

УДК 539.4

МЕТОДИКА ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ В МЕТАЛІ ЗА ДІЇ ГАЗОПОДІБНОГО ВОДНЮ ТА ТЕМПЕРАТУРИ

Я. Л. ІВАНИЦЬКИЙ¹, В. М. БОЙКО¹, В. З. СТАНКЕВИЧ², Б. К. ГАНУЛІЧ³

¹ Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України, Львів;

² Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів;

³ Луцький національний технічний університет

Запропоновано методику обчислення напружено-деформованого стану експлуатованих металів у газоподібному водні за змінної в часі температури. При цьому використано принцип віртуальної роботи, адаптований для квазістатичних рівнянь рівноваги за покрокового формулювання за часом. Прирости переміщень, концентрації водню, температури, деформацій та напружень за певний малий проміжок часу знайдено за допомогою методу скінченних елементів. Для апробації розробленої методики досліджено напружено-деформований стан суцільного скінченного циліндра, який перебуває у водневому середовищі за змінної температури в часі. Розглянуто випадки, коли циліндр незашемлений та зашемлений на одному з торців.

Ключові слова: напружено-деформований стан, водень, температура, концентрація водню, метод скінченних елементів, обернений метод Ейлера, суцільний скінченний циліндр.

Вступ. Під час експлуатації елементів конструкцій упродовж тривалого періоду на них здебільшого діють силове навантаження і робоче середовище. Зокрема, елементи конструкцій атомної та теплової енергетики працюють за умов термосилового навантаження та дії водню. В результаті в матеріалі під дією цих чинників змінюється напружено-деформований стан, що впливає на його ресурс роботи. Здебільшого дослідження направлені на вивчення впливу механічних напружень на перерозподіл концентрації водню [1–6]. Досліджено [7] вплив зміни концентрації водню на напружено-деформований стан нескінченного суцільного сталевого циліндра. Але застосування цього підходу для скінченних тіл є проблематичним. Тому нижче запропонували методику визначення напружено-деформованого стану елементів конструкцій, які знаходяться у газоподібному водні за змінної температури.

Вихідні рівняння та схема розв'язання задачі. Щоб визначити напружено-деформований стан у металах, використали принцип віртуальної роботи, адаптований для квазістатичних рівнянь рівноваги за покрокового формулювання для моменту часу $t + \Delta t$ [8]

$$\int_V \delta(\{\varepsilon\}^T)^{t+\Delta t} \{\Delta\sigma\} dV = \int_\Gamma \delta(\{u\}^T)^{t+\Delta t} \{\Delta p\} d\Gamma + \int_V \delta(\{u\}^T)^{t+\Delta t} \{\Delta b\} dV + \\ + \int_\Gamma \delta(\{u\}^T)^{t+\Delta t} \{p\}^t d\Gamma + \int_V \delta(\{u\}^T)^{t+\Delta t} \{b\}^t dV - \int_V \delta(\{\varepsilon\}^T)^{t+\Delta t} \{\sigma\}^t dV, \quad (1)$$

де $\{\Delta\sigma\}, \{\Delta p\}, \{\Delta b\}$ – відповідно вектори приростів напружень Коші та поверхневих і об'ємних зусиль за проміжок часу Δt ; $\delta(\{\epsilon\})^{t+\Delta t}$ і $\delta(\{u\})^{t+\Delta t}$ – віртуальні змінні повних деформацій та переміщень у момент часу $t + \Delta t$; $\{p\}^t$, $\{b\}^t$ і $\{\sigma\}^t$ – відповідно поверхневі та об'ємні зусилля і напруження Коші в момент часу t ; V і Γ – об'єм та поверхня тіла, відповідно.

За законом суперпозиції приріст повних деформацій за проміжок часу Δt рівний сумі приростів деформацій, викликаних зміною концентрації водню, та деформацій, обумовлених зміною температурного поля і зовнішнього навантаження

$$\Delta\epsilon_{ij} = \Delta\epsilon_{ij}^e + \Delta\epsilon_{ij}^H + \Delta\epsilon_{ij}^T, \quad (2)$$

де $\Delta\epsilon_{ij}^e$, $\Delta\epsilon_{ij}^H$, $\Delta\epsilon_{ij}^T$ – прирости деформації, спричинені зовнішніми навантаженнями, зміною концентрації водню та температури, відповідно.

Як відомо, приріст компонент температурних деформацій за проміжок часу Δt рівний [9]

$$\Delta\epsilon_{ij}^T = \alpha\Delta T\delta_{ij}, \quad (3)$$

де α – коефіцієнт температурного розширення, ΔT – приріст температури за проміжок часу Δt , δ_{ij} – символ Кронекера.

За зміни концентрації водню на ΔC ребро паралелепіпеда малої довжини ds матиме нову довжину $(1 + \alpha_H\Delta C)ds$. Параметр α_H є коефіцієнтом концентраційного розширення [10]. Для ізотропного однорідного тіла α_H не залежить від напрямку елемента ds . Якщо також припустити, що α_H не залежить від концентрації та температури, то він буде сталою величиною. В цьому випадку початковий нескінченно малий прямокутний паралелепіпед залишається прямокутним. Тобто видовження у всіх напрямках будуть однакові. Зміна концентрації водню на ΔC за проміжок часу Δt призведе до приросту водневих деформацій [7]

$$\Delta\epsilon_{ij}^H = \alpha_H\Delta C\delta_{ij}. \quad (4)$$

Для розв'язування задачі використовуємо метод скінченних елементів. Для цього розіб'ємо область V на скінченні елементи. Тоді вектор поля переміщень $\{U\}$ запишемо через функції форми N_i та вектор вузлових переміщень $\{u\}$, а вектори деформацій $\{\epsilon\}$ та напружень $\{\sigma\}$ через вектор вузлових переміщень $\{u\}$. Тобто

$$\{U\} = [\mathbf{N}]\{u\}, \quad \{\epsilon\} = [\mathbf{B}]\{u\}, \quad \{\sigma\} = [\mathbf{D}]\{\epsilon\}, \quad (5)$$

де $[\mathbf{N}]$ – матриця, яка побудована із функцій форми; $[\mathbf{B}]$ – матриця диференціювання переміщень; $[\mathbf{D}]$ – матриця пружності [11].

Якщо врахувати співвідношення (2)–(5), то після нескладних перетворень рівняння (1) можна отримати таке скінченноелементне рівняння

$$[\mathbf{K}]\{\Delta u\} = \{P\} + \{F_H\} + \{F_T\} + \{\Phi\}, \quad (6)$$

де

$$[\mathbf{K}] = \int_V [\mathbf{B}]^T [\mathbf{D}] [\mathbf{B}] dV, \quad \{P\} = \int_S [\mathbf{N}]^T \{\Delta p\} dS + \int_V [\mathbf{N}]^T \{\Delta b\} dV,$$

$$\begin{aligned}\{F_H\} &= \int_V [\mathbf{B}]^T [\mathbf{D}] \{\Delta \varepsilon_H\} dV, \quad \{F_T\} = \int_V [\mathbf{B}]^T [\mathbf{D}] \{\Delta \varepsilon_T\} dV, \\ \{\Phi\} &= \int_S [\mathbf{N}]^T \{p\}^t dS + \int_V [\mathbf{N}]^T \{b\}^t dV + \int_V [\mathbf{B}]^T \{\sigma\}^t dV,\end{aligned}\quad (7)$$

$\{\Delta u\}$, $\{\Delta \varepsilon_H\}$ і $\{\Delta \varepsilon_T\}$ – відповідно вектори приростів переміщень та деформацій від зміни концентрації водню та температури за проміжок часу Δt .

Зі співвідношень (7) випливає, що для розв'язування рівняння (6) потрібно знати прирости деформацій, спричинених зміною концентрації водню та температури. Концентрацію водню можна обчислити із рівняння Фіка [12]

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \nabla (D_H(T) \nabla C) + \nabla \left(\frac{D_H(T) V_H}{RT} \nabla \sigma_h \right), \quad (8)$$

де C – концентрація водню; ∇ – оператор Гамільтона; $D_H(T)$ – коефіцієнт дифузії; R – універсальна газова стала; T – абсолютна температура; V_H – парціальний молярний об'єм водню в матеріалі; σ_h – гідростатична компонента тензора напружень у матеріалі; t – час.

Рівняння (8) розв'язуємо за таких початкових умов:

$$C(x, y, z, t)|_{t=0} = C_0. \quad (9)$$

На частині поверхні S_c задаємо концентрацію водню C_b , а на іншій частині S_N – потік водню ϕ . Причому $S_c \cup S_N = S$.

Здебільшого одержати замкнутий розв'язок рівняння (8) практично неможливо, тому для його розв'язування використовуємо метод скінченних елементів. При цьому застосуємо таке ж розбиття на скінченні елементи, як і для рівняння (6). В цьому випадку скінченноелементне рівняння буде таке:

$$[\mathbf{M}] \{\partial C_n / \partial t\} + [\mathbf{K}_H] \{C_n\} = \{F\}, \quad (10)$$

де C_n – концентрація водню у вузлах,

$$\begin{aligned}[\mathbf{M}] &= \int_V [\mathbf{N}]^T [\mathbf{N}] dV, \quad [\mathbf{K}_H] = [\mathbf{K}_1] + [\mathbf{K}_2], \quad [\mathbf{K}_1] = \int_V D_H(T) [\mathbf{B}]^T [\mathbf{B}] dV, \\ [\mathbf{K}_2] &= \frac{V_h}{3RT} \int_V D_H(T) [\mathbf{B}]^T [\mathbf{B}] \{\sigma_h\} [A] dV, \quad \{F\} = - \int_{S_n} [\mathbf{N}] \{\phi\} dS.\end{aligned}\quad (11)$$

Оскільки у співвідношеннях (11) матриця $[\mathbf{K}_1]$ симетрична, а $[\mathbf{K}_2]$ – несиметрична, то рівняння (10) запишемо так:

$$[\mathbf{M}] \{\partial C_n / \partial t\} + [\mathbf{K}_1] \{C_n\} = \{F\} - [\mathbf{K}_2] \{C_n\}. \quad (12)$$

Згідно з працею [11], рівняння (12) отримаємо у вигляді

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{cc} & \mathbf{M}_{ca} \\ \mathbf{M}_{ac} & \mathbf{M}_{aa} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \partial C_c / \partial t \\ \partial C_a / \partial t \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{1cc} & \mathbf{K}_{1ca} \\ \mathbf{K}_{1ac} & \mathbf{K}_{1aa} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C_c \\ C_a \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_c \\ F_a \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{2cc} & \mathbf{K}_{2ca} \\ \mathbf{K}_{2ac} & \mathbf{K}_{2aa} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C_c \\ C_a \end{Bmatrix}, \quad (13)$$

де індекс “ c ” асоціюється з відомими концентраціями водню у вузлах, а індекс “ a ” – з невідомими. Якщо вважати, що C_c залежать від часу, то невідомі значення концентрації водню C_a (надалі індекс “ a ” опускаємо) можна знайти із рівняння

$$\begin{aligned}
& [\mathbf{M}_{aa}] \left\{ \frac{\partial C}{\partial t} \right\} + [\mathbf{K}_{1aa}] \{C\} = \\
& = \{F_a\} - [\mathbf{M}_{ac}] \left\{ \frac{\partial C_c}{\partial t} \right\} - [\mathbf{K}_{1ac}] \{C_c\} - [\mathbf{K}_{2ac}] \{C_c\} - [\mathbf{K}_{2aa}] \{C\}. \quad (14)
\end{aligned}$$

Для розв'язування цього рівняння використали обернений метод Ейлера [11]. Вважали, що

$$[\mathbf{K}_{2ac}]_{t+\Delta t} \{C_c\} = [\mathbf{K}_{2ac}]_t \{C_c\}, \quad [\mathbf{K}_{2aa}]_{t+\Delta t} \{C\}_{t+\Delta t} = [\mathbf{K}_{2aa}]_t \{C\}_t. \quad (15)$$

Тоді концентрацію водню знаходимо так:

$$\begin{aligned}
& \left[\frac{[\mathbf{M}]}{\Delta t} + [\mathbf{K}_1] \right] \{C_n\}_{t+\Delta t} = \frac{[\mathbf{M}]}{\Delta t} \{C_n\}_t + \{F\}_t - [\mathbf{M}_{ac}] \left\{ \frac{\partial C_c}{\partial t} \right\} - \\
& - [\mathbf{K}_{1ac}] \{C_c\} - [\mathbf{K}_2]_t \{C_n\}_t. \quad (16)
\end{aligned}$$

За відомих значень $\{C_n\}$ при $t=0$ із рівняння (16) знаходимо $\{C_n\}_{\Delta t}$. Надалі використовуємо $\{C_n\}_{\Delta t}$ для знаходження $\{C_n\}_{2\Delta t}$ і т. д.

Задача визначення температури полягає у розв'язуванні для даної області V рівняння теплопровідності [9]:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \chi \nabla^2 T, \quad (17)$$

де χ – коефіцієнт температуропровідності (або теплової дифузії).

Рівняння (17) розв'язуємо за таких початкових та граничних умов:

$$T(x, y, z, 0) = T_0(x, y, z), \quad T(x, y, z, t)|_S = T_b(x, y, z, t), \quad (18)$$

де S – поверхня, на якій задана температура.

У математичному відношенні рівняння теплопровідності є частинним випадком рівняння дифузії. Тому розподіл температури обчислюємо із аналога рівняння (16)

$$\left[\frac{[\mathbf{M}]}{\Delta t} + [\mathbf{K}_T] \right] \{T_n\}_{t+\Delta t} = \frac{[\mathbf{M}]}{\Delta t} \{T_n\}_t - [\mathbf{M}_{ac}] \left\{ \frac{\partial T_b}{\partial t} \right\} - [\mathbf{K}_T] \{T_b\}, \quad (19)$$

де

$$[\mathbf{K}_T] = \int_V \chi [\mathbf{B}]^T [\mathbf{B}] dV.$$

Беручи до уваги співвідношення (2) та (5), обчислюємо приріст напружень Коші за проміжок часу Δt та напруження Коші в момент часу $t + \Delta t$

$$\{\Delta \sigma\} = [\mathbf{D}][\mathbf{B}]\{\Delta u\} - [\mathbf{D}]\{\Delta \epsilon_H\} - [\mathbf{D}]\{\Delta \epsilon_T\}, \quad \{\sigma\}^{t+\Delta t} = \{\sigma\}^t + \{\Delta \sigma\}. \quad (20)$$

Знаючи прирости переміщень та деформацій від концентрації водню і температури за проміжок часу Δt та враховуючи співвідношення (20), можна обчислити поле напружень так:

1. Приймаємо $\{\Delta \epsilon_H\} = 0$ та $\{\Delta \epsilon_T\} = 0$. Розв'язуємо рівняння (6) та обчислюємо $\{\sigma_h\}$ при $t = 0$ для кожної точки інтегрування. Визначаємо крок за часом Δt .

2. Обчислюємо $C(t + \Delta t)$ та $T(t + \Delta t)$, розв'язуючи рівняння (16) і (19). Знаходимо приріст деформацій, спричинених приростами концентрації водню та температури, згідно з рівняннями (3) і (4), у вузлах скінченних елементів. Використовуючи отримані результати, знаходимо ці ж величини у кожній точці інтегрування.

3. Враховуючи значення векторів $\{\Delta \epsilon_H\}$ і $\{\Delta \epsilon_T\}$, обчислюємо праву частину рівняння (6).

4. Розв'язуємо рівняння (6). Знаходимо приріст напружень і деформацій на цьому кроці у точках інтегрування. Згідно з отриманими результатами, обчислимо значення напружень у момент часу $t + \Delta t$, які залежні від змін водневого та температурного полів, у вузлах скінченних елементів.

5. Якщо розрахунковий час не закінчився, то знову переходимо до пункту 2.

Апробація методики. За розробленою методикою обчислено напруження у суцільному сталевому циліндрі радіуса R та довжини $2h$. Оскільки задача осесиметрична, то достатньо її розв'язати для радіального перерізу циліндра ($0 \leq r \leq R$, $-h \leq z \leq h$). Вважали, що на поверхні циліндра водневе середовище створює тиск p . Розглядали два випадки – у першому циліндр незашемлений, а у другому – зашемлений на торці $z = -h$. Також вважали, що потік водню нульовий. Граничні та початкові умови для незашемленого циліндра такі:

$$\begin{aligned} C(r, z, 0) = C_0, \quad T(r, z, 0) = T_0, \quad \text{при } 0 \leq r < R, \quad 0 \leq z \leq h, \\ C(r, z, t) = C_c, \quad T(r, z, t) = T_b, \quad \sigma_{rr} = -p, \quad \text{при } r = R, \quad 0 \leq z \leq h, \\ C(r, z, t) = C_c, \quad T(r, z, t) = T_b, \quad \sigma_{zz} = -p, \quad \text{при } 0 \leq r \leq R, \quad z = h, \\ u_z(r, z, t) = 0, \quad \text{при } z = 0, \quad 0 \leq r \leq R. \end{aligned} \quad (21)$$

Для зашемленого циліндра вони набувають вигляду

$$\begin{aligned} C(r, z, 0) = C_0, \quad T(r, z, 0) = T_0, \quad \text{при } 0 \leq r < R, \quad |z| \leq h, \\ C(r, z, t) = C_c, \quad T(r, z, t) = T_b, \quad \sigma_{rr} = -p, \quad \text{при } r = R, \quad |z| \leq h, \\ C(r, z, t) = C_c, \quad T(r, z, t) = T_b, \quad \sigma_{zz} = -p, \quad \text{при } 0 \leq r \leq R, \quad z = h, \\ u_z(r, z, t) = u_r(r, z, t) = 0, \quad \text{при } 0 \leq r \leq R, \quad z = -h. \end{aligned} \quad (22)$$

Вважали, що зміна температури в часі газоподібного водню та температура на поверхні циліндра виражається згідно з рівнянням

$$T_b = T_0 + T_1 \sin(\pi t / t_1). \quad (23)$$

Тоді, відповідно до закону Сівертса [12], значення $C_c(T)$ рівне

$$C_c(T) = K_S(T) \sqrt{p}. \quad (24)$$

Зокрема, для сталей типу 07X25H13, згідно з працею [12], рівняння можна записати так:

$$K_S(T) = \begin{cases} 78,4 \exp(-2980 / T_k), & T \geq 300^\circ\text{C}, \\ 13,9 \exp(-1989 / T_k), & T < 300^\circ\text{C}, \end{cases} \quad (25)$$

$$D_H(T) = 2,06 \cdot 10^{-7} \exp(-2410 / T_k) / \left[1 + 0,55 \cdot 10^{-4} \exp(3480 / T_k) \right],$$

де $T_k = 273 + T$, $K_S(T)$ – розчинність водню у металі.

Обчислювали за таких параметрів: модуль Юнга $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа, коефіцієнт Пуассона $\nu = 0,3$, $\chi = 9 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, $\alpha = 10^{-7} \text{ 1/}^\circ\text{C}$, $\alpha_H = 0,69 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{mol}$, $p = 10$ МПа, $\Delta p = 0$, $b = 0$, $\Delta b = 0$, $\varphi = 0$, $R = 8,31 \text{ J}/(\text{mol}\cdot\text{K})$, $V_H = 1,96 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{mol}$, $t_1 = 10h$, $T_0 = 50^\circ\text{C}$, $T_1 = 0^\circ\text{C}$ і 25°C , $R = 10$ mm, $h = 40$ mm.

Рівняння (6), (16) та (19) розв'язували з кроком за часом $\Delta t = 60$ і 40 s. Встановили, що різниця між результатами становить $< 0,1\%$. На підставі цього всі розрахунки виконували за допомогою комплексу власних підпрограм на алгоритмічній мові FORTRAN при $\Delta t = 60$ s. На рис. 1a показано розподіл радіальних напружень σ_{rr} як для незащемленого, так і для защемленого циліндрів за сталої температури T_b ($T_1 = 0^\circ\text{C}$). Як видно із поданих графіків, напруження σ_{rr} для верхньої частини защемленого циліндра майже такі ж, як для незащемленого. Навпаки, у районі защемлення ці значення суттєво відрізняються. Також аналіз одержаних числових результатів показує малу різницю між ними при $z \geq -32$ mm. Подібні результати одержали для напружень $\sigma_{\varphi\varphi}$ (рис. 1b). Їх обчислювали за змінної в часі температури T_b ($T_1 = 25^\circ\text{C}$).

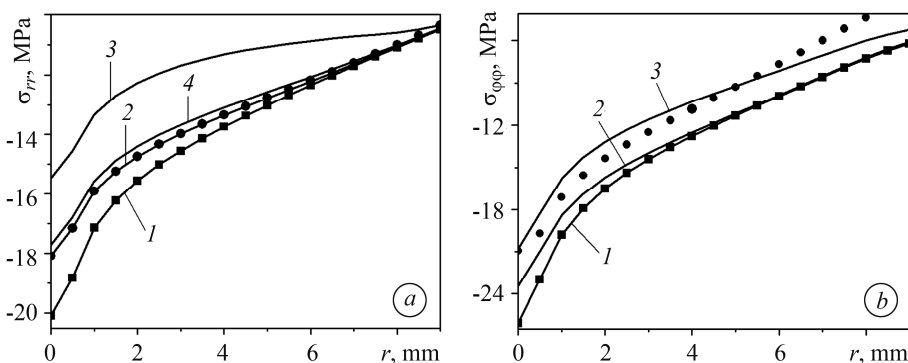


Рис. 1. Розподіл напружень σ_{rr} (a) і $\sigma_{\varphi\varphi}$ (b) для різних z при $t = 100$ h, $T_1 = 0^\circ\text{C}$ (a) та 25°C (b): 1 – $z = 32$ mm; 2 – $z = 0$; 3 – $z = -36,4$; 4 – $z = -32$ mm для защемленого і $z = 0$ (●); $z = 32$ mm (■) для незащемленого циліндрів.

Fig. 1. Distribution of stresses σ_{rr} (a) and $\sigma_{\varphi\varphi}$ (b) for different z at $t = 100$ h, $T_1 = 0^\circ\text{C}$ (a) and 25°C (b): 1 – $z = 32$ mm; 2 – $z = 0$; 3 – $z = -36,4$; 4 – $z = 32$ mm for supported and $z = 0$ (●); $z = 32$ mm (■) for unsupported cylinders.

На рис. 2a показано залежність напружень σ_{rr} від часу в циліндрі ($r = 3$ mm) за змінної в часі температури T_b ($T_1 = 25^\circ\text{C}$). Аналізуючи результати, можна зробити висновок, що характер зміни та значення цих напружень при $z \geq 0$ є однаковими для защемленого та незащемленого циліндрів. Навпаки, в околі защемлення $z = -36,4$ mm абсолютне значення напружень σ_{rr} досить суттєво відрізняється для защемленого та незащемленого циліндрів упродовж всього досліджуваного часу. Однак характер зміни в часі однаковий для обох випадків. На основі аналізу отриманих раніше числових та графічних результатів подібний висновок можна зробити і стосовно характеру зміни та значень напружень $\sigma_{\varphi\varphi}$. Причому для $z \geq -32$ mm напруження σ_{rr} і $\sigma_{\varphi\varphi}$ також однакові для обох випадків. Дещо інший висновок можна зробити після аналізу зміни в часі напружень σ_{zz} (рис. 2b). Зміна в часі та абсолютне значення напружень σ_{zz} в районі вільного торця защемленого циліндра ($32 \text{ mm} \leq z \leq 40 \text{ mm}$) є практично однаковими для обох випадків. Але зі зменшенням значень z характер зміни σ_{zz} в часі поступово стає різним для цих

випадків. Причому зміна значень напружень є досить суттєвою при z , близьких до області защемлення.

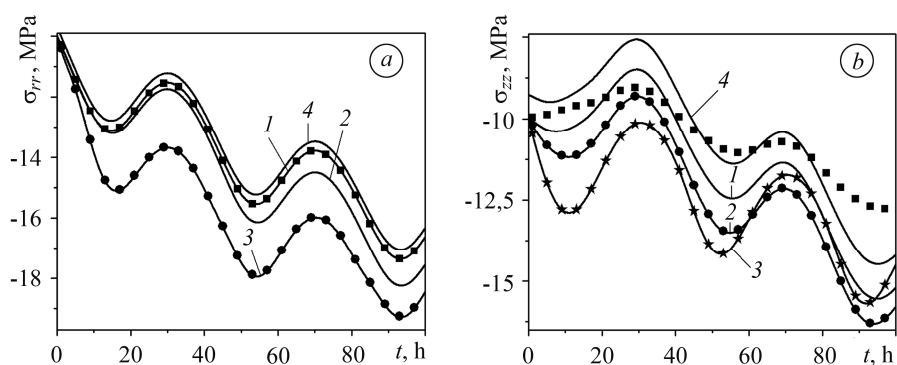


Рис. 2. Залежність напружень σ_{rr} (a) та σ_{zz} (b) від часу при $r = 3$ мм (a) і $r = 0$ (b) та $T_1 = 25^\circ\text{C}$: 1 – $z = 0$; 2 – $z = 32$ мм; 3 – $z = 36,4$ мм; 4 – $z = -32$ мм для защемленого та $z = 0$ (●); $z = 32$ мм (■); $z = 36,4$ мм (★) для незашемленого циліндрів.

Fig. 2. Dependence of stresses σ_{rr} (a) and σ_{zz} (b) on time at $r = 3$ mm (a) and $r = 0$ (b) and $T_1 = 25^\circ\text{C}$: 1 – $z = 0$; 2 – $z = 32$ mm; 3 – $z = 36.4$ mm; 4 – $z = -32$ mm for supported and $z = 0$ (●); $z = 32$ mm (■); $z = 36.4$ mm (★) for unsupported cylinders.

ВИСНОВКИ

Розроблено методику обчислення напружень у металі, який перебуває у газоподібному водні за змінної в часі температури. Ці напруження виникають внаслідок зміни концентрації водню та температурного поля. На основі принципу віртуальної роботи, який адаптовано для квазістатичних рівнянь рівноваги за покрокового формулювання для моменту часу $t + \Delta t$, отримано скінченноелементне рівняння для визначення приростів переміщень на кожному кроці за часом. Знаючи ці прирости переміщень, можна отримати значення напружень. Одержане рівняння містить коефіцієнти, які залежать від деформацій, спричинених приростами концентрації водню та температури за момент часу Δt , які визначають із рівнянь Фіка і теплопровідності. Для розв'язування цих рівнянь за різних граничних та початкових умов подано скінченноелементні рівняння. Продемонстровано використання запропонованої методики для визначення напруженого стану циліндра, який знаходиться під дією температурного поля у воденьвмісному середовищі. Обчислювали за допомогою власної комп'ютерної програми.

РЕЗЮМЕ. Предложено методику вычисления напряженно-деформированного состояния эксплуатируемых металлов в газообразном водороде при переменной во времени температуре. При этом использован принцип виртуальной работы, адаптированный для квазистатических уравнений равновесия при пошаговом формулировании по времени. Приращения перемещений, концентрации водорода, температуры, деформаций и напряжений в малых промежутках времени получены при помощи метода конечных элементов. Для апробации разработанной методики исследовано напряженно-деформированное состояние конечного цилиндра, который находится в среде водорода при переменной во времени температуре. Рассмотрено случаи, когда цилиндр незашемленный и зашечленный на одном из торцов.

Ключевые слова: напряженно-деформированное состояние, водород, температура, концентрация водорода, метод конечных элементов, обратный метод Эйлера, сплошной конечный цилиндр.

SUMMARY. A method for calculating the stress-strain state of metals exploited in gaseous hydrogen at time variable temperature is proposed. The principle of virtual work, adapted for quasi-static equations of equilibrium by stepwise formulation over time is used. Displacement

increments, hydrogen concentration, temperature, deformation, and stress over a small period of time are found using the finite element method. To test the developed methodology, the stress-strain state of a continuous finite cylinder, which is in a hydrogen medium at a variable temperature over time, is investigated. Cases where the cylinder is unsupported and supported at one end are considered.

Keywords: *stress-strain state, hydrogen, temperature, hydrogen concentration, finite element method, inverted Euler method, continuous finite cylinder.*

1. Numerical analysis of hydrogen diffusion problems using the finite element method / H. Kanayama, T. Shingoh, S. Ndong-Mefane, M. Ogino, R. Shioya, H. Kawai // *J. Theoretical and Applied Mechanics Japan.* – 2008. – **56**. – P. 389–400.
2. *Визначення концентрації водню у зоні передруйнування біля вершини тріщини* / Я. Л. Іваницький, О. В. Гембара, О. Д. Сміян, М. Ковалік // *Фіз.-хім. механіка матеріалів.* – 2010. – **46**, № 6. – С. 51–55.
(*Evaluation of the concentration of hydrogen in the process zone near the crack tip* / Ya. L. Ivanyts'kyi, O. V. Hembara, O. D. Smiyan, and M. Kowalik // *Materials Science.* – 2011. – **46**, № 6. – P. 769–774.)
3. *Вплив напружено-деформованого стану на розподіл концентрації водню у зоні передруйнування* / В. В. Панасюк, Я. Л. Іваницький, О. В. Гембара, В. М. Бойко // *Фіз.-хім. механіка матеріалів.* – 2014. – **50**, № 3. – С. 71–77.
(*Influence of the stress-strain state on the distribution of hydrogen concentration in the process zone system* / V. V. Panasyuk, Ya. L. Ivanyts'kyi, O. V. Hembara, V. M. Boiko // *Material Science.* – 2014. – **50**, № 3. – P. 315–323.)
4. Krom A. H. M., Koers R. W. J., and Bakker A. Hydrogen transport near a blunting crack tip // *J. Mech. Phys. Solids.* – 1999. – **47**, № 4. – P. 971–992.
5. Panasyuk V., Ivanytskyi Ya., and Hembara O. Assessment of hydrogen effect on fracture resistance under complex-mode loading // *Eng. Frac. Mech.* – 2012. – **83**. – P. 54–61.
6. *Іваницький Я. Л., Гембара О. В., Рональд ван Дайк. Особливості руйнування пружно-пластичних тіл з тріщинами за тривісного навантаження та дії водню* // *Фіз.-хім. механіка матеріалів.* – 2009. – **45**, № 2. – С. 40–47.
(*Ivanyts'kyi Ya. L., Hembara O. V., and R. van Dijk. Specific features of the fracture of elastoplastic cracked bodies under triaxial loading and the effect of hydrogen* // *Material Science.* – 2009. – **45**, № 2. – P. 181–189.)
7. *Стащук М. Г. Вплив концентрації водню на напруження у суцільному металевому циліндрі* // *Фіз.-хім. механіка матеріалів.* – 2017. – **53**, № 6. – С. 73–79.
(*Staschuk M. H. Influence of hydrogen concentration of the stresses in a solid metallic cylinder* // *Material Science.* – 2018. – **53**, № 6. – P. 823–831.)
8. Filho O. J. A. G. Creep-rupture behavior of a cruciform specimen under equal triaxial tension // *Int. J. Mech. Sci.* – 1992. – **34**, № 10. – P. 769–783.
9. *Новацки В. Теория упругости.* – М.: Мир, 1975. – 872 с.
10. *Водородные концентрационные напряжения: природа, экспериментальные проявления, значимость для техники* / В. А. Гольцов, Ж. Л. Глухова, Е. Н. Любименко, Т. А. Щеголева // *Наук. пр. ДонНТУ. Металургія.* – 2009. – Вип. 11 (159). – С. 165–173.
11. Hutton D. W. *Fundamentals of finite element analysis.* – New York: McGraw-Hill, 2004. – 494 p.
12. *Андрейків О. С., Гембара О. В. Механіка руйнування та довговічність металевих матеріалів у воденьвмісних середовищах.* – К.: Наук. думка, 2008. – 344 с.

Одержано 28.10.2019