programmy [Counts in Maple. Tasks. algorithms. programs]. Fizmatlit, Moscow, Russian.

3.Sosnytska, N. L., and Ishchenko, O. A. (2017). Zmistova komponenta matematychnoi pidhotovky maibutnikh fakhivtsiv ahrarnoi sfery [Content component of the mathematical training of future specialists in the agrarian sphere]. *Naukovi zapysky. Problemy metodyky fizyko-matematychnoi i tekhnolohichnoi osvity*, Kropivnitsky, Ukraine, №12, 1, 38-43.

4.Vikipediya. Hraf (matematyka) [Wikipedia Count (mathematics)], available at: https://ru.wikipedia.org/wiki/Граф_ (accessed 30 March 2019).

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРА

ОНИЩЕНКО Галина Олександрівна – асистент кафедри Вища математика і фізика Таврійського державного агротехнологічного університету.

Наукові інтереси: професійна освіта, математика, комп’ютерні технології.

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

ONYSHCHENKO Halyna Aleksandrovna – assistant of the Department of Higher mathematics and physics» Tavria State Agrotechnological University

Circle of research interests: professional education, mathematics, computer technologies.

Дата надходження рукопису 10.04.2019р.