

УДК 539.539.375

РОЗРАХУНОК ТЕОРЕТИЧНОЇ МІЦНОСТІ МЕТАЛІВ ТА ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНА АПРОБАЦІЯ

Б. К. ГАНУЛІЧ¹, Я. Л. ІВАНИЦЬКИЙ^{2,3}, В. М. БОЙКО²,
Р. О. ШИШКОВСЬКИЙ³

¹ Луцький національний технічний університет;

² Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України, Львів;

³ Національний університет "Львівська політехніка"

Запропоновано розрахунок теоретичної міцності металу за відриву та зсуву: першу визначаємо порівнянням енергії деформації у момент відриву із енергетичними затратами, необхідними для випаровування, другу – порівнянням енергії деформування з енергетичними затратами, необхідними для плавлення металу. Запропоновані формули розрахунку не вимагають додаткових припущень про граничну деформацію. Обчислено теоретичну міцність для алюмінію, заліза, міді, нікелю, свинцю та цинку. Визначено експериментально реальну міцність сталі 65Г та граничну деформацію, яка збігається із теоретично встановленою.

Ключові слова: *теоретична міцність за відриву та зсуву, питома теплота пароутворення, питома теплота плавлення, енергія деформування, лінії Людерса, реальна міцність, деформація руйнування.*

Вступ. Теоретична міцність (ТМ) є максимально великою міцністю металу в ідеальному монокристалі. Розрізняють ідеальну міцність в умовах відриву та зсуву. Дослідники міцності металічних матеріалів стверджують [1, 2], що реальна міцність у сотні, а то й у тисячі разів менша від теоретичної. Така суттєва розбіжність зумовлена недосконалістю будови реального матеріалу, головно через тріщини (мікротріщини) та інші концентратори напружень у ньому. Теоретична міцність є орієнтиром для металознавців і технологів, які розробляють матеріали великої міцності. Повний фізичний опис надзвичайно складного процесу руйнування відсутній, проте показники теоретичної міцності є відображенням опору руйнуванню [1]. Наведено обґрунтування [3], що опір руйнуванню інженерних матеріалів за розтягу можна з достатньою точністю оцінювати за встановленою міцністю відповідних ідеальних ґраток.

Відомі [2] способи оцінки ТМ ґрунтуються на апроксимації сил взаємодії атомів за розтягу "σ–ε" (рис. 1) деякою аналітичною залежністю, що задовольняє такі тривіальні умови [2]:

а) графік функції σ(ε) проходить через точки (0; 0) і (σ_{ut}; ε_{ut}); σ_{ut}, ε_{ut} – відповідні значення теоретичної міцності та деформації у момент відриву;

б) $(d\sigma/d\varepsilon)_{\varepsilon=\varepsilon_{ut}} = 0$ (точка максимуму);

в) $(d\sigma/d\varepsilon)_{\varepsilon=0} = E$, де E – модуль Юнга; (1)

г) ε_{ut} = 10...20%.

Аналогічні вимоги до опису діаграм зсуву (τ–γ).

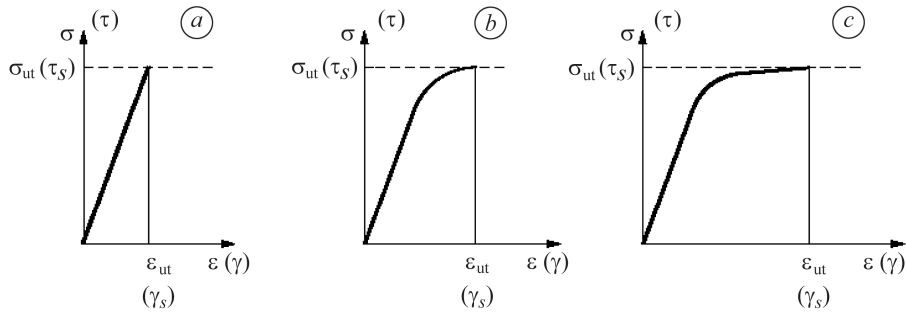


Рис. 1. Ідеалізовані залежності $\sigma(\epsilon)$, $\tau(\gamma)$: $a - \sigma = E\epsilon$, $\tau = G\gamma$; $b - \sigma = \sigma_{ut} \sin \frac{\pi\epsilon}{2\epsilon_{ut}}$,

$$\tau = \tau_s \sin \frac{\pi\gamma}{2\gamma_s}; \quad c - \sigma = \sigma_{ut} \left(1 - \left(1 - \frac{\epsilon}{\epsilon_{ut}} \right)^k \right), \quad \tau = \tau_s \left(1 - \left(1 - \frac{\gamma}{\gamma_s} \right)^k \right).$$

Fig. 1. Idealized dependences $\sigma(\epsilon)$, $\tau(\gamma)$: $a - \sigma = E\epsilon$, $\tau = G\gamma$; $b - \sigma = \sigma_{ut} \sin \frac{\pi\epsilon}{2\epsilon_{ut}}$,

$$\tau = \tau_s \sin \frac{\pi\gamma}{2\gamma_s}; \quad c - \sigma = \sigma_{ut} \left(1 - \left(1 - \frac{\epsilon}{\epsilon_{ut}} \right)^k \right), \quad \tau = \tau_s \left(1 - \left(1 - \frac{\gamma}{\gamma_s} \right)^k \right).$$

У праці [2] функція $\sigma(\epsilon)$ апроксимується синусоїдою (рис. 1b) $\sigma(\epsilon) = \sigma_{ut} \sin \frac{\pi\epsilon}{2\epsilon_{ut}}$, тому, згідно з умовами (1в), (1г), $\sigma_{ut} = \frac{2E}{10\pi} \dots \frac{4E}{10\pi} \approx \frac{E}{10} \dots \frac{E}{5}$. Використання точнішої апроксимаційної залежності, а саме: $\sigma(\epsilon) = A((1+\epsilon)^{-2} - (1+\epsilon)^{-9})$ дозволяє за умовами (1) отримати $\sigma_{ut} = 0,072E = E/14$. Енергетичний підхід Е. Орована дає $\sigma_{ut} = 0,17E$, а з використанням потенціалу Леннард-Джонса $\sigma_{ut} = 0,16E$.

Розрахунок теоретичної міцності за відриву σ_{ut} апроксимацією діаграми “ σ - ϵ ” є недосконалим, а саме: якщо прийняти

$$\sigma(\epsilon) = \sigma_{ut} \left(1 - \left(\frac{\epsilon_{ut} - \epsilon}{\epsilon_{ut}} \right)^k \right), \quad k \in N, \quad (2)$$

то, за умови (1в) отримуємо, що теоретична міцність металу

$$\sigma_{ut} = E \cdot \epsilon_{ut} / k. \quad (3)$$

Тобто теоретичну міцність металів апроксимацією виду (2) можна змінити довільну кількість k разів. Варто зауважити, що залежність (2) відповідає усім вимогам (1). Крім того, залежність (2) є логічнішою, оскільки за збільшення деформації можна сподіватися зменшення модуля E у залежності $\epsilon = \sigma/E$, при цьому графік функції $\sigma(\epsilon)$ повинен бути випуклим (рис. 1с).

Теоретичну міцність металу за відриву оцінюємо порівнянням фізичних затрат на цей процес та енергії деформування без припущення про граничну деформацію $\epsilon_{ut} = 10 \dots 20\%$. Для того, щоб “фізично” відірвати один атомний шар металу від іншого, необхідно: нагріти до температури плавлення ($Q_1 = mc(t_\lambda - t_0)$), де m – маса двох атомних шарів, kg; c – питома теплоємність, J/(kg·°C); t_0 , t_λ –

кімнатна і температура плавлення відповідно, °C); розплавити ($Q_2 = m\lambda$, де λ – питома теплота плавлення, J/kg); нагріти до температури кипіння ($Q_3 = mc(t_2 - t_1)$, де t_2 – температура кипіння, °C); випарувати ($Q_4 = mr$, де r – питома теплота пароутворення, J/kg). Загалом енергетичні затрати для такого відриву:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = m(c(t_2 - t_0) + \lambda + r) = \rho Sa(c(t_2 - t_0) + \lambda + r), \quad (4)$$

де ρ – питома густина металу, kg/m³; S – площа шарів, m²; a – параметр кристалічної ґратки, m.

Формула (4) вимагає уточнень, а саме: вважають випаруванням об'єм металу з двох шарів, для відриву достатньо “випарувати” лише один шар, тобто затрати (4) слід зменшити у два рази; під час випаровування атоми металу отримують енергію, яку визначають трьома степенями вільності, а відрив здійснюється в одному напрямі, тому енергетичні затрати (4) слід зменшити у три рази. Отже, фізичні затрати енергії для відриву двох атомних шарів визначають за формулою:

$$Q = \rho Sa(c(t_2 - t_0) + \lambda + r) / 6. \quad (5)$$

Накопичена до моменту відриву енергія деформації $A = aS \int_0^{\varepsilon_{ut}} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon$.

За лінійної залежності $\sigma = E\varepsilon$: $A = aS(\sigma_{ut})^2 / 2E$, а за залежності (2):

$$A = aS \frac{k^2}{k+1} (\sigma_{ut})^2 / E. \quad (6)$$

Згідно зі законом збереження енергії ($A = Q$), із формул (5) та (6) отримаємо:

$$\sigma_{ut} = \left\{ \frac{1}{6\alpha} E\rho(c(t_2 - t_0) + \lambda + r) \right\}^{1/2}, \quad (7)$$

де $\alpha = 0,5$ для лінійної залежності; $\alpha = \frac{k+1}{k^2}$ для залежності (2), $\alpha = 0,63$ під час

апроксимації діаграми $\sigma(\varepsilon)$ синусоїдою $\sigma(\varepsilon) = \sigma_{ut} \sin \frac{\pi\varepsilon}{2\varepsilon_{ut}}$.

Для алюмінію, заліза, міді, нікелю, золота, цинку, олова відношення $(c(t_2 - t_0) + \lambda)/r \approx 0,25$, для свинцю – 0,03. Таким чином, без особливої втрати точності доданком $(c(t_2 - t_0) + \lambda)$ можна знехтувати. Оскільки після руйнування відривом не спостерігаємо високої температури новоутвореної поверхні, то у

розрахунках застосуємо формулу $\sigma_{ut} = \left\{ \frac{1}{6\alpha} E\rho r \right\}^{1/2}$. Отже, теоретично міцність

за відриву σ_{ut} обчислюватимемо за формулою

$$\sigma_{ut} = \left\{ \frac{1}{6} \frac{k+1}{k^2} E\rho r \right\}^{1/2}. \quad (8)$$

Теоретична міцність за зсуву. Можна запропонувати багато дислокаційних механізмів, які відповідають за плинність заліза [1]. За температур нижче кімнатної такими механізмами можуть бути: звільнення дислокацій від атмосфер Коттрелла; урівноваження або переборення сил Пайерса–Набарро; перетин дислокацій; поперечне ковзання; утворення вакансій чи атомів впровадження на порогах гвинтових дислокацій; виникнення сил взаємодії (типу тертя) між приведеними в рух дислокаціями і розчиненими атомами; виривання дислокацій із атмосфер, що їх блокують, відповідно до перерозподілу за Снукком.

Тут теоретичну міцність за зсуву τ_s визначаємо, коли пластична деформація локалізується у смугах Людерса (рис. 2). На підставі спостережень сліди плинності у цих смугах мають ознаки плавлення.

Кількість теплоти для розплавлення одиниці об'єму металу записуємо так:

$$Q = \rho(c(t_\lambda - t_0) + \lambda). \quad (9)$$

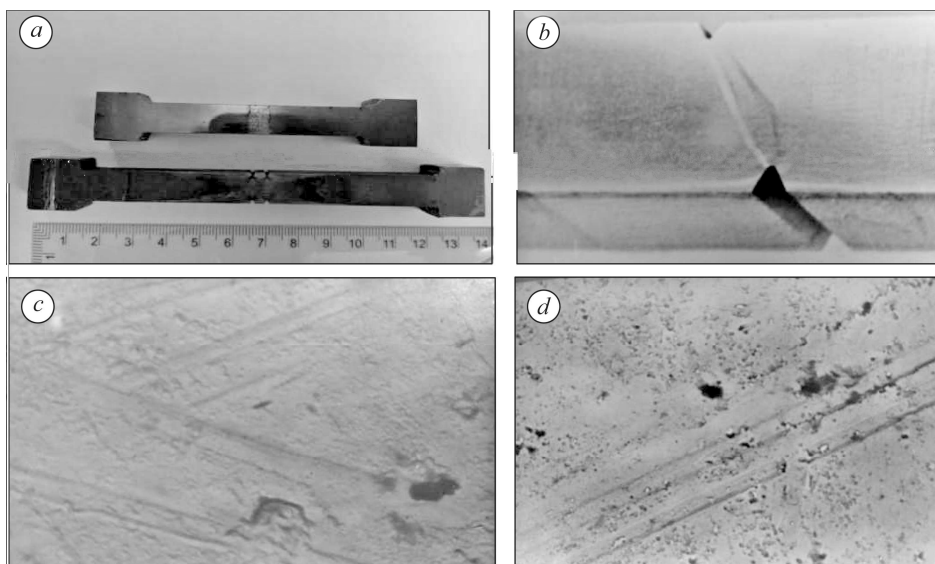


Рис. 2. Зразки (a), лінії Людерса (b) та їх вигляд під електронним мікроскопом, $\times 5000$ (c, d).

Fig. 2. Samples (a), Luders lines (b) under electron microscope, $\times 5000$ (c, d).

Оскільки за холодного кування сталі до температури $\approx 800^\circ\text{C}$ метал нагрівається за 10 і більше ударів, причому за кожного удару увесь об'єм металу пластично деформується, то можна вважати, що доданок $c(t_\lambda - t_0)$ у формулі (9) становить 10%, тобто без особливої втрати точності ним можна знехтувати. Таким чином, приймаючи залежність $\tau(\gamma)$ аналогічною до залежності $\sigma(\epsilon)$ (2), теоретичну міцність за зсуву τ_s визначатимемо формулою

$$\tau_s = \left(\frac{k+1}{k^2} G \rho \lambda \right)^{1/2}. \quad (10)$$

Якщо у співвідношення (3) підставити результат (8), то отримуємо формулу для обчислення граничної деформації

$$\epsilon_{\text{ut}} = \left\{ \frac{1}{6} \frac{k+1}{E} \rho r \right\}^{1/2}. \quad (11)$$

Результати обчислень теоретичної міцності за відриву та зсуву, згідно з формулами (8), (10), (11), подані у таблиці. Необхідні константи (E , G , ρ , λ , r) взяті з праці [4].

Для вибору показника степеня k (див. рис. 1c) у розрахункових формулах (8), (10) намагались наблизити теоретичну міцність до відомих значень [3, 6–12]. Такий необґрунтований вибір є навіть продуктивним: що вище k , то більша частина деформації за руйнування відбувається за напружень, близьких до теоретичних. Так, наприклад, для алюмінію, заліза, міді, нікелю ($k = 3$) друга половина ϵ_{ut}

зумовлена напруженнями $\sigma(\epsilon) (\tau(\gamma)) > 0,875 \sigma_{ut} (\tau_s)$, для цинку ($k = 2$) – $\sigma(\epsilon) (\tau(\gamma)) > 0,75 \sigma_{ut} (\tau_s)$, для свинцю ($k = 20$) вже 90% деформації зумовлено напруженнями $\sigma(\epsilon) (\tau(\gamma)) \approx \sigma_{ut} (\tau_s)$. Отже, за однакових умов цинк крихкіший, ніж алюміній, залізо, мідь, нікель. Свинець завжди руйнується пластично. Іншими словами, зі збільшенням k діаграма деформування наближається до діаграми жорсткопластичного матеріалу [13].

Фізичні константи та розрахована теоретична міцність для деяких металів

Метал	E	G	ρ , kg/m ³	λ	r	σ_{ut} , GPa	σ_{ut}/E	τ_s , GPa	τ_s/G	ϵ_{ut} , %
	GPa			kJ/kg						
Al, $k = 3$	72	26,5	2710	397	10900	12,5	0,17	3,5	0,13	52,3
Fe, $k = 3$	210	82	7860	277	6340	27,7	0,13	8,9	0,11	39,8
Cu, $k = 3$	123	45,6	8940	205	4790	19,7	0,16	6,1	0,13	48,2
Ni, $k = 3$	210	80,8	8900	303	6480	29,9	0,14	9,9	0,12	42,8
Pb, $k = 20$	18	6,25	11340	23	8600	3,9	0,21	0,3	0,05	435
Zn, $k = 2$	120	42,8	7100	111	1765	13,7	0,11	5	0,12	22,8

Для визначення реальної міцності матеріалу і порівняння її з теоретичною вибрали сталь 65Г, 97% якої становить залізо. Тому властивості його мали б певною мірою позначатись на міцнісних характеристиках сталі.

Встановлено на основі експериментальних результатів розтягу плоских зразків зі сталі 65Г шляхом вимірювання поверхневих зміщень на базі 50 μm з використанням оптичної системи і методу цифрової кореляції зображень в околі концентратора напружень критичну (руйнівну) деформацію і відповідну границю міцності [14].

Характеристики, визначені за стандартною методикою, для сталі 65Г такі: $\epsilon_c = 18\%$, $\sigma_B = 820 \text{ MPa} = 0,82 \text{ GPa}$, що суттєво менше за відповідні характеристики для заліза.

А використання спеціального пристрою [15], здатного виявляти внутрішні дефекти (тріщини) у зоні розриву, дало змогу суттєво скоригувати в сторону збільшення міцнісні характеристики сталі 65Г. При цьому критична деформація досягнула значення деформаційної характеристики заліза $\epsilon_{ut} = 40\%$, а реальна міцність σ_B наблизилась до 2 GPa, що в межах значень одного порядку і всього у кілька разів менше теоретичної міцності заліза σ_{ut} .

Таким чином, залізо, якому властива незначна порівняно з іншими матеріалами (≈ 2 рази) різниця між теоретичним і реальним значенням міцності [2], зумовлює поведінку сталі 65Г в умовах критичної рівноваги.

ВИСНОВКИ

Отримано розрахункові формули для оцінки теоретичної міцності матеріалів. Встановлено, що за однакової граничної деформації для сталі 65Г і заліза реальна міцність для заліза є меншою від теоретичної в межах одного порядку.

SUMMARY. A method to calculate the theoretical breaking strength of the metal and its theoretical breaking strength under shear conditions is proposed. The first of the mentioned strength values is determined by comparing the deformation energy at the time of breaking with the energy loss required for evaporation. The second one (based on experimental observations of the Luders lines obtained by electron microscope, $\times 5000$) is determined by comparing the deformation energy with energy loss required for metal melting. The theoretical strength for aluminum, iron, copper, nickel, lead and zinc is calculated theoretically. Experimental values of the limit deformation of 65Г steel close to the calculated values for iron, are obtained.

Keywords: *theoretical breaking strength, specific vaporization heat, theoretical shear strength, specific melting heat, deformation energy, Luders lines.*

Робота виконана у межах науково-дослідної теми “Створення фізичної моделі тріщиностійкості металів”, державна реєстрація №0116U001958.

1. *Екобори Т.* Научные основы прочности и разрушения материалов. – К.: Наук. думка, 1978. – 352 с.
2. *Божидарник В. В., Сулим Г. Т.* Элементы теории пластичности та міцності. – Львів: Світ, 1999. – 1. – 532 с.
3. *Поклуда Я.* Теоретична міцність твердих тіл: останні результати та застосування // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2011. – 47, № 5. – С. 5–12.
(*Pokluda J.* Theoretical strength of solids: recent results and applications // Materials Science. – 2012. – 47, № 5. – P. 575–582.)
4. *Кухлинг Т.* Справочник по физике. – М.: Мир, 1985. – 370 с.
5. *Ганулич Б. К.* Определение предельных нагрузок для сварных соединений с мягкими прослойками: Автореф. дис. канд. техн. наук. – Львов, 1985. – 18 с.
6. *Phonon instabilities and the ideal strength of aluminum / D. M. Clatterbuck, C. R. Krenn, M. L. Cohen, and J. W. Jr. Morris // Physical Review Letters. – 2003. – 91. – P. 135–501.*
7. *Černý M. and Pokluda J.* Ideal tensile strength of cubic crystals under superimposed transverse biaxial stresses from first principles // Phys. Rev. – 2010. – B82. – P. 74106.
8. *Ab initio calculations of ideal tensile strength and mechanical stability in copper / M. Černý, M. Šob, J. Pokluda, and P. Šandera // J. Physics: Condensed Matter. – 2004. – 16. – P. 1045.*
9. *Šandera P. and Pokluda J.* Improvement of the mackenzie theory on ideal shear strength // Scripta Metallurgica and Materialia. – 1993. – 29. – P. 1445.
10. *Černý M. and Pokluda J.* Influence of normal stress on theoretical shear strength of fcc metals // Mater. Sci. and Eng. – 2008. – A 483–484. – P. 692–694.
11. *Černý M. and Pokluda J.* Influence of superimposed normal stress on the <112>{111} shear strength in perfect fcc metals // Computational Mat. Sci. – 2008. – 44. – P. 127–130.
12. *Černý M., Šesták P., and Pokluda J.* Influence of superimposed normal stress on shear strength of perfect bcc crystals // Comput. Mater. Sci. – 2010. – 47. – P. 907–910.
13. *Работнов Ю. В.* Механика деформируемого твердого тела. – М.: Наука, 1988. – 712 с.
14. *Визначення локальної деформації біля концентраторів напружень методом цифрової кореляції зображень / Я. Л. Іваницький, Ю. В. Мольков, П. С. Кунь, Т. М. Ленковський, М. Войтович // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2014. – 50, № 4. – С. 6–10.
(*Determination of the local strains near stress concentrators by the digital image correlation technique / Ya. L. Ivanyts'kyi, Yu. V. Mol'kov, P. S. Kun', T. M. Lenkovs'kyi, M. Wójtowicz // Materials Science. – 2015 – 50, № 4. – P. 488–495.*)*
15. *Experimental determination of critical strain energy density of ductile materials / Y. Molkov, Ya. L. Ivanyts'kyi, T. M. Lenkovs'kyi, A. Trostianchyn, V. Kulyk, R. O. Shyshkovs'kyi // J. of Mechanical Engineering and Materials Science. – 2019. – 5, № 1. – P. 39–44.*

Одержано 16.12.2019