

<sup>1</sup> В. Г. Мартыненко<sup>2</sup> Н. И. Гриценко

<sup>1</sup> Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», г. Харьков, e-mail: martynenko.volodymyr@gmail.com

<sup>2</sup> Донвентилятор, г. Харьков, e-mail: donvent@gmail.com

**Ключові слова:** осьовий вентилятор головного провітрювання, ротор, робоче колесо, вал, аеродинамічні навантаження, задача теплопровідності, міцність.

УДК 62.135.3

## АНАЛИЗ СТАТИЧЕСКОЙ И ДИНАМИЧЕСКОЙ ПРОЧНОСТИ ОСЕВОГО ВЕНТИЛЯТОРА С УЧЁТОМ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ПОТОКА И НЕОДНОРОДНОСТИ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ

*Комплексно досліджено динаміку та міцність осьового вентилятора головного провітрювання рудника з видобутку мідної руди. З метою отримання аеродинамічних навантажень і параметрів конвективного теплообміну між повітрям проточної частини і матеріалом вентилятора розв'язана циклічно симетрична стаціонарна задача течії повітря. Визначення напружено-деформованого стану конструкції уточнено за допомогою врахування неоднорідного розподілу температур у вентиляторі. Розроблено підхід до побудови циклічно симетричної розрахункової моделі для визначення напружено-деформованого стану ротора осьового вентилятора. Результати досліджень, подані у вигляді контурних графіків розподілу основних параметрів напружено-деформованого стану конструкції, а також табличних значень її динамічних характеристик, дозволяють зробити висновок про статичну та динамічну міцність вентилятора.*

### Введение

Вентиляторы главного проветривания – это роторные машины, выполняющие функции обмена воздуха между атмосферой и подземными сооружениями и выработками [1].

Такие типы машин являются ключевыми звеньями систем жизнеобеспечения в горнодобывающей промышленности, и, следовательно, к ним выставляются жёсткие требования по аэродинамическим и прочностным характеристикам. Кроме того, практически во всех случаях наряду с основным вентилятором на предприятиях устанавливается резервный, работающий попеременно с основным.

По способам забора, транспортировки и подачи воздуха вентиляторы главного проветривания разделяются на центробежные и осевые. Центробежные вентиляторы в большинстве случаев работают при относительно невысоких окружных скоростях и создают сравнительно высокий перепад давления воздуха, а осевые, напротив, имеют более высокие обороты и способны перемещать большие массы воздуха при невысоком перепаде давления. Определённый тип вентилятора выбирается, исходя из конкретных требований предприятия.

Учитывая тот факт, что 10% использования произведённой электроэнергии в промышленности приходится на вентиляционные системы [2], вентиляторы главного проветривания должны иметь оптимальную конструкцию, обеспечивающую максимальный коэффициент полезного действия (КПД) при заданных параметрах потребления, что достигается при помощи профилирования лопаток колеса вентилятора, проектирования геометрии входных коробок и дальнейшего применения профессиональных конструкторских и технологических подходов к объединению компонентов машины, её производству и монтажу.

Поскольку вентилятор главного проветривания является быстроходной роторной машиной, он находится в интенсивном поле центробежных сил, что накладывает жёсткие ограничения по его статической и динамической прочности. Ситуация по определению прочностных параметров может быть усложнена ещё и тем фактом, что за счёт наличия тепловых источников (например, двигателя и подшипников), с одной стороны, и среды конвективного теплообмена (перемещаемого воздуха), с

другой, машина имеет значительный температурный градиент. Он требует определения с целью уточнения свойств материала в той или иной части ротора, а также учёта неоднородности температурных деформаций.

Не менее важным является и акустический аспект, поскольку данные машины поддаются жёсткой регламентации в соответствии с нормами мер безопасности по охране труда.

Все эти факты в целом позволяют сделать вывод о том, что вентилятор главного проветривания при его проектировании и проверке требует разработки комплексного подхода, учитывающего взаимное влияние аэродинамических, статических и динамических прочностных, тепловых и акустических эффектов.

Основываясь на указанном выше, целью данной работы поставлено создание методов оценки статической и динамической прочности осевого вентилятора главного проветривания с учётом влияния аэродинамических и тепловых эффектов.

Следует отметить, что задачам определения прочности промышленных вентиляторов уделялось большое внимание ещё до момента разработки крупных программных комплексов конечноэлементного (КЭ) анализа. Так, в работе [3] проведено численное исследование усталостной прочности лопаток центробежного вентилятора. Его целью является поиск оптимального варианта конструкции и числа лопаток. В статье [4] дан пример конечноэлементного прочностного анализа рабочего колеса центробежного вентилятора в постановке циклической симметрии. Приведена картина распределения напряжений в конструкции. В [5] авторами представлено сравнение экспериментального и теоретического комплексных исследований прочности, уровня шума и динамики течения газа в колесе центробежного вентилятора с выводами о влиянии на них упрочняющих колец.

В то же время использование программных комплексов КЭ анализа значительно упрощает и уточняет задачу по определению прочности конструкций. Например, в работе [6] приведен КЭ расчёт по определению максимальных эквивалентных напряжений в рабочем колесе центробежного вентилятора с анализом мест их расположения и концентрации. Статья [7] на базе КЭ анализа даёт зависимость прочностных характеристик осевого вентилятора со сдвоенными лопатками от частоты его вращения. В [8] авторы приводят результаты анализа прочности осевого вентилятора с учётом влияния на неё свойств перемещаемого потока газа. В работе [9] проведен комплексный анализ динамики и прочности элементов вентиляторной установки, включая корпус, рабочее колесо и вал, с дальнейшей анализом влияния на них конструктивных особенностей и модификаций. Публикация [10] демонстрирует методику проектирования и расчёта лопаточного венца шахтного вентилятора методами программного комплекса конечноэлементного анализа.

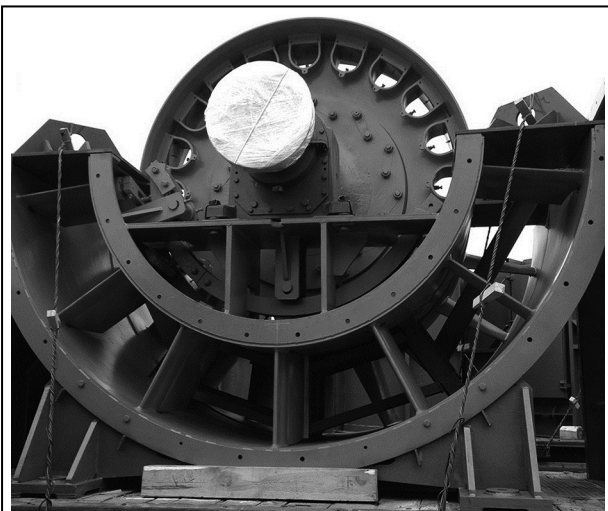
Тем не менее, ни одна из приведенных работ не предполагает анализа динамики и прочности вентилятора с учётом взаимного влияния аэродинамических, тепловых и механических эффектов,

поэтому данная статья посвящена разработке методики по проведению такого анализа.

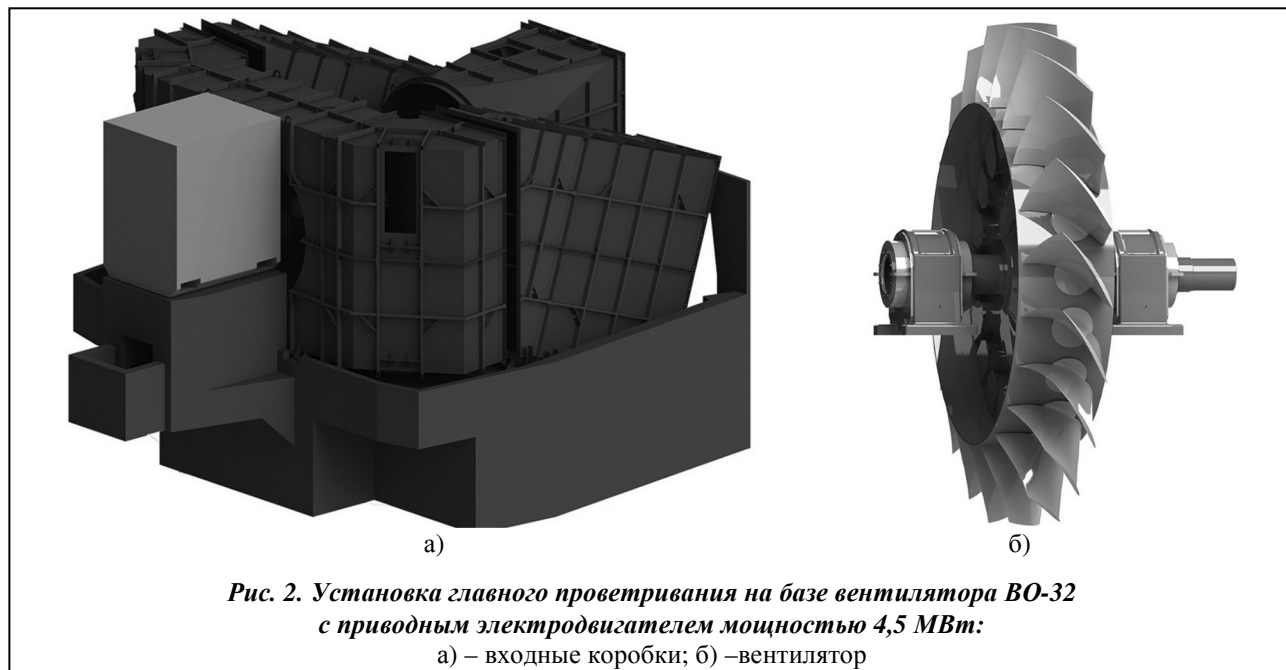
## 1. Краткие сведения об осевом вентиляторе ВО-32

Нереверсивный осевой вентилятор главного проветривания рудника ВО-32 (рис. 1) спроектирован и изготовлен специалистами научно-производственного объединения «Донвентилятор» с целью замены отработавшего установленный срок эксплуатации центробежного вентилятора ВЦД-31,5 на руднике по добыче медной руды «Орловский» корпорации «Казахмыс» (республика Казахстан).

Главная задача проекта заключалась в том, чтобы спроектировать вентилятор с перепадом полного давления 9650 Па и расходом 355 м<sup>3</sup>/с взамен устаревшего вентилятора ВЦД-31,5 таким образом, чтобы он мог быть смонтирован в дейст-



*Рис. 1. Рабочее колесо вентилятора с частью направляющего аппарата (лопатки рабочего колеса демонтированы перед транспортировкой)*



вующее здание с малейшими доработками его фундамента и стен, что накладывало жёсткие требования к весу и габаритам конструкции и, соответственно, требовало нового научного подхода к проектированию вентиляторной установки.

Рис. 2 иллюстрирует общий вид вентиляторной установки. На рис. 2, а изображены её входные коробки, смонтированные на бетонном основании, со схематически показанным двигателем. Данная конструкция входных коробок была специально разработана для выполнения жёстких требований по габаритам, весу и производительности установки. На рис. 2, б представлена конструкторская модель ротора осевого вентилятора ВО-32.

Вал и рабочее колесо вентилятора изготовлены из высококачественной углеродистой стали, а лопасти – из лёгкого алюминиевого сплава. При этом вентилятор предназначен для перемещения массы воздуха с температурой в пределах от  $-5^{\circ}\text{C}$  до  $40^{\circ}\text{C}$  со скоростью вращения  $750$  об/мин. Он закреплён в двух роликовых подшипниках – радиально-упорном и упорном.

Практически весь эксплуатационный период вентилятор работает на стационарном режиме с минимальными числом пусков и остановов.

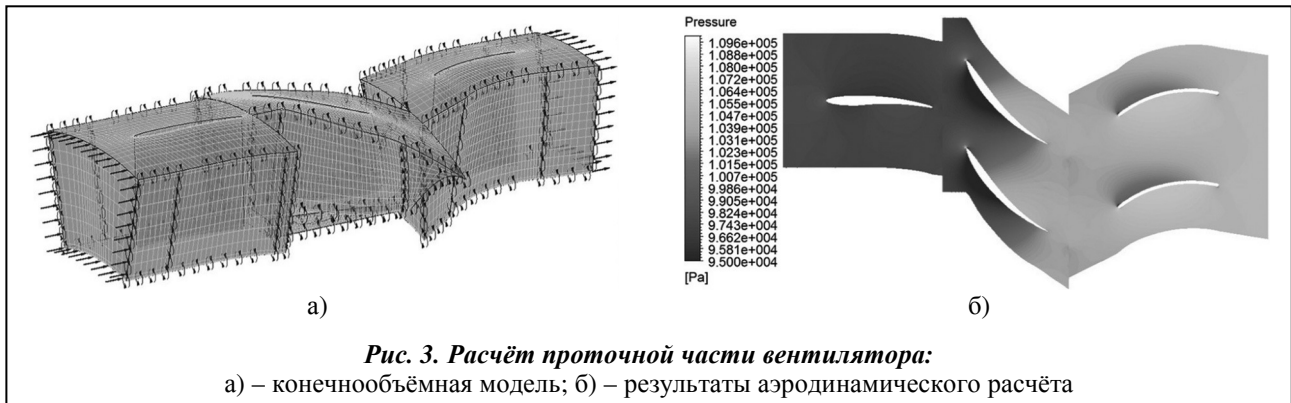
## 2. Аэродинамический расчёт проточной части вентиляторной установки

Чтобы получить картину распределения аэродинамических нагрузок на лопасти рабочего колеса, а также параметров конвективного теплообмена между воздухом проточной части и материалом вентилятора, в программном комплексе конечноэлементного анализа решена стационарная задача течения газа через систему направляющий аппарат-ротор-спрямляющий аппарат в постановке циклической симметрии.

На рис. 3, а показана конечнообъёмная модель проточной части вентиляторной установки. Следует отметить, что использованная постановка задачи позволяет учесть разницу в числе ступеней статор-ротор-статор, а также корректно отразить условия сопряжения между интерфейсами вращающихся и неподвижных частей газа.

Входной информацией для аэродинамического расчёта являлись граничные условия (полное давление  $P_t = 101325$  Па на входе направляющего аппарата; массовый расход  $Q = 420$  кг/с на выходе спрямляющего аппарата; условия периодической симметрии на соответствующих гранях объёмов воздуха), а также свойства материала среды при рабочей температуре вентилятора  $25^{\circ}\text{C}$  [11].

В результате проведения анализа стационарного течения газа получена картина распределения его кинематических и силовых характеристик в проточной части вентилятора, в частности, распределение вектора скоростей и значений полного давления. На рис. 3, б показано распределение полного давления в меридиональном сечении проточной части турбомшины. Кроме того, в соответ-



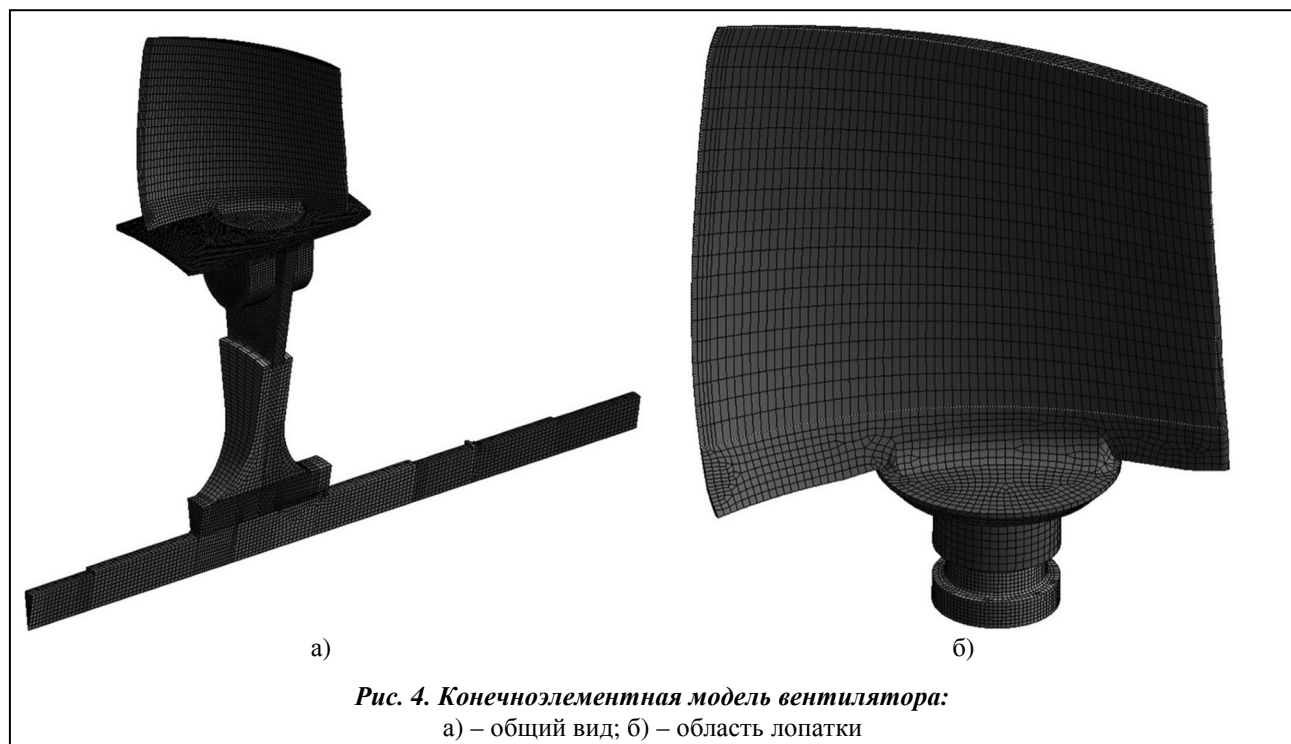
ствии с выбранной моделью теплопередачи [12], получены параметры конвективного теплообмена среды (а именно, поверхностный коэффициент  $\alpha$  и сдвиговая температура  $T_{ref}$ ), впоследствии использованные для анализа теплопроводности в вентиляторе.

### 3. Расчётная модель для теплового и прочностного анализов

В процессе построения расчётной модели для проведения основных типов анализов конструкторская модель ротора осевого вентилятора ВО-32, изображённая на рис. 2, б, была подвергнута ряду геометрических упрощений, существенно не влияющих на точность определения температурных полей и полей основных параметров напряжённо-деформированного состояния (НДС), но способных значительно увеличить размерность решаемой впоследствии конечноэлементной задачи.

Поскольку жёсткость подшипников является намного большей сравнительно с жёсткостью конструкции, в расчётной модели они были заменены жёсткими опорами с соответствующими местами и направлениями закреплений. Кроме того, в ходе проведения предварительных анализов было установлено, что учёт веса конструкции не вносит значительной погрешности в получение основных характеристик НДС конструкции, а это позволило для снижения размерности задачи и численной погрешности рассматривать её в постановке циклической симметрии (рис. 4).

Общий вид расчётной модели показан на рис. 4, а. При этом особое внимание было уделено построению конечноэлементной сетки лопатки вентилятора (рис. 4, б), в особенности её хвоста как ожидаемого места концентрации напряжений [13].



В качестве тепловых нагрузок к конструкции в местах контакта вала ротора с подшипниками были приложены их постоянные температуры 70 °С, в месте контакта вала с муфтой привода – постоянная температура 30 °С, на поверхностях рабочего колеса – параметры конвективного теплообмена с воздухом при 25 °С, а на поверхностях пера лопатки – параметры конвективного теплообмена с воздухом, полученные и описанные в п. 2.

В качестве механических нагрузок к конструкции были приложены центробежная сила, определяемая частотой вращения ротора  $n = 750$  об/мин, а также импортированное из анализа стационарного течения газа давление на поверхности пера лопатки.

#### 4. Результаты теплового анализа и анализа статической прочности

Поскольку компоненты рассматриваемого вентилятора состоят из различных материалов, то анализ его статической прочности должен быть произведен отдельно для каждой из составляющих, то есть для НДС в стальных и алюминиевых элементах.

С учётом особенностей нагружения и разрушения стали и алюминия, для оценки статической прочности конструкции использовался критерий текучести фон Мизеса, согласно которому пластические деформации при сложном напряжённом состоянии происходят, если определённая величина, называемая эквивалентным по Мизесу напряжением  $\sigma_{eqv}$ , превышает некоторое допустимое значение  $[\sigma]$ , определяемое в данном случае пределом текучести материала [13]

$$\sigma_{eqv} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}, \quad (1)$$

где  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  – главные напряжения;

$$[\sigma] = \sigma_T / s, \quad (2)$$

где  $\sigma_T$  – предел текучести материала,  $s$  – коэффициент запаса.

Таким образом, критерием прочности в данном случае является следующее выражение:

$$\sigma_{eqv}^{\max(i)} \leq [\sigma]_i, \quad (3)$$

где  $i = 1, 2$  – коэффициент материала.

Рис. 5 демонстрирует результаты выполненных расчётов. На рис. 5, а схематически проиллюстрировано давление, импортированное из аэродинамического расчёта, описанного в п. 2. На рис. 5, б приведены результаты теплового анализа ротора вентиляторной установки ВО-32, а именно, температурное поле в конструкции. Как видно из рисунка, максимальная температура 70 °С достигается в месте посадки ротора в подшипники, а минимальная температура 22,13 °С – в пера лопатки. Кроме того, наиболее высокий температурный градиент наблюдается на валу при том, что по мере перехода от рабочего колеса к перу лопатки он убывает.

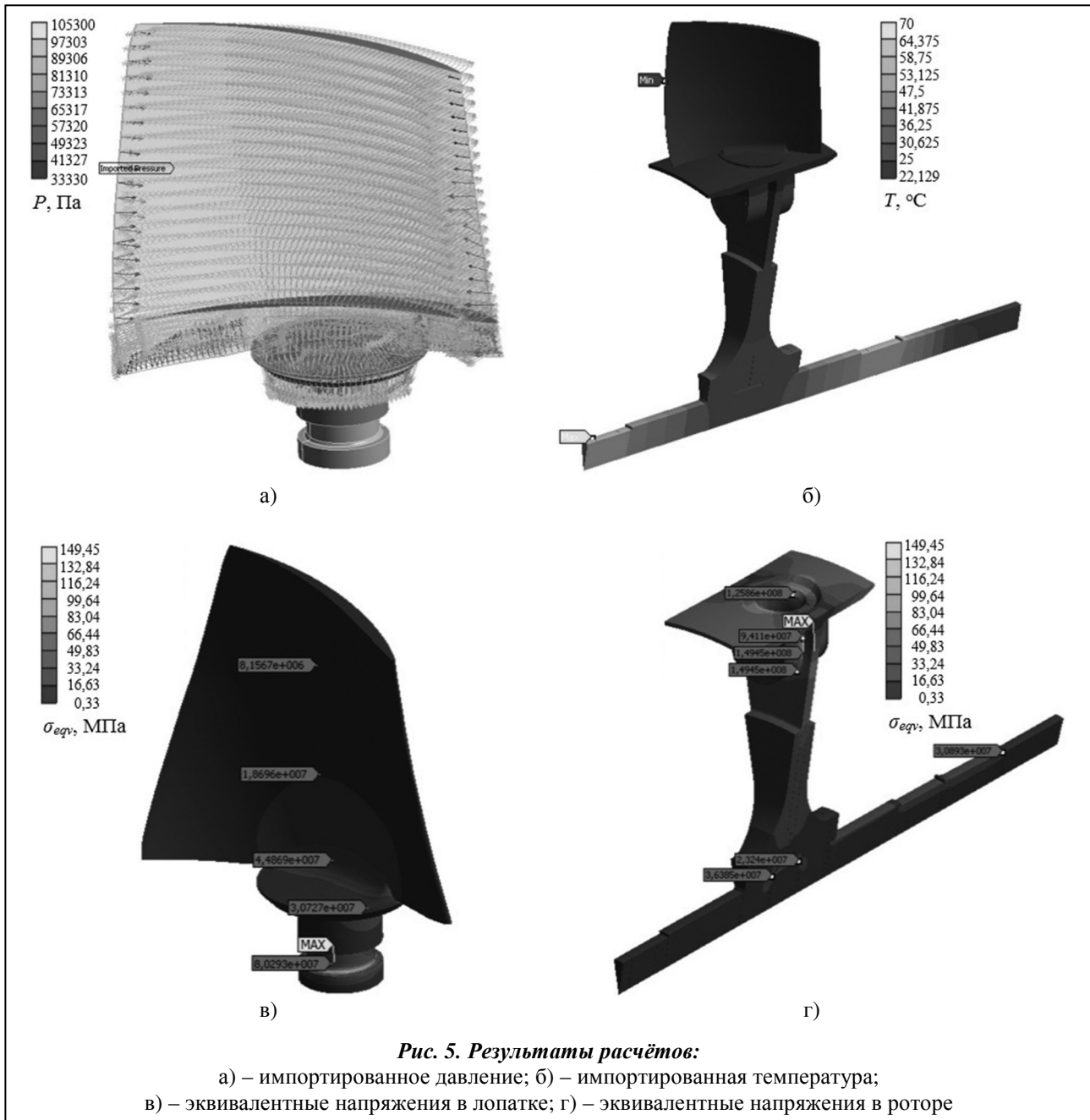
Полученные результаты аэродинамического и теплового анализов в дальнейшем используются при решении прочностной задачи для корректирования свойств материала при различных температурах, учёта влияния термдеформаций и термонапряжений на общее напряжённо-деформированное состояние конструкции.

На рис. 5, в и 5, г изображены контурные графики распределения эквивалентных по Мизесу напряжений соответственно в алюминиевых и стальных элементах конструкции.

Как видно из графиков, максимальные эквивалентные по Мизесу напряжения в алюминиевой лопатке достигаются в её корне и составляют 80,3 МПа, а в рабочем колесе – 149,45 МПа. С учётом установленного коэффициента запаса  $n = 1,5$  можно сравнить полученные значения с допустимыми:  $80,3 \text{ [МПа]} < 250 \text{ [МПа]} / 1,5 = 167 \text{ [МПа]}$  и  $149,45 \text{ [МПа]} < 265 \text{ [МПа]} / 1,5 = 177 \text{ [МПа]}$  для алюминия и для стали соответственно. Таким образом, можно сделать вывод о статической прочности вентилятора.

#### 5. Результаты анализа динамической прочности

Анализ динамической прочности турбомашин, которой является осевой вентилятор главного проветривания ВО-32, включает в себя ряд мероприятий по оценке уровня его отстройки от резонансных режимов, мало- и многоциклового усталости.



В данной работе представлена методика проведения модального анализа с целью определения критических скоростей вращения ротора вентиляторной установки. Анализ многоциклового усталости от действия небаланса и циклических аэродинамических нагрузок представляет собой отдельную задачу, которая не входит в рамки рассмотрения данной работы. В то же время вентилятор является машиной со сравнительно небольшим количеством циклов пусков и остановов, работающей в пределах упругих деформаций, что отодвигает потребность в анализе многоциклового усталости на второй план [14].

Первые шесть собственных частот рассматриваемого ротора имеют следующие значения: 30,5; 58,8; 69,2; 86,4; 118,4; 120,7 Гц.

На рис. 6 показаны и пронумерованы соответствующие указанным собственным частотам собственные формы колебаний ротора. Расчёт выполнен с учётом преднапряжённого состояния, возникающего от действия статических нагрузок и описанного в п. 4.

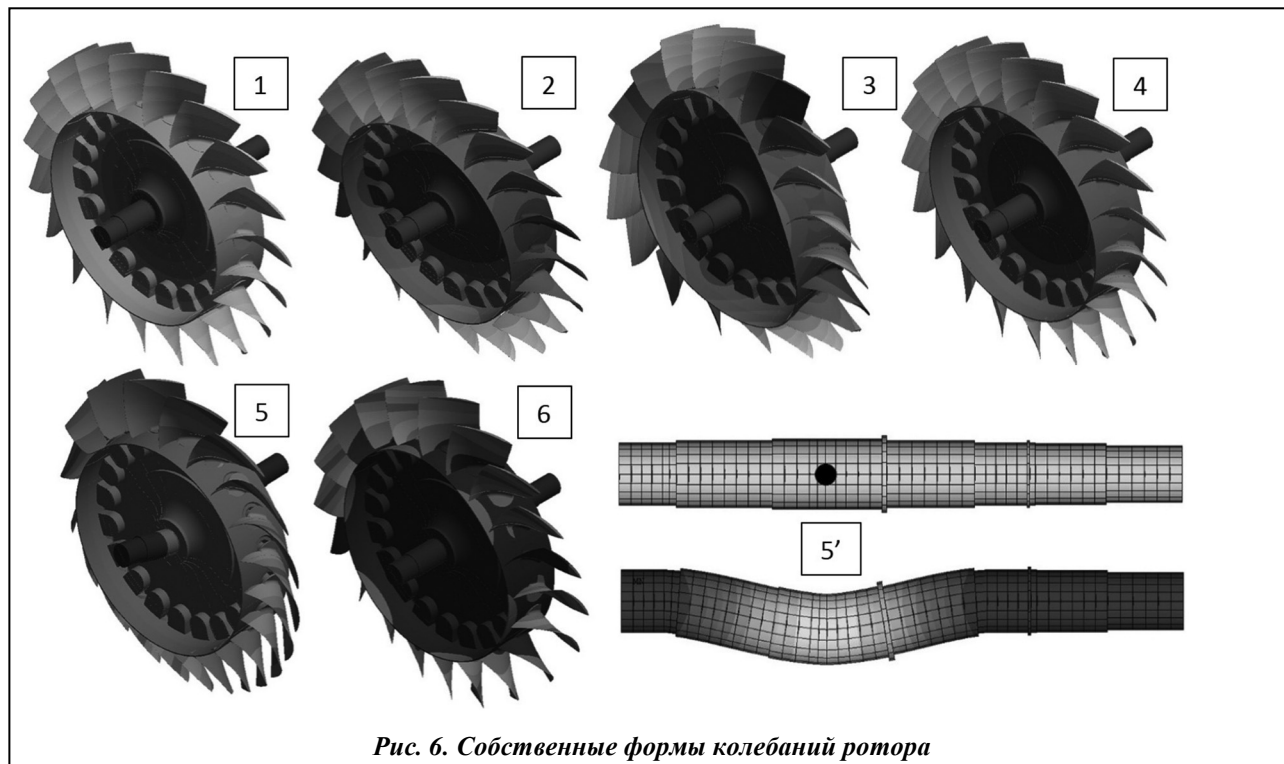


Рис. 6. Собственные формы колебаний ротора

Как видно из рисунка, пятая собственная форма колебаний вентилятора является первой собственной формой колебаний вала. Поскольку трёхмерный конечноэлементный анализ использованного программного пакета не имеет возможности определения собственных частот ротора с учётом влияния гироскопического момента [15], указанная собственная частота должна быть уточнена с помощью проведения модального анализа на балочной модели вала с соответствующими реальной конструкции поперечными сечениями и диском, имеющим массовые характеристики рабочего колеса вентилятора и показанного схематически чёрной точкой. На рис. 6 под номером 5' изображены балочная конечноэлементная модель и первая собственная форма колебаний вала, полученная с её помощью.

На рис. 7 приведена диаграмма Кэмпбелла для рассматриваемой балочной модели, соответствующая влиянию на ротор сил небаланса для кратности возбуждающей нагрузки  $j = 1$ . После проведения серии аналогичных расчётов для высших кратностей возбуждающих нагрузок становится возможным построение сводной таблицы

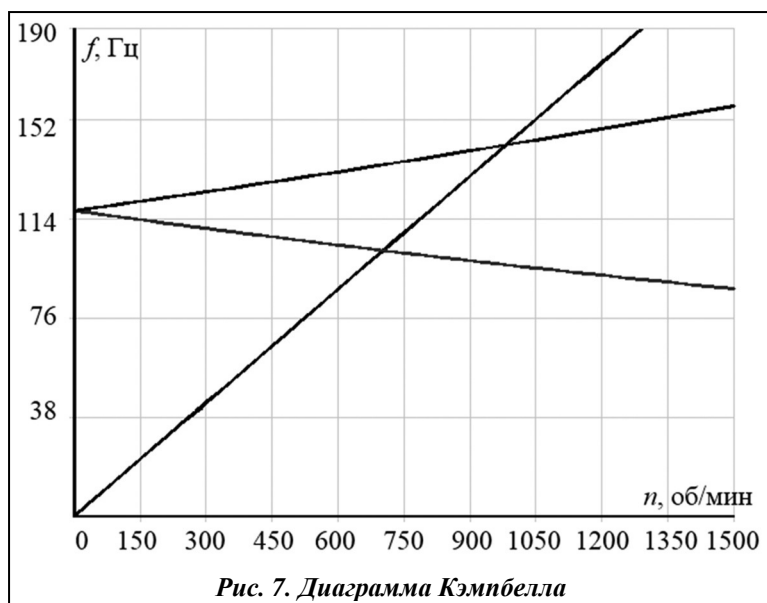


Рис. 7. Диаграмма Кэмпбелла

первых критических частот рассматриваемого ротора и уровня его отстройки от резонансных режимов.

При этом оценка отстройки ротора от резонансных режимов, показанной в таблице, проводилась согласно методике, основанной на использовании следующей эмпирической формулы [16]:

$$\Delta f_{ij} = [(f_i - j \cdot n) / n] \cdot 100\% , \quad (4)$$

где  $\Delta f_{ij}$  – запас отстройки,  $f_i$  – собственная частота колебаний ротора,  $n$  – частота возбуждающей нагрузки,  $i$  – номер собственной частоты,  $j$  – кратность возбуждающей нагрузки.

*Отстройка ротора от резонансных режимов*

№ критической частоты	Значение, Гц	Кратность, %					
		1-я	2-я	3-я	4-я	5-я	6-я
1	30,5	144	370	454	591	847	866
2	58,8	44	270	354	491	747	766
3	69,2	56	170	254	391	647	666
4	86,4	156	70	154	291	547	566
5	120,7	356	130	46	91	347	366
6	139,7	1018	902	788	670	553	405

Кроме того, первая критическая частота ротора превышает рабочую частоту вращения, что свидетельствует о его работе на дорезонансных режимах.

Итак, проведённый анализ критических частот вращения ротора вентиляторной установки показывает удовлетворительный уровень его отстройки от резонансных режимов, что подтверждает оптимальность конструкции вентилятора ВО-32.

**Заключение**

Проведённый анализ течения газа в проточной части вентиляторной установки позволил определить параметры нагружения лопаточного венца и его конвективного теплообмена со средой, что повысило эффективность и точность расчётов динамики и прочности вентилятора.

Определённое с помощью стационарного анализа теплопроводности температурное поле в роторе было использовано для уточнения физических свойств материала в различных точках конструкции и учёта её термодформаций.

Статический прочностной анализ вентилятора показал, что максимальное значение эквивалентных по Мизесу напряжений в стальных элементах конструкции составляет 149,45 МПа, а в алюминиевых 80,3 МПа, что позволяет сделать выводы о её статической прочности.

В результате проведения модального анализа ротора вентиляторной установки установлено, что запас отстройки его критических частот от возбуждающих нагрузок и их кратностей превышает 20%. Кроме того, работа вентилятора осуществляется в дорезонансном диапазоне. Это свидетельствует об отстройке машины от резонансных режимов.

Таким образом, вентилятор ВО-32, изготовленный специалистами научно-производственного объединения «Донвентилятор», является оптимальной с точки зрения аэродинамических и прочностных характеристик конструкцией.

Анализ динамической прочности вентилятора с точки зрения многоциклового усталости требует разработки методики связанного аэродинамического-теплового-прочностного динамического анализа переходных процессов, что является предметом дальнейших исследований в данной области.

**Литература**

1. Брусиловский, И. В. Аэродинамика осевых вентиляторов / И. В. Брусиловский. – М.: Машиностроение, 1984. – 240 с.
2. Иванов, С. К. Осевые высоконапорные вентиляторы обеспечивают энерго- и материалоснабжение / С. К. Иванов, Ю. Н. Киклевич // Всеукраин. науч.-техн. журн. – 2004. – № 4. – С. 15–17.
3. Pereyaslavets, L. A. Method of comparative analysis of the fatigue strength of centrifugal fan blades / L. A. Pereyaslavets. – Kyiv: Strength of Materials, 1980. – P. 565.
4. Ramamurti, V. Steady state stress analysis of centrifugal fan impellers / V. Ramamurti, P. Balasubramanian // Computers & Structures. – 1987. – Vol. 25, № 1. – P. 129–135.
5. Bhope, D. V. Experimental and theoretical analysis of stresses, noise and flow in centrifugal fan impeller / D. V. Bhope, P. M. Padole // Mechanism and Machine Theory. – 2004. – Vol. 5, № 2. – P. 115–120.
6. Wang, S. L. Investigation of Strength in G4-73 Type Centrifugal Fan Impeller / S. L. Wang, Z. Sun, Z. R. Wu // Advanced Materials Research. – 2011. – Vol. 383, № 1. – P. 5669–5673.
7. Krasnyuk, A. Estimating strength of high-loaded impellers of large-size mine axial fans / A. Krasnyuk, E. Russky, N. Popov // J. of Mining Sci. – 2012. – Vol. 48, № 2. – P. 314.
8. Wang, S. L. Study on the Strength of Axial Fan Blades Based on Fluid-Solid Coupling / S. L. Wang, S. F. Liang, B. Hu // Appl. Mech. and Materials. – 2013. – Vol. 448, № 5. – P. 3382–3385.



9. Козюрин, С. В. Динамика и прочность рабочих колес со сдвоенными листовыми лопатками осевых вентиляторов главного проветривания: Автореф дис. ... д-ра техн. наук / Козюрин Сергей Владимирович, – Новосибирск, 2004. – 125 с.
10. Мелехина, О. В. Проектирование и анализ нового шахтного вентилятора инструментом ANSYS Workbench [Электронный ресурс] / О. В. Мелехина, Г. С. Новаковский. – Режим доступа: или URb: <http://www.mining-media.ru/ru/article/newtech/118-proektirovanie-i-analiz-novogo-shakhtnogo-ventilyatora-instrumentom-ansys-workbench>. – 17.05.2011 г.
11. *Temperature, density, specific heat, thermal conductivity, expansion coefficient, kinematic viscosity and Prandtl's number for temperatures ranging –150–400 °C* [Электронный ресурс] – Режим доступа: или URb: [http://www.engineeringtoolbox.com/air-properties-d\\_156.html](http://www.engineeringtoolbox.com/air-properties-d_156.html).
12. Кубо, Р. Термодинамика / Р. Кубо. – М.: Мир, 1970. – 304 с.
13. Биргер, И. А. Прочность и устойчивость: В 2-х т. / И. А. Биргер, Я. Г. Пановко. – М.: Машиностроение, 1988. – Т. 1 – 831 с.
14. Серенсен, С. Динамическая прочность в машиностроении / С. Серенсен, И. Тетельбаум. – Л.: Гос. науч.-техн. изд. машиностроит. лит., 1940. – 376 с.
15. Бабаков, И. М. Теория колебаний / И. М. Бабаков. – М.: Дрофа, 2004. – 591 с.
16. Колесников, К. С. Вибрации в технике. Колебания машин, конструкций и их элементов / К. С. Колесников. – М.: Машиностроение, 1978. – 544 с.

*Поступила в редакцию 25.10.15*

**Р. У. Оруджева,**  
канд. физ.-мат. наук

Азербайджанский  
аграрный университет  
Азербайджан, г. Баку,  
e-mail: brrustam@mail.ru

УДК 539.375

## ЗАРОЖДЕНИЕ ТРЕЩИНЫ В ИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ В НЕОДНОРОДНОМ НАПРЯЖЕННОМ ПОЛЕ

*Дається математичний опис розрахункової моделі зародження тріщини в ізотропному середовищі в неоднорідному напруженому полі. Використовується модель зони передруйнування зі зв'язками між берегами. Задача про рівновагу зони передруйнування (зони ослаблених міжчасткових зв'язків матеріалу) в ізотропному середовищі під дією неоднорідного напруженого поля зводиться до розв'язання системи двох інтегродиференціальних рівнянь. Інтегральні рівняння потім зводяться до системи нелінійних алгебраїчних рівнянь, яка розв'язується методом послідовних наближень. Сформульовано критерій зародження тріщини. Знайдено зусилля в зв'язках між берегами зони передруйнування, її розмір, граничні зовнішні навантаження, за яких в середовищі виникає тріщина.*

**Ключові слова:** *ізотропне середовище в неоднорідному напруженому полі, зона передруйнування зі зв'язками між берегами, сила зчеплення, зародження тріщини.*

### Введение

Разрушение реальных материалов является сложным процессом и для различных материалов протекает по-разному в зависимости от особенностей структуры материала, его химического состава, вида напряжения и прочих факторов. В настоящее время известно несколько механизмов трещинообразования [1–4]. Для практики исследования вопросов зарождения трещины в материалах и конструкциях имеет важное значение.

### Постановка задачи

Рассмотрим однородную изотропную среду. На бесконечности действуют напряжения, являющиеся полиномиальными функциями декартовых координат  $x$  и  $y$ . По мере нагружения среды силовой нагрузкой в ней будут возникать зона предразрушения, которую моделируем как область ослабленных межчастичных связей материала. Трещинообразование в среде под действием силовой нагрузки исследуется с помощью модели зоны предразрушения со связями между берегами [3]. Размеры зоны предразрушения заранее неизвестны и зависят от вида материала. Принято, что между берегами зоны предразрушения имеются связи (силы сцепления между частицами материала среды),

© Р. У. Оруджева, 2015