

УДК 643.33:547.128

Білецький Е.В., канд. техн. наук, доц.<sup>1</sup>,

1 – Харківський торговельно-економічний інститут Київського національного торговельно-економічного університету, м. Харків, Україна, e-mail: bileckyj@meta.ua;

Петренко О.В., канд. техн. наук<sup>2</sup>

2 – Харківський державний університет харчування та торгівлі, м. Харків, Україна, e-mail: elena\_lion\_71@mail.ru

## МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ ГІДРАВЛІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТЕЧІЇ НЕНЬЮТОНІВСЬКИХ РІДИН У КАНАЛАХ БАЗОВОЇ ГЕОМЕТРІЇ

Biletsky E.V., Cand. Sc. (Tech.), Assoc.  
Prof.<sup>1</sup>,

1 – Kharkiv institute of Trade and Economy of Kyiv National University of Trade and Economy, Kharkiv, Ukraine, e-mail: bileckyj@meta.ua;

Petrenko E.V., Cand. Sc. (Tech.)<sup>2</sup>

2 – Kharkiv State University of Food Technology and Trade, Kharkiv, Ukraine, e-mail: elena\_lion\_71@mail.ru

## METHOD OF CALCULATION HYDRAULIC CHARACTERISTICS FLOW CHANNELS NON-NEWTONIAN FLUID IN BASIC GEOMETRY

**Мета.** Метою статті є розробка методики інженерних розрахунків гідравлічних показників течії неньютонівських матеріалів у каналах базової геометрії, яка дозволяє порівнювати результати експерименту з розрахунковими даними і в подальшому визначати необхідні параметри для підвищення енергоефективності різноманітного технологічного обладнання.

**Методика.** У процесі досліджень використано методику розв'язання тривимірних задач реодинаміки неньютонівських матеріалів у каналах складної форми з рухомими границями шляхом зведення тривимірних задач до одновимірних задач базової геометрії.

**Результати.** На підставі проведених досліджень запропоновано методику розрахунку гідравлічних характеристик течії неньютонівських рідин у каналах базової геометрії технологічного обладнання.

**Наукова новизна.** Удосконалено науково-методологічний підхід до розрахунку гідродинамічних показників течії в'язкопластичної рідини в каналах базової геометрії технологічного обладнання.

**Практична значущість.** Отримані результати дозволяють визначати необхідні гідравлічні параметри для підвищення енергоефективності різноманітного технологічного обладнання та уникнути використання традиційних методів експериментальних досліджень, які потребують значних фінансових і часових витрат.

**Ключові слова:** неньютонівські рідини, математичне моделювання, гідравлічні характеристики, течія, канал, технологічне обладнання.

Основні процеси харчової промисловості пов'язані з рухом складних дисперсних систем, більшість з яких є неньютонівськими рідинами. Течії рідин з малими значеннями в'язкості набувають застосування, як проміжні теплоносії, в оболонках теплових апаратів. Як правило, рух рідини з великою в'язкістю від-

бувається у каналах робочих камер різноманітних технологічних машин і залежить від багатьох параметрів, а саме: тиску, витрати, швидкості зрушення, температури, ступеня перемішування, дисперсності та ін. Таким чином, знання структури та режимів течії відіграє важливу роль в організації технологічних процесів і дозволяє впливати на їх енергоефективність шляхом встановлення раціональних значень гідродинамічних, теплових, масообмінних та інших показників.

Вивчення опису течії нелінійних матеріалів у каналах складної геометрії є можливим шляхом розробки теоретично обґрунтованих тривимірних математичних моделей течії неньютонівської рідини в каналах базової геометрії для подальшого отримання найбільш оптимальних і енергоефективних конструктивно-технологічних показників процесів і апаратів у хімічній та харчовій галузях.

У роботі [1] теоретично обґрунтовано та вирішено задачу течії в каналах базової геометрії у тривимірному описі. Окремо було розглянуто поздовжню течію під впливом дії різниці тисків на кінцях каналу. Крім цього додатковою рушійною силою є рух границь каналу, на швидкості яких не накладаються жодні граничні обмеження. Отримані математичні моделі дозволяють обчислювати основні макродинамічні та макрокінетичні характеристики течії в кожній точці каналу.

Необхідно зазначити, що отримані математичні розв'язання моделей течії неньютонівських матеріалів повинні мати достатню достовірність отриманих результатів. Відомо, що в реальних умовах об'єкт досліджень не може бути повністю адекватним побудованій моделі, оскільки за її побудови застосовувалися різні наближення та узгодження. Тому основним засобом підтвердження вірогідності отриманих теоретичних рішень є експериментальні дослідження та на їх підставі оцінка адекватності отриманих моделей.

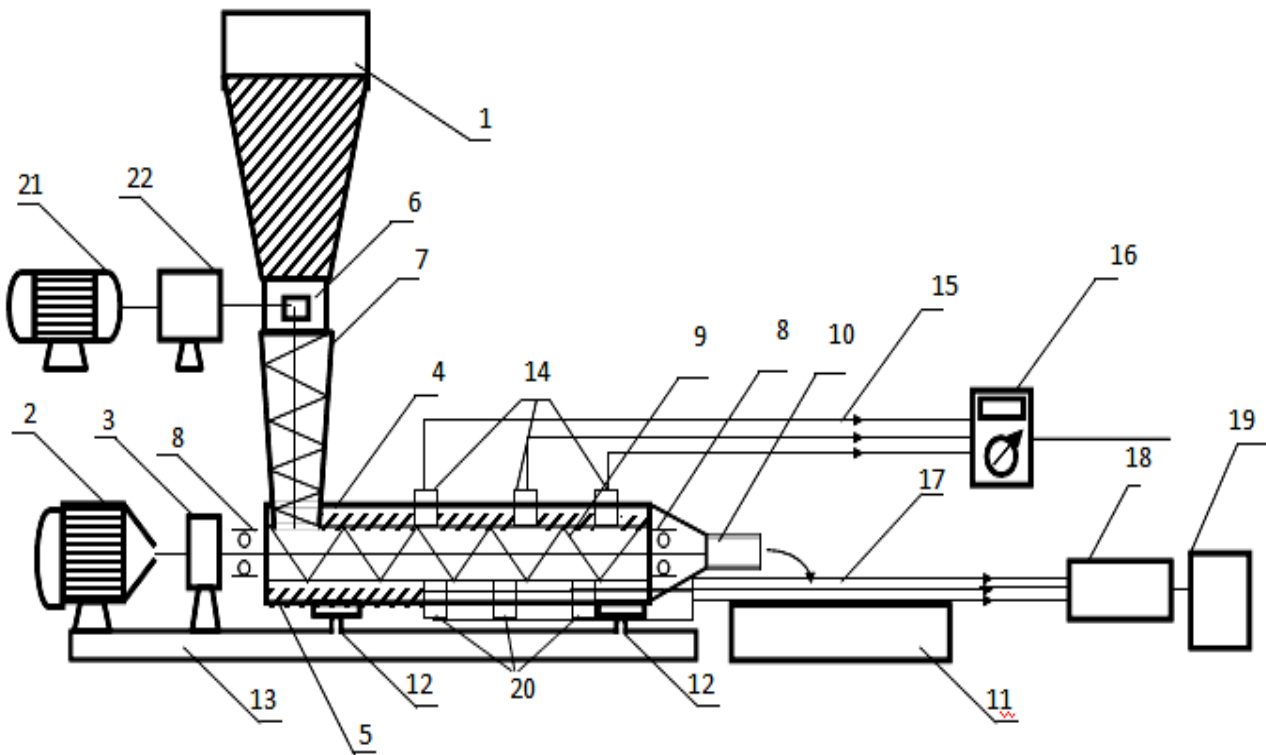
З огляду на вищесказане, пропонується розрахункова методика перевірки експериментальних даних з теоретичними результатами моделей течії в каналах базової геометрії.

Для дослідження течії неньютонівських рідин у пласкому каналі було розроблено та виготовлено експериментальний стенд для вимірювання гідравлічних характеристик, поданий на рисунку, який дозволив дослідити та адекватно оцінити такі характеристики: тиск, температуру, витрату і потужність, що є найголовнішими щодо ефективного перебігу технологічних процесів харчової і хімічної промисловості [2].

Як об'єкти досліджень характеристик течії неньютонівських рідин було обрано матеріали, які завдяки своїм властивостям дають змогу найбільш повно оцінити вищеназвані характеристики (фарш рибний та яловичий, сир нежирний та плавлений, маса сирна, цукеркова маса праліне «кара-кум»).

Для обробки експериментальних даних було розроблено методику розрахунку гідравлічних характеристик течії неньютонівських рідин у каналах базової геометрії.

Ґрунтуючись на виборі геометричних розмірів каналу черв'яка, можна вважати цей канал близьким до плаского, а впливом другої пари стінок можна знехтувати [3].



1 – завантажувальний бункер; 2 – електродвигун; 3 – редуктор; 4 – шнековий нагнітач; 5 – охолоджуюча оболонка; 6 – з'єднувальна труба; 7 – живильник-дозатор; 8 – підшипникові вузли; 9 – черв'як; 10 – мундштук; 11 – приймальна посудина; 12 – опори; 13 – опорна рама; 14 – термопари; 15 – дроти термопар; 16 – вольтметр; 17 – дроти; 18 – тензопосилувач; 19 – самописний прилад; 20 – тензодатчики; 21 – електродвигун; 22 – редуктор.

Рисунок 1 – Пристрій для вимірювання гідравлічних характеристик течії неньютонівських рідин

У цьому випадку вирази для визначення координат границь мають такий вигляд:

$$\gamma^{\pm} = \delta\gamma \pm \gamma; \quad \gamma = \frac{dP}{d\zeta}; \quad \delta\gamma = \frac{\mu(W^+ - W^-)}{2h\tau_0}, \quad (1)$$

де  $\gamma^{\pm}$  – границі ядра, м;  
 $\delta$  – ширина каналу, м;  
 $\tau_0$  – граничне напруження зрушення Па с;  
 $\mu$  – в'язкість, Па;  
 $h$  – висота каналу.

Для опису витрати за течії у плоскому каналі отримано вираз:

$$V_1 = (W^+ + W^-)h - (W^+ - W^-)h\delta\gamma_1 - \frac{2}{3} \frac{h^2}{\mu_0} \frac{dP_1}{d\zeta_1} \left(1 - \frac{3}{2}\gamma_1 + \frac{1}{2}\gamma_1^3 - \frac{3}{2}\gamma_1(\delta\gamma_1)^2 - 3(\delta\gamma_1)^2\right). \quad (2)$$

Витрати за умов течії у круглій трубі обчислюються за такою формулою:

$$V_2 = \frac{\pi r_0^3}{8\mu_0} \frac{dP_2}{d\zeta_2} \left(1 - \frac{4}{3}\gamma_2 + \frac{1}{3}\gamma_2^4\right). \quad (3)$$

де  $V_1, V_2$  – витрати,  $\text{см}^3/\text{с}$ .

Слід пояснити, що у формулах (2) і (3) для розрізнення характеристик течії, що відносяться до плаского каналу та труби, використовуються індекси «1» і «2» відповідно.

Система рівнянь для обчислення витрати течії має такий вигляд:

$$\frac{dP_1}{dZ_1} L_1 + \frac{dP_2}{dZ_2} L_2 = 0, \quad (4)$$

де  $L_1$  – довжина плаского каналу, м;

$L_2$  – довжина труби, м.

Стосовно черв'ячного обладнання, було прийнято, що величина  $L_1$  – це довжина гвинтової лінії каналу витків;  $L_2$  – довжина мундштука;  $r_0$  – радіус мундштука.

Числовий аналіз показав, що без значної втрати точності можливі такі спрощення:

$$\begin{aligned} 1 - \frac{3}{2}\gamma_i + \frac{1}{2}\gamma_i^3 &\approx 1 - \gamma_i; \\ 1 - \frac{4}{3}\gamma_2 + \frac{1}{3}\gamma_2^4 &\approx 1 - \gamma_2. \end{aligned} \quad (5)$$

Розв'язавши систему рівнянь (4), отримуємо такі результати:

$$\frac{dP_1}{d\zeta_1} = \frac{3\mu_0(W^+ - W^-)}{2h_1} \left\{ 1 + \frac{\mu_0(W^+ - W^-)}{2h\tau_0} \times \frac{\gamma_1}{(1-\gamma_1)^2} \right\} \times \frac{1}{1 + \xi \frac{3\pi r_0^3}{s16a_1 h_1^2} \times \frac{1-\gamma_1/\xi_s}{1-\gamma_1}}, \quad (6)$$

$$V_1 = V_2 = V = (W^+ + W^-) a_1 h_1 \left\{ 1 + \frac{\mu_0 (W^+ - W^-)}{2h\tau_0} \times \frac{\gamma_1}{(1 - \gamma_1)^2} \right\} \times \frac{\xi_s (\pi r_0^3 / 16 a_1 h_1^2) \times (1 - \gamma_1 / \xi_s)}{1 + \xi_s (\pi r_0^3 / 16 a_1 h_1^2) \times (1 - \gamma_1 / \xi_s)},$$

У випадку гвинтового каналу в системі координат, що обертається разом із черв'яком, величину швидкості  $W_1$  слід вважати такою, що дорівнює нулю. Для величини  $\gamma^\pm$  справедливим є такий вираз:

$$\gamma_1 \approx \frac{2h\tau_0}{3\mu_0 W_1^+} \times \left( 1 + \frac{2}{3} \times \frac{3\pi r_0^3}{16 a_1 h_1^2} \xi_s \right). \quad (7)$$

Дослідження здійснювались з використанням двох варіантів черв'яків: черв'як із кроком  $t_B = 8 \text{ мм}$  і глибиною каналу  $2h = 7 \text{ мм}$  та черв'як із кроком  $t_B = 132 \text{ мм}$  і глибиною каналу  $2h = 14 \text{ мм}$ .

Характеристики плаского каналу визначалися за допомогою нижченаведених співвідношень:

$$L_1 = n \times \sqrt{t_B^2 + \pi^2 D^2}, \quad \text{tg} \varphi_B = t_B / \pi D, \quad (8)$$

$$a_1 = t_B \cos \varphi_B;$$

де  $t_B$  – крок черв'яка, мм;

$n$  – кількість витків;

$\varphi_B$  – кут підйому пера черв'яка, град.

Підстановка результатів розрахунків за формулою (8) у (6) приводить до таких виразів для визначення величини витрати черв'ячного пристрою:

$$\dot{V} = 33,2 \times N \left\{ 1 + \frac{0,63\gamma}{(1 - \gamma)^2} \right\} \times \frac{0,60(1 - \gamma / 7,14)}{1 + 0,60 \times (1 - \gamma / 7,14) / (1 - \gamma)}, \quad (9)$$

$$\gamma = \frac{1,31}{\mu_0 W^+ / h\tau_0},$$

$$\dot{V} = 83,5 \times N \left\{ 1 + \frac{0,67\gamma}{(1 - \gamma)^2} \right\} \times \frac{0,68(1 - \gamma / 5,80)}{1 + 0,68 \times (1 - \gamma / 5,80) / (1 - \gamma)},$$

$$\gamma = \frac{1,31}{\mu_0 W^+ / h\tau_0}.$$

Перша з формул (9) відноситься до черв'яка із кроком  $t_B = 86\text{мм}$  і глибиною каналу  $2h = 7\text{мм}$ , а друга – до черв'яка із кроком  $t_B = 132\text{мм}$  і глибиною каналу  $2h = 14\text{мм}$ .

Повна потужність черв'ячного пристрою являє собою суму потужностей, що складається з холостого ходу, переміщення матеріалу, теплової дисипації в каналі черв'яка й теплової дистанції в трубці мундштука.

Вираз для цих потужностей має такий вигляд:

$$W_{\text{трансп.}} = \frac{3\mu_0 L_1 \dot{V}^2}{2a_1 h_1^3 \left( \frac{3\pi r_0^3}{16a_1 h_1^2} \xi_s \right) \times \frac{1-\gamma_1 / \xi_s}{1-\gamma_1}}. \quad (10)$$

Підстановка геометричних характеристик черв'ячного пристрою у виразі (10) приводить до таких результатів:

$$W_{\text{трансп.}} = \frac{\mu_0 \dot{V}^2}{0,60 \times \frac{1-\gamma_1 / 7,14}{1-\gamma_1}} \cdot 5,25 \cdot 10^{-4} \quad (11)$$

$$W_{\text{дисс.черв.}} = 5,94 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\mu_0} \left\{ \frac{\mu_0 \dot{V}}{0,60 \times \frac{1-\gamma_1 / 7,14}{1-\gamma_1}} \right\}^2 \times \left[ (1-\gamma_1^+)^3 + (1+\gamma_1^-)^3 \right]. \quad (12)$$

$$W_{\text{дисс.мундшт.}} = 8,67 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\mu_0} \left\{ \frac{\mu_0 \dot{V}}{0,60 \times \frac{1-\gamma_1 / 7,14}{1-\gamma_1}} \right\}^2 \times 2(1-\gamma_1 / 7,14)^3. \quad (13)$$

$$W_{\text{трансп.}} = 0,36 \cdot 10^{-4} \frac{\mu_0 \dot{V}^2}{0,68 \times \frac{1-\gamma_1 / 5,80}{1-\gamma_1}}. \quad (14)$$

$$W_{\text{дисс.черв.}} = 0,19 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\mu_0} \left\{ \frac{\mu_0 \dot{V}}{0,68 \times \frac{1-\gamma_1 / 5,80}{1-\gamma_1}} \right\}^2 \times \left[ (1-\gamma_1^+)^3 + (1+\gamma_1^-)^3 \right]. \quad (15)$$

$$W_{\text{дисс. мундит.}} = 0,22 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\mu_0} \left\{ \frac{\mu_0 \dot{V}}{0,68 \times \frac{1 - \gamma_1 / 5,80}{1 - \gamma_1}} \right\}^2 \times 2(1 - \gamma_1 / 5,80)^3. \quad (16)$$

Формули (11)-(16) дозволяють порівнювати отримані результати експерименту з розрахунковими даними для умов експерименту, причому формули записані в такому вигляді й з такими множниками, щоб величина  $\dot{V}$  обчислювалася в  $\frac{\text{см}^3}{\text{с}}$  для спрощення порівняння з експериментальними даними.

Формули (9), (10), (11)-(16) розраховувалися для черв'яків двох видів, вимірювання кількості обертів вала пристрою відбувалося в межах:  $0,5 \leq N \leq 4 \text{ об/с}$  і порівнювалися з даними експериментів харчових матеріалів.

Під час обробки даних експерименту застосовувалися методи варіаційної статистики, регресійного та дисперсійного аналізу, а також методи перевірки статистичних гіпотез. Проведений аналіз показав, що отримані теоретичні результати добре погоджуються з експериментальними даними та перебувають у межах припустимої похибки.

Таким чином запропонована методика розрахунку гідравлічних характеристик течії неньютонівських матеріалів у каналах базової геометрії з рухомими границями та різницею тисків на кінцях дозволяє в подальшому визначати необхідні параметри для підвищення енергоефективності різноманітного технологічного обладнання й уникнути використання традиційних методів експериментальних досліджень, які потребують значних фінансових і часових витрат.

#### Список літератури / References:

- Товажнянський Л.Л. Моделювання течій неньютонівських рідин у каналах базової геометрії: монографія / Л.Л. Товажнянський, Е.В. Білецький, Ю.А. Толчинський. – Х.: ХПІ, 2013. – 319 с.  
Tovazhnianskyi, L.L., Biletskyi, E.V. and Tolchynskyi, Yu.A (2013), *Modeliuvannia techii neniutonivskykh ridyn u kanalakh bazovoi heometrii* [Modeling of the currents non-Newton liquids in channel of the base geometry], KhPI, Kharkiv, Ukraine, 319 p.
- Пат. на корисну модель 80032 Україна, МПК G05D 16/08 (2006/01), G05D 7/00. Пристрій для вимірювання гідравлічних характеристик кремнійорганічних рідин / Білецький Е.В., Чуйко А.М.; заявник і патентовласник: Харків. торг.-екон. ін.-т КНТЕУ. – № у 2012 13477; заявл. 26.11.2012; опубл. 13.05.2013, Бюл. № 9. – 4 с.  
Biletskyi, E.V. and Chuiko, A.M. (2013), *Prystrii dlia vymiriuvannia hidravlichnykh kharakterystyk kremniiorganichnykh ridyn* [Device for measurement of the hydraulic features silicon organic liquids], Pat. for useful model 80032, Ukraine, МПК G05D 16/08 (2006/01), G05D 7/00, Proposer and patent owner Kharkov trade-economic institute KNTEU, u 2012 13477, decl. 26.11.2012; publ. 13.05.2013, bulletin № 9, 4 p.

3. Білецький Е.В. Течія в'язкопластичної рідини в пласкому каналі / Е.В. Білецький, Ю.А. Толчинський, О.В. Петренко // Наукові праці ОНАХТ. – 2010. – № 37(10). – С. 122-126.

Biletskyi, E.V., Tolchynskyi, Yu.A and Petrenko, O.V. (2010), “Current viscous plastic to liquids in flat channel”, *Naukovi pratsi ONAKhT*, no. 37(10), pp. 122-126.

**Цель.** Цель статьи – разработка методики инженерных расчетов гидравлических показателей течения неньютоновских материалов в каналах базовой геометрии, которая позволяет в дальнейшем определять необходимые параметры для повышения энергоэффективности разнообразного технологического оборудования.

**Методика.** В процессе исследований использовано методику решения трехмерных задач реодинамики неньютоновских материалов в каналах сложной формы с подвижными границами путем сведения трехмерных задач к одномерным задачам базовой геометрии.

**Результаты.** На основании проведенных исследований предложена методика расчета гидравлических характеристик течения неньютоновских жидкостей в каналах базовой геометрии технологического оборудования.

**Научная новизна.** Усовершенствован научно-методический подход инженерной методики расчета гидродинамических показателей течения жидкости, вязкость которой зависит от скорости сдвига, вязкопластической и степенной жидкостей, в каналах базовой геометрии технологического оборудования.

**Практическая значимость.** Полученные результаты направлены на дальнейшее определение необходимых параметров разнообразного технологического оборудования для повышения его энергоэффективности.

**Ключевые слова:** неньютоновские жидкости, математическое моделирование, гидравлические характеристики, течение, канал, технологическое оборудование.

**Objective.** The purpose of the article to develop methods of engineering calculation of hydraulic parameters of the flow of non-Newtonian materials in the channels of the base, which allows you to further define the necessary parameters for energy efficiency of various process equipment.

**Methods.** During the research methods used, the solution three-dimensional problems reodynamiky non-Newtonian materials in the channels of complex shape with moving boundaries by reducing three-dimensional problems to one-dimensional tasks of basic geometry.

**Results.** On the basis of these studies the method of calculating the hydraulic characteristics of the flow of non-Newtonian fluids in channels of basic geometry processing equipment.

**Scientific novelty.** Improved scientific and methodical approach of engineering techniques hydrodynamic parameters of fluid flow, viscosity which depends on shear rate and v'язkoplasychnoyi and power-law fluids in channels of basic geometry processing equipment .

**Practical value.** The results are aimed at further defining the required parameters of various manufacturing equipment to improve its energy efficiency.

**Key words:** non-Newtonian fluids, mathematical modeling, hydraulic properties, flow, channel equipment.

Рекомендовано до публікації д-ром техн. наук,  
Шаповрим В.П.

Дата надходження рукопису 08.11.2013 р.