

УДК 620.197.5: 669.788

РОЗРАХУНОК КІНЕТИКИ ПЕРЕРОЗПОДІЛУ ВОДНЮ У БІМЕТАЛІЧНИХ З'ЄДНАННЯХ

В. М. БОЙКО, О. В. ГЕМБАРА

Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України, Львів

Запропоновано алгоритм розв'язування методом скінченних елементів задачі теплопровідності та дифузії водню зі змінними коефіцієнтами дифузії і розчинності для структурно-неоднорідних матеріалів. Алгоритм апробовано на прикладі розв'язування задачі для біметалічного циліндричного зразка, який, згідно зі стандартом ASTM G146-01, використовують для досліджень на водневу стійкість біметалічних з'єднань. Отримано розподіл концентрації водню у циліндричному зразку з наплаткою внаслідок охолодження за різних швидкостей після високотемпературного наводнювання. Показано, що у зоні сплавлення зі сторони наплавлення виникають зони надрівноважного перенасичення воднем, що може спричинити відшарування наплавлення від основного металу.

Ключові слова: задача теплопровідності, задача дифузії водню, метод скінченних елементів, біметалічне з'єднання, концентрація водню.

Покриви на сьогодні є найпоширенішими з існуючих методів захисту металів від корозії. Але за високих температур і тисків водневовмісних середовищ, вони, як правило, не перешкоджають проникненню водню в метал, тому відбуватиметься інтенсивне насичення воднем [1–4], що під час експлуатації може призвести до раптового критичного руйнування [5–10].

Тому першим етапом під час кількісного аналізу водневої стійкості біметалічного з'єднання є дослідження накопичення та перерозподілу водню у ньому за високотемпературного наводнювання та охолодження до температури довкілля. Для цього необхідно послідовно розв'язати задачу теплопровідності для знаходження зміни температурного поля, а потім задачу дифузії водню за відповідних умов для біметалічного тіла.

Формулювання задачі. Нехай біметалічне тіло, яке складається із основного матеріалу (матеріал 1) та наплавлення (матеріал 2), займає область Ω . На частині поверхні області S_1 відома концентрація водню C_1 , а на іншій поверхні S_2 – потік водню Φ . Межа сплавлення матеріалів проходить по поверхні S .

Задача теплопровідності полягає у розв'язуванні для області Ω рівняння теплопровідності [10]

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \chi \nabla^2 T, \quad (1)$$

за таких початкових та крайових умов:

під час високотемпературного наводнювання

$$T(x, y, z, 0) = T_0, \quad T(x, y, z, t)|_{S_3} = \begin{cases} T_0 + \nu_1 t, & t \leq t_1 \\ T_1, & t > t_1 \end{cases} \quad (2)$$

та охолодження

Контактна особа: О. В. ГЕМБАРА, e-mail: hembra@ipm.lviv.ua

$$T(x, y, z, 0) = T_1, \quad T(x, y, z, t)|_{S_3} = \begin{cases} T_1 - v_2 t, & t \leq t_2 \\ T_0, & t > t_2 \end{cases}, \quad (3)$$

де χ – коефіцієнт теплопровідності у даній точці тіла; T_0 – температура середовища; T_1 – температура, до якої нагрівається тіло під час наводнювання; v_1 та v_2 – швидкість нагрівання та охолодження тіла, відповідно; $t_1 = (T_1 - T_0)/v_1$; $t_2 = (T_1 - T_0)/v_2$; S_3 – частина поверхні тіла, де задано температуру.

Задача дифузії водню полягає у розв'язуванні для області Ω рівняння Фіка [10]

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \nabla(D(T)\nabla C) \quad (4)$$

де $C = C(x, y, z, t)$ – концентрація водню у тілі; $D(T)$ – коефіцієнт дифузії, який залежить від часу та температури.

Розв'язок рівняння (4) будемо шукати за таких крайових та початкових умов:

$$C(x, y, z, t)|_{S_1} = C_1(x, y, z, t), \quad \mathbf{J}(x, y, z, t)|_{S_2} \cdot \mathbf{n} = \Phi(x, y, z, t) \quad (5)$$

$$C(x, y, z, t)|_{t=0} = C_0(x, y, z), \quad (6)$$

де \mathbf{n} – вектор зовнішньої нормалі до поверхні; \mathbf{J} – потік водню.

Необхідно зазначити, що для неоднорідного тіла, яким є біметал ($K_{s_1} \neq K_{s_2}$), на поверхні поділу матеріалів функція розчинності є розривною. Тому на цій поверхні необхідно задати додаткові умови:

$$C_{s_1}/K_{s_1} = C_{s_2}/K_{s_2}, \quad \mathbf{J}_{s_1} = \mathbf{J}_{s_2}, \quad (7)$$

де C_{s_1} – концентрація водню у матеріалі 1 на межі розділу; C_{s_2} – у матеріалі 2; K_{s_1} і K_{s_2} – коефіцієнти розчинності водню у матеріалах 1 і 2, відповідно.

Алгоритм розв'язання задачі. У математичному відношенні рівняння теплопровідності є частковим випадком рівняння дифузії. Тому надалі розглянемо алгоритм розв'язування задачі дифузії методом скінченних елементів (МСЕ).

Розбиваємо кожен матеріал на скінченні елементи, причому так, щоб на поверхні розділу вузли елементів різних матеріалів збігалися. Розв'язок задачі масоперенесення для кожного скінченного елемента шукаємо у такому вигляді:

$$C(x, y, z, t) = \sum_{i=1}^n N_i(x, y, z) C_i(t), \quad (8)$$

$$T(x, y, z, t) = \sum_{i=1}^n N_i(x, y, z) T_i(t),$$

де N_i – функції форми [11]; C_i та T_i – значення концентрації та температури у вузлах скінченних елементів.

Якщо записати співвідношення (8) у матричній формі і підставити їх у рівняння (4), то після нескладних математичних перетворень [12] отримаємо скінченноелементні рівняння для окремого взятого елемента:

$$\left[M^{(e)} \right] \left[\frac{\partial C}{\partial t} \right] + \left[K^{(e)} \right] [C] = \left[F^{(e)} \right]. \quad (9)$$

Елементи матриць $\left[M^{(e)} \right]$, $\left[K^{(e)} \right]$ та $\left[F^{(e)} \right]$ обчислюють згідно зі співвідношеннями

$$k_{ij} = D(T) \iiint_{V^{(e)}} \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial z} \right) dV, \quad (10)$$

$$m_{ij} = \iiint_{V^{(e)}} N_i N_j dV, \quad f_i = - \iint_{S_2^{(e)}} N_i \Phi dS, \quad i, j = 1, 2, \dots, n.$$

Тут $V^{(e)}$ – об'єм елемента; $S_2^{(e)}$ – частина поверхні S_2 , яка належить елементові, де заданий потік водню.

У задачі теплопровідності задаємо умову неперервності температури у вузлах і будуємо глобальну систему скінченноелементних рівнянь.

Для задачі дифузії водню необхідно врахувати те, що на межі розділу матеріалів функція $C(x, y, z, t)$ є розривною. Тому для елементів матеріалу 2, які мають спільні вузли із межею розділу матеріалів S , згідно зі співвідношеннями (7), рівняння (9) запишемо у такому вигляді:

$$\left[M^{*(e)} \right] \left[\frac{\partial C^*}{\partial t} \right] + \left[K^{*(e)} \right] \left[C^* \right] = \left[F^{(e)} \right]. \quad (11)$$

Елементи матриць $\left[M^{*e} \right]$ та $\left[K^{*e} \right]$ обчислюють за співвідношеннями

$$m_{ij}^* = \zeta_i m_{ij} (1-l) + l m_{ij}, \quad k_{ij}^* = \left(\zeta_i k_{ij} + \frac{\partial \zeta_i(t)}{\partial t} m_{ij} \right) (1-l) + l k_{ij}, \quad (12)$$

де $C_i^* = (1-l)C_{-i} + lC_i$, $\zeta_i(t) = K_{s_2}(t)/K_{s_1}(t)$ відповідають i -му вузлу елемента; C_{-i} – концентрація водню у вузлі, який належить матеріалу 1 і координати якого збігаються з координатами вузла C_i матеріалу 2; $l=1$, коли i -ий вузол не належить межі поділу матеріалів і $l=0$, коли належить; елементи матриць m_{ij} та k_{ij} обчислюють згідно зі співвідношеннями (10).

Після такого запису рівнянь для елементів матеріалу 2, які мають спільні вузли із межею розділу матеріалів, можна побудувати глобальну систему скінченноелементних рівнянь як для дифузії водню, так і для теплопровідності

$$\left[M \right] \left[\frac{\partial C}{\partial t} \right] + \left[K \right] \left[C \right] = \left[F \right]. \quad (13)$$

Слід відмітити, що матриці $\left[M \right]$ та $\left[K \right]$ у рівнянні (13) для температурної задачі є симетричні, а для задачі дифузії водню – несиметричні.

На основі першого співвідношення (5) матриці рівнянь (13) можна записати так:

$$\begin{bmatrix} M_{cc} & M_{ca} \\ M_{ac} & M_{aa} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial C_c / \partial t \\ \partial C_a / \partial t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{cc} & K_{ca} \\ K_{ac} & K_{aa} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_c \\ C_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_c \\ F_a \end{bmatrix}, \quad (14)$$

де індекс “ c ” асоціюється з відомими концентраціями (чи температурами), а індекс “ a ” – з невідомими. Згідно з виразами (13) їх можна визначити із таких рівнянь:

$$\left[M_{aa} \right] \left[\frac{\partial C_a}{\partial t} \right] + \left[K_{aa} \right] \left[C_a \right] = \left[F_a \right] - \left[M_{ac} \right] \left[\frac{\partial C_c}{\partial t} \right] - \left[K_{ac} \right] \left[C_c \right]. \quad (15)$$

Якщо похідні від вузлових значень концентрації водню подати у вигляді

$$\left[\frac{\partial C}{\partial t} \right] = \frac{[C]_{t+\Delta t} - [C]_t}{\Delta t}, \quad (16)$$

то згідно з рівняннями (15) їх можна записати так:

$$\left[\frac{[M_{aa}]}{\Delta t} + [K_{aa}] \right] [C_a]_{t+\Delta t} = [F_a] + \frac{[M_{aa}]}{\Delta t} [C_a]_t - [M_{ac}] \left[\frac{\partial C_c}{\partial t} \right] - [K_{ac}] [C_c]. \quad (17)$$

Якщо на першому кроці використовують концентрації водню $[C]_{t=0}$ згідно з умовою (6), то із рівнянь (17) можна знайти концентрацію водню у довільний момент часу.

Апробація алгоритму. Досліджували циліндричні зразки, виготовлені відповідно до стандарту ASTM G146-01 (рис. 1). Тобто розглядали неоднорідний циліндр висотою $H = 50$ mm і радіусом $R = 36,5$ mm.

Наводнювали зразок у спеціальній камері під тиском $P = 17,5$ МПа. Відмітимо, що циліндр складається із двох однорідних циліндрів. Один висотою $h_1 = 44$ mm (основний метал з феритної сталі 15X2МФА), а другий висотою $h_2 = H - h_1$ (наплавлення із нержавіючої аустенітної сталі 07X25Н3). Враховуючи осьову симетрію відносно осі z , задача обчислення концентрації водню у циліндрі полягає у послідовному розв'язуванні для області $0 \leq r \leq R$, $0 \leq z \leq H$ рівнянь теплопровідності (1) та дифузії (4).

Для задачі теплопровідності приймали, що $T_0 = 20^\circ\text{C}$, $T_1 = 440^\circ\text{C}$, $\nu = 80^\circ\text{C/h}$. Коефіцієнти температуропровідності для основи та наплавлення відповідно задані як $\chi_1 = 9 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, $\chi_2 = 4,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ [10].

Для задачі дифузії під час наводнювання зразка задавали початкові

$$C(r, z, t = 0) = 0 \quad (18)$$

і крайові умови

$$C(r = R, z = 0, z = H, t) = K_{S_i} \sqrt{P}, \quad \Phi = 0, \quad (19)$$

де K_{S_i} – коефіцієнт розчинності водню в металах наплавлення ($i = 2$) і основи ($i = 1$); P – тиск водню в камері.

Характеристики взаємодії вказаних матеріалів з воднем – коефіцієнти дифузії та розчинності у них водню – задавали відповідно до співвідношення [10]: для сталі основи

$$K_{S_1}(T) = \begin{cases} 78,4 \exp(-2980/T), & T \geq 573 \text{ K} \\ 13,9 \exp(-1989/T), & T < 573 \text{ K} \end{cases}, \quad (20)$$

$$D_1(T) = 2,06 \cdot 10^{-7} \exp(-2410/T) / [1 + 0,55 \cdot 10^{-4} \exp(3480/T)], \quad (21)$$

для сталі наплавлення

$$K_{S_2}(T) = 46,8 \exp(-980/T), \quad (22)$$

$$D_2(T) = 1,33 \cdot 10^{-6} \exp(-6610/T) / [1 + 3,62 \cdot 10^{-4} \cdot \exp(280/T)]. \quad (23)$$

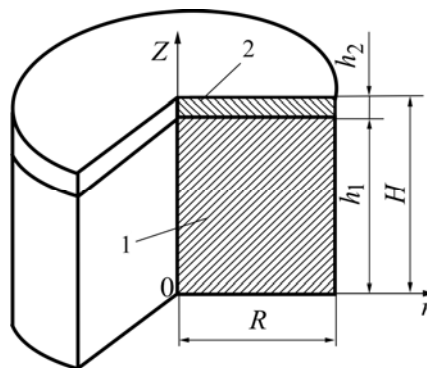


Рис. 1. Схема розміщення основного металу (1) та наплавлення (2) у циліндрі.

Fig. 1. Base metal (1) and surfacing (2) in a cylinder (schematically).

Відмітимо, що K_s задають в одиницях $\text{ppm}/\sqrt{\text{MPa}}$; D – в m^2/s ; а температуру – в градусах Кельвіна.

Під час розв'язування задачі область $0 \leq r \leq R, 0 \leq z \leq H$ розбили на 6426 чотирикутних лінійних скінченних елементи (6515 вузлів). Причому для обох матеріалів елементи, які безпосередньо примикають до межі поділу матеріалів (основи і наплавлення), мають вигляд прямокутників розміром $196,2 \times 10 \mu\text{m}$, де їх довгі сторони відповідають радіальному напрямку. З віддаленням елементів від межі розділу їх розміри збільшуються.

За високотемпературного наводнювання рівняння (17) розв'язували для двох кроків за часом $\Delta t = 2 \text{ min}$ і $\Delta t = 4 \text{ min}$. Відносна похибка обчислень становила не більше 0,5%. Результати розрахунків концентрації водню після наводнювання зразків у камері впродовж 48 h подано на рис. 2a, b.

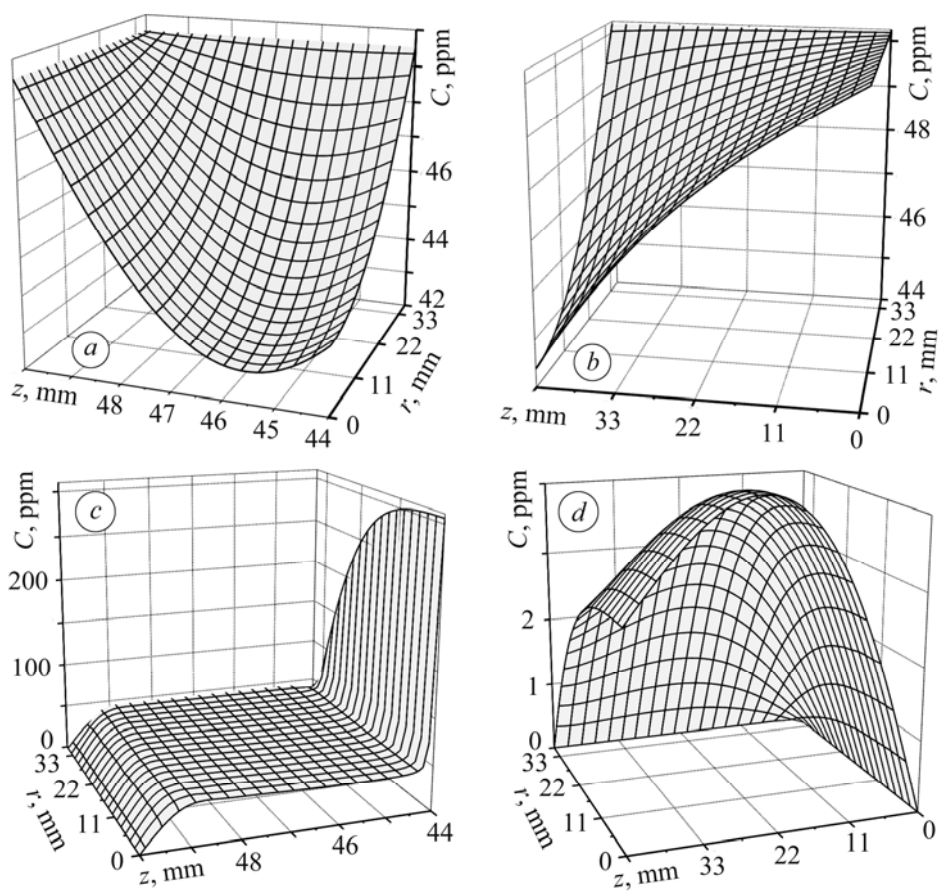


Рис. 2. Розподіл концентрації водню у напавленні (a, c) та основному металі (b, d) після наводнювання (a, b) та 2800 h від початку охолодження зі швидкістю $300^\circ\text{C}/\text{h}$ (c, d).

Fig. 2. Hydrogen concentration distribution in the surfacing (a, c) and in the base metal (b, d) after hydrogenation (a, b) and 2800 h from the beginning of cooling with a speed of $300^\circ\text{C}/\text{h}$ (c, d).

Отримані результати далі використовували як початкові умови під час розв'язування задачі про перерозподіл концентрації водню за подальшого охолодження зразка. При цьому задавали такі крайові умови:

$$C(r = R, z = 0, z = H, t) = 0, \quad (24)$$

Для розв'язування температурної задачі приймали такі початкові умови: $T(r, z, 0) = T_1$.

Сформульовану задачу розв'язували для нормального режиму охолодження після робочого циклу зі швидкістю $v_2 = 20^\circ\text{C/h}$ до кінцевої температури T_0 , аварійного охолодження зі швидкістю $v_2 = 100^\circ\text{C/h}$ до температури T_0 та пришвидшеного охолодження зі швидкістю $v_2 = 300^\circ\text{C/h}$ до температури T_0 . Рівняння (17) розв'язували на проміжку від 0 до 10000 h для всіх трьох швидкостей охолодження. Під час обчислення використовували змінний крок Δt (від 2 min до 1 h) за часом. Показано характер розподілу концентрації водню у наплавленні (рис. 2c) та основному металі (рис. 2d) для пришвидшеного охолодження при $t = 2800$ h. Для інших швидкостей охолодження розподіл водню подібний і відрізняється тільки концентраціями водню.

Аналіз отриманих результатів вказує на те, що максимальні концентрації водню внаслідок охолодження будуть в околі межі сплавлення матеріалів зі сторони наплавлення. Тому за подальших досліджень розглядали цю область.

На рис. 3 наведено розподіл концентрації водню по товщині зразка у наплавленні для швидкості охолодження 20°C/h . Для швидкостей охолодження 100°C/h та 300°C/h ці залежності будуть відрізнятися тільки концентраціями водню. Максимальні концентрації водню на межі розділу матеріалів спостерігали при $r = 0$.

Наведено (рис. 4) характер розподілу концентрації водню на межі та в малому околі межі сплавлення зі сторони наплавлення. Як бачимо, і в цьому випадку максимальні концентрації водню спостерігають при $r = 0$.

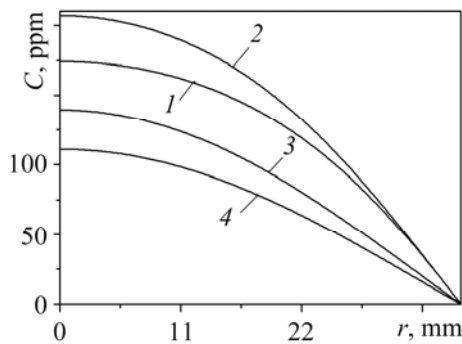


Рис. 3. Fig. 3.

Рис. 3. Розподіл концентрації водню на межі сплавлення за швидкості охолодження 20°C/h після 23 h (1); 700 h (2); 7000 h (3); 10000 h (4) від початку охолодження.

Fig. 3. Distribution of hydrogen concentration at the fusion line in the surfacing with a cooling speed of 20°C/h after 23 h (1); 700 h (2); 7000 h (3); 10000 h (4) from the beginning of cooling.

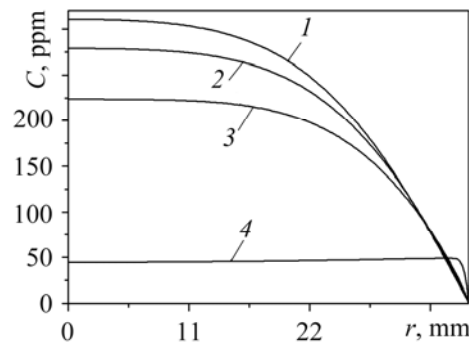


Рис. 4. Fig. 4.

Рис. 4. Розподіл концентрації водню в околі межі розділу матеріалів у наплавленні за швидкості охолодження 300°C/h : 1 – на межі поділу; 2 – у перерізі на віддалі $10\ \mu\text{m}$ від межі поділу; 3 – на віддалі $28\ \mu\text{m}$; 4 – на віддалі 1 mm.

Fig. 4. Distribution of hydrogen concentration at the interface of metals in the surfacing with a cooling rate of 300°C/h : 1 – at the interface; 2 – in the cross-section at the distance of $10\ \mu\text{m}$ from the metals interface; 3 – at the distance of $28\ \mu\text{m}$; 4 – at the distance of 1 mm.

На рис. 5 подано кінетику розподілу концентрації водню для різних точок на межі сплавлення матеріалів за різних радіусів та швидкості охолодження 100°C/h . Як бачимо, вже за радіуса >25 mm концентрація водню є значно менша, ніж концентрації за малих радіусів. Подібну ситуацію спостерігали і за швидкості охоло-

дження 100°C/h. За швидкості охолодження 20°C/h суттєве зменшення концентрації водню відбувається вже за радіусів більших 10 mm.

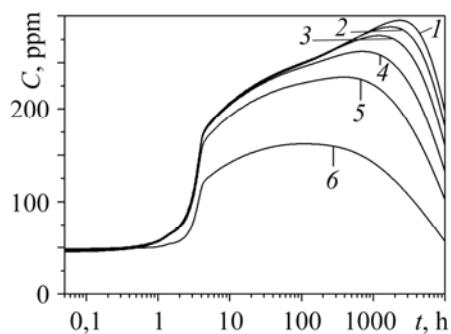


Рис. 5. Fig. 5.

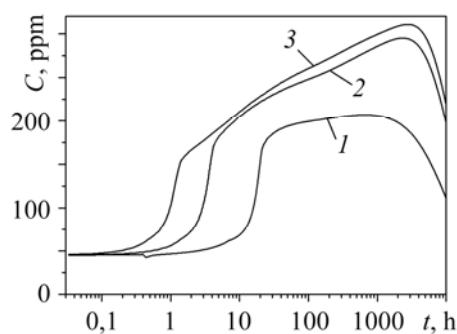


Рис. 6. Fig. 6.

Рис. 5. Кінетика розподілу концентрації водню на межі сплавлення для різних радіусів та швидкості охолодження 100°C/h: 1 – $r = 0$ mm; 2 – 10; 3 – 15; 4 – 20; 5 – 25; 6 – 30 mm.

Fig. 5. Kinetics of hydrogen concentration distribution at the fusion line for different values of radius and cooling speed 100°C/h: 1 – $r = 0$ mm; 2 – 10; 3 – 15; 4 – 20; 5 – 25; 6 – 30 mm.

Рис. 6. Кінетика розподілу концентрації водню на межі сплавлення за різних швидкостей охолодження ($r = 0$): 1 – 20°C/h; 2 – 100°C/h; 3 – 300°C/h.

Fig. 6. Kinetics of hydrogen concentration distribution at the fusion line for different cooling speeds ($r = 0$): 1 – 20°C/h; 2 – 100°C/h; 3 – 300°C/h.

На рис. 6 показано кінетику розподілу концентрації водню на межі сплавлення за різних швидкостей охолодження. Для швидкості 20°C/h максимальну концентрацію водню 206 ppm спостерігали після 700 h від початку охолодження, для швидкості 100°C/h – 295 ppm після 2600 h, для швидкості 300°C/h – 305 ppm після 2800 h.

Як бачимо, у зоні сплавлення зі сторони наплавлення виникають зони тимчасового надрівноважного перенасичення воднем, що може спричинити відшарування наплавлення від основного матеріалу і викликати руйнування конструкції в цілому. Тому під час оцінки водневої стійкості біметалічних елементів конструкцій необхідно аналізувати перерозподіл водню за різних теплових режимів.

ВИСНОВКИ

Запропоновано алгоритм обчислення перерозподілу водню в біметалах за дії нестационарних неоднорідних температурних полів, який включає в себе послідовне розв'язування задач теплопровідності та дифузії водню в неоднорідних тілах. Вважали, що коефіцієнти дифузії та розчинності водню є функціями, залежними від температури.

Сформульовану вище задачу тепломасоперенесення розв'язували числово МСЕ. Виконавши стандартну процедуру побудови системи рівнянь МСЕ для вузлових значень температури та концентрації водню, отримали системи звичайних диференціальних рівнянь. Апробовано алгоритм на прикладі розв'язування задачі для біметалічного циліндричного зразка, який, згідно зі стандартом ASTM G146-01, використовують для досліджень на водневу стійкість біметалічних з'єднань. Отримані результати свідчать про коректність розробленого алгоритму та правомірність його застосування для досліджень кінетики перерозподілу водню в біметалах під час дії змінюваних температур.

РЕЗЮМЕ. Методом кінечних елементів решена задача теплопровідності і дифузії водню з перемінними коефіцієнтами дифузії і розчинності водню для структурно-неоднородних матеріалів. Алгоритм апробовано на прикладі рішення за-

дачи для биметаллического цилиндрического образца, который, согласно стандарта ASTM G146-01, используют для исследований на водородную стойкость биметаллических соединений. Получено распределение концентрации водорода в цилиндрическом образце с наплавкой в результате его охлаждения при разных скоростях после высокотемпературного наводороживания. Показано, что в зоне сплавления со стороны наплавки возникают зоны сверхравновесного перенасыщения водородом, которые могут повлечь отслаивание наплавки от основного металла.

SUMMARY. The algorithm of numerical solution of the coupled problem of thermoelasticity and hydrogen diffusion with variable diffusion and solubility coefficients for structural-inhomogeneous materials is proposed. The algorithm was approved on the example of the problem solution for a bi-metallic cylindrical specimen that, according to the ASTM G146-01 standard, is used for investigations of hydrogen resistance of bi-metal joints. Hydrogen concentration distribution in the cylindrical specimen with a surfacing as a result of the specimen cooling with different speeds after high-temperature hydrogenation was obtained. It is shown that in the welding zone from the surfacing side the regions of over-equilibrium hydrogen over-saturation appear that can cause the lamination of the surfacing from the base metal.

1. *Hydrogen induced disbonding of stainless steel overlay weld* / K. Ohniski, R. Chiba, Y. Watanabe et al. // Pressure Vessels Research Committee Meeting. – New York, 1980. – P. 1–38.
2. *Hydrogen attack in austenitic stainless steel overlay* / T. Imanaka, J. Shimomura, S. Nakano, and K. Yasuda // Kawasaki steel Techn. Rep. – 1985. – № 13. – P. 109–119.
3. *Matsuda F., Nakagawa H., and Tsuruta S.* Proposal of hydrogen blistering mechanism associated with disbonding between 2.25Cr–1Mo steel and type 309 overlaid metal // Trans. JWRI. – 1986. – **15**, № 2. – P. 207–208.
4. *Effects of strip overlay welding conditions on resistance to hydrogen-induced disbonding* / K. Ohniski, A. Fuji, R. Chiba, et al. // Quartely J. Japan Weld Soc. – 1983. – **1**, № 3. – P. 75–82.
5. *Hydrogen induced disbonding of weld overlay in pressure vessels and its prevention* / T. Sakai, K. Asami, M. Katsumata et al. // Current Solutions to Hydrogen Problems in Stells: Proc. 1st Conf.-Metals Park. – ASM, 1982. – P. 340–348.
6. *Panasyuk V. V., Andreykiv O. Y., and Gembara O. V.* Hydrogen degradation of materials under long-term operation of technological equipment // Int. J. of Hydrogen Energy. – 2000. – **25**, № 1. – C. 67–74.
7. *Andreykiv O., Gembara O., and Skalsky V.* Fracture of bimetallic structural elements under hydrogen-temperature interaction // 14th European Conf. on Fracture ECF-14 “Mechanics Beyond 2000”. – Cracow, 2002. – **1**. – P. 73–80.
8. *Андрейків О. Є., Скальський В. Р., Гембара О. В.* Метод оцінки високотемпературного водневого руйнування біметалевих елементів конструкцій // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2000. – **36**, № 4. – С. 15–22.
(*Andreykiv O. E., Skal's'kyi V. R., and Gembara O. V.* A Method for the investigation of high-temperature hydrogen-assisted fracture of bimetallic structural elements // Materials Science. – 2000. – **36**, № 4. – P. 489–498.)
9. *Водородное растрескивание металлов и сплавов и его акустико-эмиссионный контроль* / А. Е. Андрейкив, Н. В. Лысак, В. Р. Скальский и др. // Там же. – 1992. – **28**, № 4. – С. 63–69.
(*Andreykiv A. E., Lysak N. V., Skal'skii V. R., Parasyuk I. L., and Sergienko O. N.* Acoustic-emission monitoring of hydrogen cracking in metals and alloys // Soviet Materials Science. – 1992. – **28**, № 4. – P. 378–382.)
10. *Андрейків О. Є., Гембара О. В.* Механіка руйнування та довговічність металічних матеріалів у водневмісних середовищах. – К.: Наук. думка, 2008. – 344 с.
11. *Zienkiewicz O. C. and Taylor R. L.* The finite element method. Vol. 1: The Basic, fifth ed. – Oxford: Butterworth-Heinemann, 2000. – 689 p.
12. *Krom A. H. M., Koers R. W. J., and Bakkerr A.* Hydrogen transport near a blunting crack tip // J. Mech. Phys. Solids. – 1999. – **47**. – P. 971–992.

Одержано 05.03.2013