УДК 519.21: 681.518

Марченко Н.Б., к.т.н.; **Нечипорук О.П.**, к.т.н. *(Національний авіаційний університет)*

ОСОБЛИВОСТІ РЕАЛІЗАЦІЇ ШВИДКИХ ВІКОН ТА АНАЛІЗ ПОХИБОК, ЩО ВИНИКАЮТЬ ПРИ ЇХ ЗАСТОСУВАННІ

Марченко Н.Б., Нечипорук О.П. Особливості реалізації швидких вікон і аналіз похибок, що виникають при їх застосуванні. Розглядається завдання оцінки частоти і амплітуди сигналу на фоні завад із застосуванням швидких вікон. Визначаються особливості реалізації швидких вікон і їх використання при зважуванні або фільтрації вхідних сигналів

Ключові слова: ПРОСТОРОВО-ЧАСОВИЙ СИГНАЛ, ВАГОВА ФУНКЦІЯ, ШВИДКІ ВІКНА, СПЕКТР, ЧАСТОТА, СПЕКТРАЛЬНА ЩІЛЬНІСТЬ, ПЕРЕТВОРЕННЯ ФУР'Є

Марченко Н.Б., Нечипорук Е.П. Особенности реализации быстрых окон и анализ погрешностей, возникающих при их применении. Рассматривается задача оценки частоты и амплитуды сигнала на фоне помех с применением быстрых окон. Определяются особенности реализации быстрых окон и их использования при взвешивании или фильтрации входных сигналов

Ключевые слова: ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЙ СИГНАЛ, ВЕСОВАЯ ФУНКЦИЯ, БЫСТРЫЕ ОКНА, СПЕКТР, ЧАСТОТА, СПЕКТРАЛЬНАЯ ПЛОТНОСТЬ, ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

Marchenko N.B., Nechyporuk O.P. Features fast implementation of windows and analysis of error in their application. The task of estimating the frequency and amplitude of the signal from the noise background with the use of fast-ups. Determined implementation features fast windows and their use in weighing or filtering of input signals.

Keywords: SPACE-TIME SIGNAL, THE WEIGHT FUNCTION, RAPID WINDOWS, RANGE, FREQUENCY, SPECTRAL DENSITY, THE FOURIER TRANSFORM

Оскільки скінченна імпульсна характеристика (СІХ) фільтрації сигналу може бути здійснена кількома способами, в залежності від типу вхідних сигналів обирається той чи інший спосіб фільтрації. Визначимо тип вхідних сигналів, для яких найбільш доцільне застосування швидких вікон.

Просторово-часові сигнали можна умовно розбити на два типи – інваріантні та неінваріантні до зсуву. Сигнали другого типу (не інваріантні до зсуву) характерні, наприклад, для фокусованих локаційних систем з синтезованою апертурою (СА) [1].

Неінваріантність до зсуву сигналів другого типу виявляється в тому, що для формування кожної вихідної реалізації фільтра (швидкого вікна), що здійснює часове сумування сигналів СА з фокусуванням, необхідно частково або повністю замінювати масив вхідних реалізацій швидкого вікна. В цьому випадку

$$X_{рез} = \sum_{k=0}^{T-1} a_k x_k \,, \qquad \textbf{(1)}$$

де $\{x_n\} = \{x_0, x_1, \dots x_{N-1}\}$ – вхідний сигнал, N – довжина $\{x_n\}$.

Очевидно, що формула (1) представляє собою окремий випадок згортки, причому використовується тільки одна вихідна реалізація. Обчислювальні затрати (ОЗ) такої операції становлять N множень і $N-1$ складання, як у нерекурсивного фільтра (у випадку нерекурсивного фільтра немає необхідності обчислювати весь перехідний процес, досить обчислити одну вихідну реалізацію). В той же час ОЗ тільки алгоритму прямого швидкого перетворення Фур'є (ШПФ) Кулі-Тьюкі [2] для дійсної вихідної послідовності становлять близько $0,5N\log_2 N$ комплексних множень і $N\log_2 N$ комплексних додавань, тобто у багато разів більше, ніж у нерекурсивного фільтра, а для обчислення згортки через ШПФ необхідно здійснити в 2-3 рази більше операцій [2]. При використанні швидкого вікна для отримання однієї вихідної реалізації необхідно пропустити через нього всі N реалізацій сигналу першого типу. Число додавань для однієї базової ланки (БЛ) порядку P при проходженні через нього N реалізацій складає $A = 2(N-P+1)+2(p-2)$ враховуючи початковий і кінцевий перехідні процеси і не вважаючи додавання нуля за операцію. В даному випадку кінцевий перехідний процес можна не враховувати, тоді $A = 2(N-P+1)+(p-2) = 2N-P$. На виході БЛ маємо N реалізацій. Якщо вважати додавання нуля за операцію, то число додавань в одному БЛ $A = 2N$, не враховуючи кінцевий перехідний процес.

Якщо структура швидкого вікна має I базових ланок то $A = \sum_{i=1}^{I} A_i + A_{//}$, де $A_{//}$ – число додавань для *i*-ї БЛ. $A_{//}$ з'являється в разі наявності в структурі швидкого вікна паралельних гілок; якщо таких гілок дві, то $A_{//} = N$, якщо три – $A_{//} = 2N$ і т.д.

Число множень B визначається також структурою вікна. При наявності b множників в структурі вікна $B = bN$.

Припустимо, що сигнал першого типу довжини N потрібно обробити відповідно до (1), причому a_k – коефіцієнти вікна Бартлетта (або іншого вікна, що реалізується каскадним з'єднанням БЛ). У структурі швидкого вікна буде дві БЛ з $P_1 = P_2 = 0.5(N+1)$. Тоді $A = 3N - 1$, $B = 0$. У той же час, для реалізації вікна Бартлетта СІХ-фільтром потрібно $N-1$ додавання і N множень. Якщо при обробці сигналів в обчислювачі множення виконується повільніше, ніж додавання, то доцільно використовувати швидке вікно, Якщо ж час виконання цих операцій однаковий, то використовують СІХ-фільтр.

Таким чином, в загальному випадку для просторово-часових сигналів першого типу доцільніше застосовувати нерекурсивний фільтр із кінцевою імпульсною характеристикою (КІХ), який використовується для отримання однієї вихідної послідовності, після чого весь вектор $\{x_n\}$ або його частина замінюється і обчислюється наступна вихідна послідовність і т. д.

Прикладами вхідних просторово-часових сигналів другого типу можуть служити вхідні сигнали лінійних цифрових фільтрів, послідовність сигналів, що приймаються з однієї дальності бортової не фокусованої радіолокаційної станції (РЛС) з СА [1].

Такі сигнали $\{x_p^{(i)}\}$ можуть бути отримані шляхом зсуву вихідної послідовності реалізацій $\{x_n\}$.

$$\{x_p^{(0)}\} = \{x_0, x_1, \ldots x_{p-1}\}; \qquad \{x_p^{(1)}\} = \{x_0, x_1, \ldots x_p\};$$

$$\{x_p^{(2)}\} = \{x_0, x_1, \ldots x_{p+1}\}; \quad \ldots\ldots \quad \{x_p^{(N-p)}\} = \{x_{N-p}, x_{N-p+1}, \ldots, x_{N-1}\}. \qquad \textbf{(2)}$$

Надалі вхідні сигнали, які не задовольняють (2), будуть називатися сигналами першого типу; вхідні сигнали, які задовольняють (2) – сигналами другого типу.

Зважене підсумовування сигналів СА може бути представлено у вигляді ковзного вікна, що підсумовує сигнали з відповідними ваговими коефіцієнтами. Такій операції відповідає лінійна згортка $y_n = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_k h_{h-k} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h_k x_{n-k}$, де $\{x_n\}$ – вхідний сигнал довжини $N\,(n = 0,1,\ldots,N-1)$; $\{h_k\}$ – імпульсна характеристика фільтра, що здійснює вагову обробку (вікно) довжиною $P\,(k = 0,1,\ldots,P-1)$.

Результат $\{y_n\}$ згортки має довжину $N + P - 1$ і містить перехідні процеси на початку і в кінці $\{y_n\}$ довжиною по $P-1$ реалізацій, які для систем з СА в загальному випадку не представляють інтересу. Тому в разі обчислення згортки за допомогою нерекурсивною СІХ-фільтра абсолютні ОЗ для y_n отримаємо $C_{нсіх}^{абс} = (N - P + 1)(P + Pk_y - 1)$, де k_y – відношення часу обчислення множення до часу обчислення додавання в конкретному обчислювачі. При $N = P$ і $k_y = 1$ виходить сигнал першого типу з ОЗ $2N - 1$.

Швидкі вікна здійснюють поточну обробку сигналів, тому для отримання початкової реалізації y_p необхідно на вхід швидкого вікна подати P першу значень $\{x_p\}$, тобто $\left\{x_p^{(0)}\right\}$. ОЗ такого першого кроку Q_H будуть такими ж, як і у випадку обробки сигналів першого типу: $Q_H = A + B = (1+k_y)A = (1+k_y)\left[\sum_{i=1}^{I} A_i + A_{//}\right]$.

Обчислення інших реалізацій y_n здійснюється поточному режимі і синхронно з надходженням вхідних реалізацій в тому сенсі, що після подачі чергової вхідної реалізації з'являється чергова вихідна. В залежності від структури швидкого вікна ОЗ потокової обробки (ПО) для вікон, що розглядаються в даній роботі, $Q_{ПО} = 4\ldots(10+2k_y)$ еквівалентних додавань на одну вихідну реалізацію. Тобто ОЗ обчислення y_n складають $C_{ШВ}^{абс} = (N-P)Q_{ПО} + Q_H$. Якщо ж вважати складання з нулем і множення на нуль за операцію, то

$$C_{ШВ}^{абс} = NQ_{ПО}. \qquad \textbf{(3)}$$

Порівняємо ОЗ швидких вікон і згортки на основі ШПФ-алгоритму за основою два [2]. Вважаємо, що для зниження ОЗ спектр вікна $H_k = F\{h_n\}$ попередньо розрахований, тобто виконується пряме ДПФ сигналу $\{x_n\}$, перемножування його спектра X_k на H_k та обчислення оберненого ДПФ. Як відомо, для обчислення ДПФ дійсних вхідних послідовностей довжиною M потрібно $0{,}5M\log_2 M$ комплексних множень і $M\log_2 M$ комплексних додавань [2]. Якщо комплексне множення реалізується чотирма дійсними множеннями і двома дійсними додавання, то загальне число нетривіальних множень складає $M(2\log_2 M - 7) + 12$, а число нетривіальних додавань – $M(3\log_2 M - 5) + 10$. Відповідно для цього алгоритму потрібно $\{[M(2\log_2 M - 7) + 12]k_y + M(3\log_2 M - 5) + 10\}$ еквівалентних додавань. Для забезпечення лінійності згортки довжина ДПФ повинна бути $M = N + P$. При цьому $\{x_n\}$ і $\{h_n\}$ доповнюються нулями справа. У подальшому оціночному розрахунку ці нулі не вважаються тривіальними операціями. Якщо ж враховувати тривіальність операцій з цими нулями, то число нетривіальних множень зменшиться на $P(2\log_2 P - 5)$, а число нетривіальних додавань – на $P(3\log_2 P - 4)$. Після переводу сигналу в частотну область X_k множиться на H_k, тобто потрібно виконати M комплексних множень або $2M(2k_y + 1)$ еквівалентних додавань. Далі обчислюється ОШПФ. Його ОЗ складають $2M(2l\log_2 M - 7) + 24$ дійсних множень і $6M(2l\log_2 M - 1) + 8)$ дійсних додавань [2].

З урахуванням наведених співвідношень, абсолютні ОЗ швидкої згортки (ШЗ) на основі ШПФ-алгоритму за основою два складуть

$$C_{ШЗ}^{абс} = 9M(\log_2 M - 1) + [M(\log_2 M - 17) + 36]k_y + 18, \quad \text{де } M = N + P.$$

Виграш швидких вікон у порівнянні з швидкою згорткою становить $R_{ШВ-ШЗ} = \dfrac{C_{ШЗ}^{абс}}{C_{ШВ}^{абс}}$. При $P << N$ використовують секціонування згортки шляхом розбиття $\{x_n\}$ на відрізки довжиною P. В цьому випадку буде приблизно N/P відрізків довжиною P. Для забезпечення лінійності згортки довжини $\{h_p\}$ довжину відрізків збільшують до P.

Оцінимо $R_{ШВ-ШЗ}$. Нехай, наприклад $M = 128$. Тоді $R_{ØÂ-ØÇ} \approx \dfrac{6930 + 3236k_y}{Q_{ÏÎ} \cdot 128} \approx \dfrac{54 + 25{,}3k_y}{Q_{ÏÎ}}$.

При $k_y = 1$, $R_{ШВ-ШЗ} \approx 6{,}5\ldots20$. Очевидно, що при збільшені k_y виграш зростає.

З іншого боку, для ШПФ-алгоритму за основою два розміри вхідних послідовностей повинні бути рівні 2^k, де $к$ – ціле додатне число. В іншому випадку довжини послідовностей збільшують, доповнюючи справа нулями, що додатково збільшує $R_{ШВ-ШЗ}$. Для ряду інших

ШПФ-подібних алгоритмів такого обмеження на розмір послідовності немає, проте в загальному випадку є інші обмеження.

Таким чином, для сигналів другого типу при $P > 3 \ldots 7$ (що практично завжди має місце) швидкі вікна мають менші ОЗ в порівнянні з іншими алгоритмами лінійної фільтрації. Застосування швидких вікон для сигналів першого типу зазвичай недоцільно.

При реалізації БЛ особливе значення має розрахунок похибки, пов'язаної з округленням та/або усіченням чисел при реалізації накопиченого підсумовування [3]. Очевидно, що похибка округлення та/або усічення в такій схемі буде накопичуватися.

Якщо прийняти, що похибки округлення або усічення на кожному такті некорельовані між собою, то з теорії похибок відомо, що результуюча середньоквадратична похибка

$$\sigma = \sqrt{\sum_{n=1}^{N} \sigma_n^2}\ , \qquad (4)$$

де σ_n – середньоквадратична похибка округлення або усічення для однієї операції додавання.

У БЛ на кожну вихідну реалізацію припадає одне підсумовування і одне віднімання, тому для вхідного сигналу довжини N формула (4) приймає вигляд: $\sigma = \sqrt{2\sum_{n=1}^{N} \sigma_n^2}$. **(5)**

Оскільки на кожному кроці середньоквадратичні похибки підсумовування не залежать від номера вхідної реалізації, то (5) перепишеться у вигляді: $\sigma = \sqrt{2\sigma_1^2 \sum_{n=1}^{N} \sigma_n^2} = \sigma\sqrt{2N}$, **(6)**

де $\sigma_1 = \sigma_n$ середньоквадратична похибка округлення для одного підсумовування.

Можна визначити похибка для каксадного і параллельного з'єднання БЛ, відобразивши похибки кожної БЛ у вигляді відносних середньоквадратичних похибок $\delta = \dfrac{\sigma_i}{\sigma_{yi}}$, **(7)**

де σ_i – середньоквадратична похибка i-ї ланки, що визначається за формулою (6), σ_{yi} - середньоквадратичне відхилення вихідного сигналу i-ї ланки. Відповідно до правил підсумовування некоррельованних похибок [4], для каскадного з'єднання ланок результуюча відносна середньоквадратична похибка: $\delta = \sqrt{\sum_{i=1}^{I} \delta_i^2}$, де i – число БЛ. **(8)**

Для паралельного з'єднання БЛ абсолютна середньоквадратична похибка на виході (для некорельованих похибок σ_i) $\sigma_{ВИХ} = \sqrt{\sum_{i=1}^{I} \sigma_i^2}$. **(9)**

Відносна середньоквадратична похибка на виході ЦФ $\delta_{ВИХ} = \dfrac{\sigma_{ВИХ}}{\sigma_{УВИХ}}$, **(10)**

де $\sigma_{увих}$ – середньоквадратичне відхилення вихідного сигналу всього ЦФ.

Оскільки похибки в цифрових фільтрах часто виявляються корельованими, обчислювати $\sigma_{óâèõ}$ необхідно індивідуально для кожного конкретного фільтра.

У тих випадках, коли потрібно відтворити форму імпульсної характеристики (ІХ) цифрового фільтра або його АЧХ [4], відносна середньоквадратична похибка апроксимації може бути обчислена за формулами, які реалізують енергетичний підхід: $\delta_{IX} = \sqrt{\dfrac{\sum_{n=0}^{\infty}(h(n) - h_I(n))^2}{\sum_{n=0}^{\infty} h^2(n)}}$, **(11)**

де δ_{IX} – середньоквадратичне відхилення ІХ апроксимуючого фільтра від істинної; $h_з(n)$ – ідеальна (справжня) імпульсна характеристика; $h(n)$ – апроксимуюча ІХ.

Середньоквадратичне відхилення $\Delta_{СП}$ частотної характеристики апроксимуючого фільтра від істинної

$$\Delta_{СП} = \sqrt{\frac{\sum_{k=0}^{N-1}(H(k)-H_I(k))^2}{\sum_{k=0}^{N-1}H^2(k)}}\,, \qquad \textbf{(12)}$$

де $H(k)$ – в даному випадку дискретний спектр дискретного сигналу, наприклад, для ДПФ.

Оскільки вагові функції (вікна) неперіодичні, їх спектр буде неперервним. Тому

$$\Delta_{СП} = \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{\infty}(H(\omega)-H_I(\omega))^2 d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty}H^2(\omega)d\omega}}\,, \qquad \textbf{(13)}$$

де $H_I(\omega)$ – амплітудно-частотна характеристика (АЧХ) ідеального фільтра; $H(\omega)$ – АЧХ швидкого вікна.

Слід зазначити також, що похибкою можна вважати рівень бічного поля вікна, зокрема, рівень першої бічної пелюстки або відношення енергії бічного поля до енергії головного:

$$\delta_{БІЧ} = \sqrt{\frac{\int_{\omega_{0,0}}^{\infty}H^2(\omega)d\omega}{\int_{0}^{\infty}H^2(\omega)d\omega}}\,, \qquad \textbf{(14)}$$

Для узгоджених фільтрів похибка зазвичай виражається в зменшенні піку $\Delta_{СТ}$ стисненого сигналу і коефіцієнта розширення стисненого сигналу [5], тому розрахунки за формулами (10)…(14) дають, як правило, завищені значення похибки. Так, наприклад, розрахунок відношення сигнал / завада на виході узгодженого фільтра показує, що величина $\Delta_{СТ}$ виявляється в багатьох випадках вдвічі менше, ніж похибка, розрахована за формулами (10)…(14). Виходячи з вищенаведеного, рекомендується, розраховувати похибки окремо в кожному конкретному випадку.

З (4) випливає, що $\sigma \to \infty$ при обробці поточних даних, тобто даних що надходять на вхід безперервно ($N \to \infty$). Це означає, що похибка округлення буде накопичуватися у фільтрі і призведе врешті-решт до виходу числа в суматорі за межі розрядної сітки ЕОМ або апаратно реалізованого фільтра.

Якщо технічні умови для фільтра допускають періодичне скидання показників вмісту суматора без істотного погіршення якості цифрової обробки сигналів, можна використовувати цей спосіб для запобігання виходу чисел за межі розрядної сітки процесора.

Іншим способом є установка на вхід фільтра пристрою округлення [6], що обмежує розрядність вхідних даних до величини, яка залежить від допустимої похибки округлення.

Розрядність суматора вибирається такою, щоб у будь-якому випадку підсумовування проводилося точно, т. е. не було виходу за межі розрядної сітки суматора. Якщо підсумовування відбувається точно (для цілих чисел і чисел з фіксованою крапкою), то похибка округлення чисел в суматорі дорівнюватиме нулю, а значить, дорівнює нулю і результуюча похибка – (6). Це не відноситься до похибки округлення вхідного пристрою округлення. Вхідний пристрій може працювати в двох режимах – усічення або округлення.

З теорії похибок відомо, що середньоквадратичне відхилення похибки округлення становить $\sigma = \frac{0.5MP}{\sqrt{3}}$. Відносна середньоквадратична похибка округлення $\delta_{СКВ} = \frac{0.5MP}{\sigma_X}$, де σ_X – середньоквадратичне відхилення сигналу.

З теорії обробки сигналів відомо [7], що система обробки сигналів є хорошою в сенсі динамічного діапазону, якщо пропускає сигнали з піками $\pm 3\sigma_X$. Дане співвідношення можна використовувати як критерій вибору границь обмеження вхідного дискретного сигналу. Слід зазначити, що в основному сигнали інформаційно-вимірювальних систем відносяться до нормальному закону розподілу, виходячи з чого і визначений даний критерій, оскільки ймовірність виходу даних сигналу за межі $\pm 3\sigma_X$ становить 0.27%. При інших законах розподілу (рівномірний, трикутний, трапецеїдальний і т. п.) ймовірність виходу за межі $\pm 3\sigma_X$ ще менша або взагалі може дорівнювати нулю.

Розрядність k суматора, яка при заданому порядку фільтра M і заданій максимальній розрядності вхідних чисел $x(n)$ забезпечує гарантію від переповнення розрядної сітки суматора, вибирається з наступних міркувань [7]. Нехай максимальна розрядність вхідних чисел дорівнює k_1. Тоді для БЛ порядку M в найгіршому випадку число на суматорі буде в M разів більше максимального вхідного числа. Кожна БЛ по суті є не тільки фільтром, але і підсилювачем. Якщо суматор підсумовує числа з фіксованою точкою або цілі, то для зберігання максимального числа розрядність суматора повинна бути на $k_2 = ceil(\log_b M)$ розрядів більше, де $ceil(x)$ – найменше ціле, більше або рівне x; b – основа системи числення процесора (зазвичай $b = 2$).

Таким чином, розрядність суматора $$k \ge k_1 + ceil(\log_b M)\,. \qquad \textbf{(15)}$$

При каскадному з’єднанні фільтрів розрядність суматора останнього каскаду

$$k \ge k_1 + \sum_{i=1}^{I} ceil(\log_b M_i)\ , \qquad \textbf{(16)}$$

де i – число каскадно з’єднаних фільтрів; M_i – довжина ІХ *i*-ї базової ланки.

У разі паралельного з'єднання I БЛ з довжинами ІХ $M_1, M_2, \ldots, M_I$ максимальне значення вихідного сигналу, тобто вмісту суматора, становить $\sum_{з=1}^{/\ 2} \grave{I}_{з}$, тому розрядність визначається за формулою $$k \ge k_1 + ceil(\log_b \sum_{i=1}^{I} M_i)\,. \qquad \textbf{(17)}$$

Розрядність суматора при комбінованому способі з'єднання БЛ визначається шляхом послідовного використання формул (16) і (17).

При такому виборі розрядності суматорів похибка округлення чисел в суматорі дорівнюватиме нулю. Слід зазначити, що при виведенні формул (15)…(17) непотрібна інформація про наявність або відсутність знака чисел, що дозволяє зробити висновок про справедливість формул (15)…(17) як для чисел зі знаком, так і для беззнакових.

Необхідна розрядність суматора, оцінена по формулам (16) і (17), може перевищувати максимально допустиму, тобто розрядність того процесора (обчислювача), який передбачалося використовувати для вагової обробки даних. Якщо немає можливості використовувати інший тип обчислювача, потрібно або зменшити задану максимальну розрядність вхідних чисел $x(n)$ (це призведе до втрати малих значень сигналу), або масштабувати вхідний сигнал поетапно. Наприклад, при каскадному з'єднанні БЛ масштабуючі ланки краще включити перед кожною БЛ, а не тільки перед першою БЛ в каскаді. Це дозволяє зменшити ймовірність "зникнення" малих значень вхідного сигналу.

Як відомо, згортку сигналу довжиною N і ІХ фільтра довжиною P можна обчислити різними способами. При цьому ОЗ також будуть відрізнятися одна від одної.

У разі обчислення згортки за допомогою нерекурсивною СІХ-фільтра абсолютні ОЗ складатимуть, враховуючи перехідний процес, $$C^{абс}_{НСІХ\_ПП} = NPk_y + NP - N - P + 1\,, \qquad \textbf{(18)}$$

Без урахування перехідних процесів $$C^{абс}_{НСІХ\_БП} = (N - P + 1)(P + Pk_y - 1)\,, \qquad \textbf{(19)}$$

Якщо для обчислення згортки використовується нерекурсивний СІХ-фільтр з проріджені ІХ (крок проріджування дорівнює *r*) і двома відновлюючими БЛ, то з урахуванням перехідних процесів абсолютні ОЗ згортки складуть

$$C_{НСІХ\_ПР}^{абс} = \frac{NP}{r} k_y + (N - r)(\frac{P}{r} - 1) + 4 . \quad \textbf{(20)}$$

Абсолютні ОЗ для швидких вікон $C_{ШВ}^{абс} = 4...(10 + 2k_y)N$, **(21)**

а абсолютні ОЗ для обчислення згортки за допомогою ШПФ-алгоритму за основою два

$$\begin{aligned} C_{ШЗ}^{абс} &= 9(N+P)(\log_2(N+P)-1) - P(3\log_2 P - 4) + \\ &+ \left[(N+P)(6\log_2(N+P)-17) - P(2\log_2 P - 5) + 36\right]k_y + 18. \end{aligned} \quad \textbf{(22)}$$

Для обчислення згортки також можна використовувати теоретико-числові перетворення (ТЧП) [1, 2]. Вони обчислюються тільки для послідовності цілих чисел x_n

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n a_N^{nk} (\mathrm{mod}\, M), \qquad x_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X_k a_N^{-nk} (\mathrm{mod}\, M).$$

Тут M – ціле додатне число; N – ціле додатне число, взаємно просте з M й таке, що воно ділить $p-1$ без залишку, де p – будь-який з простих співмножників M ; a_n – число, таке, що N є найменшим додатнім числом , для якого справедливо $a_N^N \equiv 1(\mathrm{mod}\, M)$.

Для ТЧП Ферма (ТЧПФ) у якості M вибирається число Ферма $M = 2^b + 1$, де $b = 2^t$.

Видно, що перетворення (22) має структуру, схожу на структуру ДПФ. Якщо в якості N використовувати ступінь двійки, то така довжина допускає застосування для обчислення перетворення алгоритму ШПФ за основою два. У загальному випадку, для реалізації цього алгоритму потрібно $0,5M(\log_2 M - 2) + 1$ дійсних множень і $M \log_2 M$ дійсних додавань. Проте ці числа (обчислювальні витрати) можна істотно зменшити, вибравши a_n певним чином і звівши множення до простого зсуву.

Для загального випадку обчислення згортки за допомогою ТЧП абсолютні ОЗ складуть

$$C_{T\ \ ПФ}^{абс} = \left[(N+P)(\log_2(N+P)-2)+1\right]k_y + 2(N+P)\log_2(N+P) + N + P .$$

Отже, абсолютні ОЗ згорток (крім швидких вікон) залежать від трьох параметрів: довжини вхідного сигналу N, довжини ІХ фільтра P і відношення часу обчислення множення і додавання в обчислювачі k_y .

Висновки. ІХ цифрового фільтра може бути реалізована або апроксимована з достатньою точністю за допомогою рекурсивних СІХ-фільтрів з прямокутною ІХ, тобто БЛ. Вихідна ІХ може бути будь-якою, в тому числі і знакозмінною.

При практичній реалізації швидких вікон для боротьби з виходом чисел за межі розрядної сітки ЕОМ на вхід фільтра слід встановлювати пристрій округлення або усічення сигналів. Розрядність суматорів у фільтрі вибирається такою, щоб у будь-якому випадку підсумовування проводилося точно. У схемі можливе також застосування ланок, що масштабують вхідний сигнал. При цьому округлення або усічення допускається тільки поза межами швидкого вікна. Найбільш доцільним варіантом застосування швидких вікон є зважування або фільтрація вхідних сигналів, що представляють собою множини, які перетинаються (сигнали другого типу).

Література

1. Радиолокационные станции воздушной разведки / под ред. Г.С. Кондратенкова. – М.: Воениздат, 1983. – 152 с.

2. Нуссбаумер Г. Быстрое преобразование Фурье и алгоритмы вычисления сверток / Г. Нуссбаумер : пер. с англ. под ред. В.М.Амербаева, Т.Э.Кренкеля. – М.: Радио и связь, 1985. – 248 с.

3. Гольденберг Л.М. Цифровая обработка сигналов / Л.М. Гольденберг, Б.Д. Матюшкин, М.Н. Поляк. – М.: Радио и связь, 1990. – 256 с.

4. Карташев В.Г. Основы теории дискретных сигналов и цифровых фильтров : учеб. пособие для вузов / В.Г. Карташев. – М.: Высшая школа, 1982. –109 с.

5. Ширман Я.Д. Разрешение и сжатие сигналов / Я.Д. Ширман. – М.: Сов. радио, 1974. – 360 с.

6. Зелкин Е.Г. Атомарные функции в задачах синтеза антенн и новые синтезированные окна / Е.Г. Зелкин, В.Ф. Кравченко. – Радиотехника и электроника. – 2001. – Т. 46, №8. – С.903-931.

7. Рабинер Л. Теория и применение цифровой обработки сигналов / Л. Рабинер, Б. Гоулд. – М.: Мир, 1978. –848 с.

УДК 519.21

Нечипорук В.В., к.т.н. *(Національний авіаційний університет)*

ЦИФРОВА ОРТОГОНАЛЬНА ФІЛЬТРАЦІЯ ПРОСТОРОВО-ЧАСОВИХ СИГНАЛІВ В БАГАТОКАНАЛЬНИХ КОРЕЛЯЦІЙНИХ СИСТЕМАХ

Нечипорук В.В. Цифрова ортогональна фільтрація просторово-часових сигналів в багатоканальних кореляційних системах. Розглядається задача обґрунтування способів моделювання різних процесів, зокрема RC-шуму. Описуються найпростіші моделі шумів з дискретним часом, особливості і властивості таких моделей, побудовано графіки оцінки кореляційної функції та спектральної щільності потужності RC процесу.

Ключові слова: ПРОСТОРО-ЧАСОВИЙ СИГНАЛ, ФУНКЦІЯ РОЗПОДІЛУ, КОРЕЛЯЦІЙНА ФУНКЦІЯ, ПОРОДЖУЮЧИЙ ПРОЦЕС, RC-ШУМ, ФОРМУЮЧИЙ ФІЛЬТР

Нечипорук В.В. Цифровая ортогональная фильтрация пространственно-временных сигналов в многоканальных корреляционных системах. Рассматривается задача обоснования способов моделирования различных процессов, в частности RC-шума. Описываются простые модели шумов с дискретным временем, особенности и свойства таких моделей, построены графики оценки корреляционной функции и спектральной плотности мощности RC процесса.

Ключевые слова: ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЙ СИГНАЛ, ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ, КОРРЕЛЯЦИОННАЯ ФУНКЦИЯ, ПОРОЖДАЮЩИЙ ПРОЦЕСС, RC-ШУМ, ФОРМИРУЮЩИЙ ФИЛЬТР

Nechyporuk V.V. Digital filtering of orthogonal space-time correlation of signals in multichannel systems. The problem of justification of how different processes, including RC-noise. We describe a simple model with a discrete time noise, characteristics and properties of these models, as the graphs estimate the correlation function and power spectral density of RC process.

Keywords: SPACE-TIME SIGNAL, DISTRIBUTION FUNCTION, CORRELATION FUNCTION, GENERATING PROCESS, RC-NOISE, SHAPING FILTER

Дана робота присвячена математичним моделям шумів, що відіграють виняткову роль як первинні моделі при моделюванні більш складних процесів, наприклад, смугового процесу. В залежності від області науки, в якій застосовується метод моделювання, моделі бувають фізичні, біологічні, астрономічні, математичні, тощо. Дана робота присвячена математичним моделям. Їх зручно поділяти на аналогові (з неперервним часом) і цифрові (дискретним часом). В роботі ставиться задача достатньо вичерпно описати найпростіші моделі шумів з дискретним часом, обґрунтувати формули їх теоретичних параметрів, проілюструвати графічно формули, а також описати особливості і властивості таких моделей.

Сигнали можуть бути об'єктами теоретичних досліджень і практичного аналізу лише в тому випадку, якщо вказаний спосіб їх математичного опису – математична модель сигналу. Математичний опис дозволяє абстрагуватися від фізичної природи сигналу та матеріальної форми його носія, проводити класифікацію сигналів, виконувати їх порівняння, встановлювати степінь тотожності, моделювати системи обробки сигналів. Як правило, опис сигналу задається функціональною залежністю певного інформаційного параметра сигналу від незалежної змінної. Вибір математичного апарата опису визначається простотою та зручністю його використання при аналізі і обробці інформаційних сигналів [1]. При реєстрації на детекторі сигналів, що несуть цільову для даного виду вимірювань інформацію, у сукупності з основним сигналом одночасно реєструються і побічні сигнали – шуми та