

УДК 532.536

## ТЕПЛООБМІН В ГРАДІЄНТНОМУ ТУРБУЛЕНТНОМУ ПОГРАНИЧНОМУ ШАРІ

Авраменко А.О., член-кореспондент НАН України, Ковецька М.М., канд. техн. наук,  
Кондратьєва О.О., канд. техн. наук, Сорокіна Т.В., канд. техн. наук.

Інститут технічної теплофізики НАН України, вул М. Капніст 2а, м. Київ 03680, Україна

<https://doi.org/10.31472/ttpe.4.2019.3>

Представлено математичну модель та надано рішення задачі теплообміну в турбулентному пограничному шарі зі зміною тиску в напрямку течії. Отримано залежності профілю температури та коефіцієнта тепловіддачі від параметрів потоку.

Представлена математическая модель и дано решение задачи теплообмена в турбулентном пограничном слое с изменением давления в направлении течения. Получены зависимости профиля температуры и коэффициента теплоотдачи от параметров потока.

Mathematical model is presented and solution to the heat transfer problem in turbulent boundary layer with changing pressure in longitudinal direction is described. The dependences of the temperature profile and heat transfer coefficient from the flow parameters are obtained.

Бібл. 16, рис. 2.

**Ключові слова:** турбулентний пограничний шар, теплообмін, градієнтний потік.

$c_f$  – коефіцієнт тертя;  
 $c_p$  – теплоємність при постійному тиску;  
 $K$  – параметр ламінаризації;  
 $T$  – температура;  
 $R_w$  – радіус кривизни поверхні;  
 $L$  – довжина вільного пробігу;  
 $p$  – тиск;  
 $q$  – тепловий потік;  
 $u, v$  – складові швидкості;  
 $x, y$  – Декартові координати;  
 $a$  – коефіцієнт тепловіддачі;  
 $\mu$  – динамічна в'язкість;  
 $\delta$  – товщина пограничного шару;  
 $\tau$  – дотичне напруження;  
 $\rho$  – густина;

**Безрозмірні параметри:**

$Nu$  – число Нуссельта;  
 $Pr$  – число Прандтля;  
 $Re$  – число Рейнольдса;  
 $St$  – число Стантона;

**Індекси нижні:**

$\Sigma$  – ефективний параметр;  
 $\infty$  – параметр на границі пограничного шару;  
 $w$  – параметр на стінки.

**Введение**

Значний інтерес до результатів дослідження теплообміну в градієнтних потоках визначається широким розповсюдженням каналів змінного перетину в техніці. Вплив градієнта тиску на теплообмін в турбулентному пограничному шарі постійно досліджується при створенні та удосконаленні теплообмінного обладнання для енергетики, аерокосмічної техніки, хімічної промисловості та в біологічних системах [1-5].

В роботах [1,2] розглядаються проблеми, що пов'язані з розробкою та удосконаленням ефективних однофазних теплообмінних апаратів. Розглядаються властивості теплового пограничного шару на поверхні, що обігривається. Досліджується вплив градієнту ти-

ску, температурної неоднорідності і проникненості поверхні на теплообмін в турбулентному пограничному шарі. Показано зв'язок енергоефективності і компактності теплообмінних апаратів з інтенсифікацією процесів теплообміну.

Робота [3] присвячена розвитку теорії та методів моделювання градієнтних течій в робочому просторі твердопаливних ракетних двигунів. Представлено результати досліджень внутрішніх турбулентних течій на основі сучасних технологій моделювання. Вивчаються особливості спряженого теплообміну в каналах, що обертаються.

Для обґрунтування вибору та оптимізації теплового захисту і визначення теплових режимів конструкцій

літальних апаратів необхідно знати теплові навантаження, що діють на їхню поверхню. В роботі [4] представлені результати досліджень впливу тривимірності течії, нерівноваги фізико-хімічних процесів, ламінарно-турбулентного переходу на теплообмін поверхонь літальних апаратів. Представлено методи рішення основних задач теплообміну як на основі загальних рівнянь Нав'є – Стокса, так і в наближенні пограничного шару. Проаналізовано вплив від'ємного градієнту тиску на ламінарізацію турбулентного потоку, запропоновані поправочні коефіцієнти для розрахунку теплообміну в пограничному шарі.

В роботі [6] досліджувався вплив різних факторів на гідродинаміку і теплообмін відривних течій в дозвукових потоках. Представлено результати чисельного та експериментального досліджень теплових характеристик відривних потоків, що виникають за різними перешкодами. Розглянуті можливості управління інтенсивністю теплообмінних процесів в дозвукових потоках.

Результати експериментальних досліджень теплообміну при течії повітря в плоскому конфузорному каналі представлено в роботі [7]. Дослідження проведено як в стаціонарному режимі, так і при наявності гармонійних коливань витрати робочого середовища. Встановлено ефект інтенсифікації тепловіддачі при наявності пульсацій потоку. Показано вплив амплітуди і частоти коливань витрати теплоносія на зростання коефіцієнта тепловіддачі.

В роботі [8] представлено результати експериментальних досліджень теплообміну при течії повітря в конічному дифузорі з проникненням стінки, що обігрівається. Оцінено вплив дуву на поверхні теплообміну на число Стантона.

В роботі [9] представлені результати експериментального і чисельного дослідження впливу повздовжнього градієнта тиску за виступом на теплообмін в звужувальних і розширювальних каналах. Отримані залежності коефіцієнтів тепловіддачі від кутів розширення і звужування каналів. Показано, що зі збільшенням повздовжнього градієнта тиску максимальне значення числа Нуссельта збільшується для звужувального каналу і зменшується для розширювального каналу.

Результати дослідження нестационарного теплообміну в градієнтному потоці повітря представлені в роботі [10]. Показано комплексний вплив нестационарності і градієнта тиску на теплообмінні процеси. Відмічається, що наявність градієнта тиску значно ускладнює розрахунки теплообміну в пограничному шарі.

Результати чисельного та експериментального досліджень стаціонарної природної конвекції в області між двома коаксіальними циліндрами з малим співвідношенням сторін представлені в роботі [11]. Відмічаються труднощі при порівнянні результатів теоретичних та експериментальних досліджень, що виникають в результаті прийнятих граничних умов симетрії в математичній моделі. Представлено візуалізацію течії і показано необхідність повного описання тривимірного поля швидкостей для коректного порівняння отриманих результатів.

Теплообмін в зоні відриву пограничного шару при ламінарному і турбулентному режимах течії з довільним законом зміни швидкості на зовнішній межі пограничного шару теоретично досліджено в роботах [12-14]. Отримано закономірності для розрахунку коефіцієнта тепловіддачі в залежності від параметрів потоку та для трьох різних моделей турбулентної (вихрової) в'язкості.

#### Математична модель

В статті розглядається задача сталої течії і теплообміну в турбулентному пограничному шарі з змінним тиском в напрямку течії. Система рівнянь кількості руху і енергії для турбулентного пограничного шару в'язкої нестисливої рідини запишеться у вигляді [15]

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial y}, \quad (1)$$

$$c_p \rho u \frac{\partial T}{\partial x} + c_p \rho v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_{\Sigma} \frac{\partial T}{\partial y} \right), \quad (2)$$

де

$$\tau = \mu_{\Sigma} \frac{\partial u}{\partial y}, \quad (3)$$

$\mu_{\Sigma}$ ,  $\lambda_{\Sigma}$  – ефективні коефіцієнти в'язкості і теплопровідності.

Граничні умови:

$$\begin{aligned} u=0, v=0, T=T_w & \text{ при } y=0; \\ u=U_{\infty}, T=T_{\infty} & \text{ при } y=\delta. \end{aligned}$$

#### Аналітичний підхід

Вважаємо, що температура  $T$  є функцією швидкості  $u$ . В цьому разі рівняння (2) запишемо наступним чином

$$c_p \frac{\partial T}{\partial u} \left[ \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} \right] = \frac{\partial}{\partial u} \left( \lambda_\Sigma \frac{\partial T}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial y} \right) \frac{\partial u}{\partial y}.$$

Видно, що вираз в квадратних скобках співпадає з лівою частиною рівняння (1). В результаті підстановки рівняння (1) отримуємо

$$c_p \frac{\partial T}{\partial u} \left[ -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial y} \right] = \frac{\partial u}{\partial y} \left[ \lambda_\Sigma \frac{\partial^2 T}{\partial u^2} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial T}{\partial u} \frac{\partial}{\partial u} \left( \lambda_\Sigma \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right], \quad (4)$$

або

$$\frac{\partial T}{\partial u} \left( -\frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial T}{\partial u} \frac{\partial \tau}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\lambda_\Sigma}{\mu_\Sigma c_p} \frac{\partial^2 T}{\partial u^2} \mu_\Sigma \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y} + \quad (5)$$

$$+ \frac{\partial T}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial}{\partial u} \left( \frac{\lambda_\Sigma}{\mu_\Sigma c_p} \mu_\Sigma \frac{\partial u}{\partial y} \right).$$

Введемо ефективне число Прандтля

$$Pr_\Sigma = \frac{\mu_\Sigma c_p}{\lambda_\Sigma},$$

тоді з урахуванням залежності (3) рівняння (5) можливо записати в наступному вигляді

$$\frac{1}{Pr_\Sigma} \frac{\partial^2 T}{\partial u^2} \tau \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial T}{\partial u} \left[ -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial}{\partial u} \left( \frac{\tau}{Pr_\Sigma} \right) \right],$$

або, вводючи позначення  $\vartheta = T - T_w$ , отримуємо

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial u^2} = \frac{\partial \vartheta}{\partial u} \left[ -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial}{\partial u} \left[ \tau - \frac{\tau}{Pr_\Sigma} \right] \right] \frac{Pr_\Sigma}{\tau} \frac{\partial u}{\partial y}. \quad (6)$$

Перепишемо рівняння (6) у вигляді, більш зручному для інтегрування

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial u^2} du = -\frac{Pr_\Sigma}{\tau} \frac{dp}{dx} dy + Pr_\Sigma \frac{d \left[ \left( 1 - \frac{1}{Pr_\Sigma} \right) \tau \right]}{\tau}. \quad (7)$$

В результаті інтегрування рівняння (7) отримуємо

$$\ln \left( \frac{\partial \vartheta}{\partial u} \right) = -\frac{dp}{dx} \int_0^y Pr_\Sigma \frac{dy}{\tau} + \int_{\tau_w}^{\tau} Pr_\Sigma \frac{d \left[ \left( 1 - \frac{1}{Pr_\Sigma} \right) \tau \right]}{\tau} + \ln C_1.$$

Звідси

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial u} = C_1 \exp \left[ -\Lambda \int_0^\xi Pr_\Sigma \frac{d\xi}{\tau} \right] \exp \left[ \int_1^\tau Pr_\Sigma \frac{d \left[ \left( 1 - \frac{1}{Pr_\Sigma} \right) \tau \right]}{\tau} \right], \quad (8)$$

де

$$\Lambda = \frac{\delta}{\tau_w} \frac{dp}{dx}; \quad \xi = \frac{y}{\delta}; \quad \tau = \frac{\tau}{\tau_w}.$$

Повторне інтегрування рівняння (8) дає

$$\vartheta = C_1 \int_0^u \exp \left[ -\Lambda \int_0^\xi Pr_\Sigma \frac{d\xi}{\tau} \right] \exp \left[ \int_1^\tau Pr_\Sigma \frac{d \left[ \left( 1 - \frac{1}{Pr_\Sigma} \right) \tau \right]}{\tau} \right] du + C_2. \quad (9)$$

Враховуючи, що  $\vartheta=0$  при  $u=0$ , отримуємо  $C_2=0$ . На зовнішній межі пограничного шару  $\vartheta = \vartheta_\infty$  при  $u=U_\infty$ , тоді розподіл безрозмірної температури  $\theta = \frac{\vartheta}{\vartheta_\infty}$  запишеться у вигляді

$$\theta = \frac{\int_0^\omega \exp \left[ -\Lambda \int_0^\xi Pr_\Sigma \frac{d\xi}{\tau} \right] \exp \left[ \int_1^\tau Pr_\Sigma \frac{d \left[ \left( 1 - \frac{1}{Pr_\Sigma} \right) \tau \right]}{\tau} \right] d\omega}{\int_0^1 \exp \left[ -\Lambda \int_0^\xi Pr_\Sigma \frac{d\xi}{\tau} \right] \exp \left[ \int_0^\tau Pr_\Sigma \frac{d \left[ \left( 1 - Pr_\Sigma^{-1} \right) \tau \right]}{\tau} \right] d\omega} \quad (10)$$

де  $\omega = \frac{u}{U_\infty}$  – безрозмірна швидкість.

Далі визначимо коефіцієнт тепловіддачі

$$\alpha = \lambda \left( \frac{\partial \theta}{\partial \omega} \right)_{\omega=0} \left( \frac{\partial \omega}{\partial y} \right)_{y=0} = \frac{\mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} \frac{\lambda}{U_\infty \mu}}{\int_0^1 \exp \left[ -\Lambda \int_0^\xi \text{Pr}_\Sigma \frac{d\xi}{\tau} \right] \exp \left[ \int_0^\tau \text{Pr}_\Sigma \frac{d[(1 - \text{Pr}_\Sigma^{-1})\tau]}{\tau} \right]} d\omega \quad (11)$$

З урахуванням того, що напруга тертя на стінці

$$\tau_w = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0},$$

вираз для числа Стантона  $St$  запишеться у вигляді

$$St = \frac{\alpha}{c_p \rho U_\infty} = \frac{\tau_w}{\rho U_\infty^2} \frac{\lambda}{\mu c_p} \left[ \int_0^1 \exp \left[ -\Lambda \int_0^\xi \text{Pr}_\Sigma \frac{d\xi}{\tau} \right] \exp \left[ \int_1^\tau \text{Pr}_\Sigma \frac{d[(1 - \text{Pr}_\Sigma^{-1})\tau]}{\tau} \right] d\omega \right]^{-1}.$$

Цей вираз можливо переписати наступним чином

$$St = \frac{c_f}{\text{Pr}_\Sigma^{0,57}} = \left[ \int_0^1 \exp \left[ -\Lambda \int_0^\xi \text{Pr}_\Sigma \frac{d\xi}{\tau} \right] \exp \left[ \int_1^\tau \text{Pr}_\Sigma \frac{d[(1 - \text{Pr}_\Sigma^{-1})\tau]}{\tau} \right] d\omega \right]^{-1}. \quad (12)$$

Тут показник ступеню числа Прандтля замінено с -1 на -0,57 для того, щоб при течії біля пластини ( $\frac{dp}{dx} = 0$ ;  $\tau = \tau_w = \cos t$ ) формула (12) змогла б перетворюватися в відоме вираження для коефіцієнта тепловіддачі при течії на пластині.

Розглянемо вираз у квадратних скобках рівняння (12). Враховуючи, що  $\text{Pr}_\Sigma \neq \text{Pr}_\Sigma(\xi; \tau)$ , цей вираз запишеться

$$\int_0^1 \exp \left[ -\text{Pr}_\Sigma \Lambda \int_0^\xi \frac{d\xi}{\tau} \right] \exp \left[ -(1 - \text{Pr}_\Sigma) \int_1^\tau \frac{d\tau}{\tau} \right] d\omega = \int_0^1 \exp \left[ -\text{Pr}_\Sigma \Lambda \int_0^\xi \frac{d\xi}{\tau} \right] \tau^{-(1 - \text{Pr}_\Sigma)} d\omega.$$

Далі припустимо, що

$$\tau = 1 + \Lambda \xi, \quad (13)$$

одержимо

$$\int_0^1 \exp \left[ -\text{Pr}_\Sigma \int_0^\xi \frac{d(\Lambda \xi)}{1 + \Lambda \xi} \right] \tau^{-(1 - \text{Pr}_\Sigma)} d\omega = \int_0^1 [1 + \Lambda \xi]^{-\text{Pr}_\Sigma} \tau^{-(1 - \text{Pr}_\Sigma)} d\omega = \int_0^1 \tau^{-\text{Pr}_\Sigma} \tau^{-(1 - \text{Pr}_\Sigma)} d\omega = \int_0^1 \frac{d\omega}{\tau}. \quad (14)$$

Зробимо підстановку вираз (14) в рівняння (12), отримаємо

$$St = \frac{c_f}{2} Pr^{-0,57} \left[ \int_0^1 \frac{d\omega}{\tau} \right]^{-1}. \quad (15)$$

В концепції Прандтля [15] пограничного шару біля плоскої пластини існує зона постійної напруги, яку умовно розповсюджують на усю товщину пограничного шару. Це дає змогу отримати логарифмічний закон розподілу швидкості. Спираючись на цю концепцію, будемо вважати, що для плоскої пластини рівняння (15) переходе в класичну форму

$$St_0 = \frac{c_{f0}}{2} Pr^{-0,57}. \quad (16)$$

Для того щоб використати формулу (15) необхідно знати залежність  $\tau = \tau(\omega)$ . Апроксимуємо її поліномом третього ступеню

$$\tau = 1 + a_1\omega + a_2\omega^2 + a_3\omega^3. \quad (17)$$

Для знаходження невідомих коефіцієнтів полінома використаємо умову на зовнішньої границі пограничного шару, де

$$\tau = 0 \text{ при } \omega = 1. \quad (18)$$

Дві другі умови знайдемо, розглядаючи рівняння руху (1) на стінці, де воно має наступний вигляд

$$\left( \frac{\partial \tau}{\partial y} \right)_{y=0} = \frac{dp}{dx}.$$

Зробимо наступне перетворення

$$\left( \frac{\partial \tau}{\partial u} \right)_{u=0} \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} = \frac{dp}{dx}.$$

В результаті отримаємо

$$\left( \frac{\partial \tau}{\partial u} \right)_{u=0} = \frac{dp}{dx} \frac{\mu}{\left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} \mu} = \frac{dp}{dx} \frac{\mu}{\tau_w},$$

або в безрозмірному вигляді

$$\left( \frac{\partial \tau}{\partial \omega} \right)_{\omega=0} = \frac{dp}{dx} \frac{U_\infty \mu}{\tau_w^2} = N. \quad (19)$$

Третя умова для визначення коефіцієнтів полінома (17) буде

$$\frac{\partial^2 \tau}{\partial \omega^2} = 0. \quad (20)$$

За допомогою умов (18)-(20) знаходимо коефіцієнти  $a_1, a_2, a_3$ . Тоді поліном (17) можливо записати в такому вигляді

$$\tau = 1 + N\omega - (1 + N)\omega^3. \quad (21)$$

Для спрощення рішення обмежимося лінійною апроксимацією, тобто будемо вважати

$$\tau = 1 + N\omega. \quad (22)$$

Підставимо (22) в інтеграл рівняння (15), отримаємо

$$\int_0^1 \frac{d\omega}{\tau} = \frac{1}{N} \int_0^1 \frac{dN\omega}{1 + N\omega} = \frac{1}{N} \ln(1 + N). \quad (23)$$

Тоді рівняння (15) с урахуванням (23) запишеться

$$St = \frac{c_f}{2} Pr^{-0,57} \frac{N}{\ln(1 + N)}. \quad (24)$$

Введемо відносний коефіцієнт тертя

$$\Psi = \frac{c_f}{c_{f0}}. \quad (25)$$

Тоді формула (24) запишеться у вигляді

$$St = \Psi \frac{c_{f0}}{2} Pr^{-0,57} \frac{N}{\ln|1 + N|} = St_0 \Psi \frac{N}{\ln|1 + N|}. \quad (26)$$

Розподіл температури (10) с урахуванням формули (14) можна трансформувати до

$$\Theta = \frac{\int_0^{\omega} \frac{d\omega}{\tau}}{\int_0^1 \frac{d\omega}{\tau}} \quad (27)$$

Використовуючи співвідношення (22) формула (27) запишеться у вигляді

$$\theta = \frac{\ln|1 + N\omega|}{\ln|1 + N|} \quad (28)$$

### Аналіз результатів

Проаналізуємо розподіл температури в пограничному шарі в умовах впливу поздовжнього градієнту тиску. Для цього побудуємо профілі температури, використовуючи формулу (28). Ці профілі представлені на рис. 1.

При побудові профілів температури використовувалися профілі швидкості в градієнтному погранич-

ному шарі, як були запропоновані в роботі [16]. Рис. 1 демонструє, що при від'ємному поздовжньому градієнту тиску  $N < 0$  (прискорення) градієнт профілю температури біля стінки зменшується порівняно з течєю при  $N=0$ . Це обумовлено, так званим, явищем ламінаризації течії, коли турбулентна енергія іде на прискорення потоку. Це відображається «стоком» енергії в члені генерації турбулентності (останній член в рівнянні (29))

$$G = -\overline{u'v'} \frac{\partial u}{\partial y} - (\overline{u'^2} - \overline{v'^2}) \frac{\partial u}{\partial x} \quad (29)$$

При позитивному градієнті тиску градієнт профілю температури біля стінки теж зменшується, але не так сильно. Це обумовлено зниженням градієнту профілю швидкості перед зоною можливого відриву пограничного шару. Описані тенденції зміни форми профілю температури відображають характер поведінки коефіцієнту тепловіддачі в градієнтному пограничному шарі. На рис. 2 зображено зміну комплексу  $St/(St_0\Psi)$  як функції параметру градієнта тиску  $N$ , який розрахований на

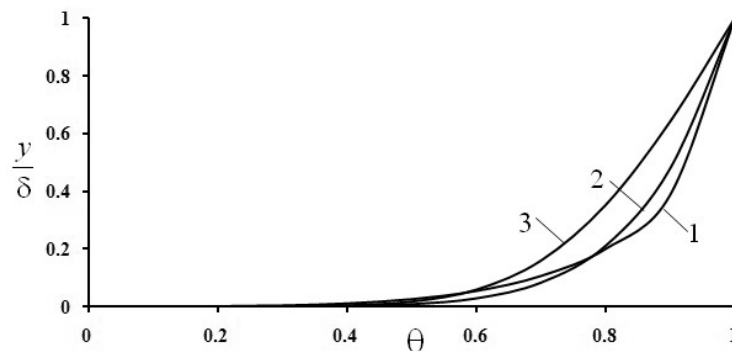


Рис. 1. Розподіл температури в пограничному шарі при різних значеннях параметру  $N$ : 1)  $-0,9$ ; 2)  $0,01$ ; 3)  $3$ .

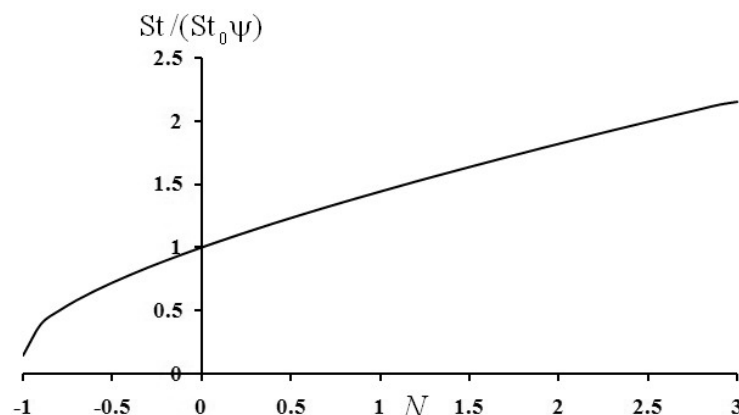


Рис. 2. Залежність відносного числа Стантона від параметру  $N$ .

основі формули (26). Як бачимо в зоні прискорення  $N < 0$  значення комплексу  $St/(St_0\Psi)$  зменшується із-за ламінаризації течії, а в зоні  $N > 0$  цей комплекс росте. Але не все так однозначно. Справа у тому, що комплекс  $St/(St_0\Psi)$  також залежить від поведінки коефіцієнта тертя. У випадку прискорення, як показано в [16], на початку зони прискорення коефіцієнт тертя зростає. Це обумовлено початковим прискоренням потоку, коли ефекти ламінаризації ще не значні. На другій частині зони прискорення коефіцієнт тертя вже зменшується із-за ламінаризації потоку. Тому поведінка коефіцієнта тепловіддачі на початковій зоні прискорення залежить від інтенсивності градієнту тиску – коефіцієнт тепловіддачі може як зростати, так і зменшуватися. На другій частині зони прискорення коефіцієнт тепловіддачі завжди падає.

У випадку позитивного градієнту тиску коефіцієнт тертя прямує до нуля в точці відриву пограничного шару, але при цьому параметр  $N$  прямує до нескінченності. При цьому, згідно (26), коефіцієнт тепловіддачі прямує до величини, яка може бути розрахована по співвідношенню для зони відриву пограничного шару [12,13].

#### Висновки

В роботі представлено математичну модель і дано рішення задачі теплообміну в турбулентному пограничному шарі зі зміною тиску в напрямку течії. Отримані залежності для профілів температури і коефіцієнта тепловіддачі при течії з градієнтом тиску.

При негативному повздовжньому градієнті тиску (прискорення потоку) коефіцієнт тепловіддачі може як зростати так і зменшуватися в залежності від інтенсивності градієнту тиску. На початку зони прискорення, коли ефекти ламінаризації потоку ще незначні, коефіцієнт тепловіддачі зростає. Надалі, з ростом ламінаризації потоку, коефіцієнт тепловіддачі зменшується.

У випадку позитивного повздовжнього градієнту тиску градієнт профілю температури біля стінки зменшується, що обумовлено зменшенням градієнту профілю швидкості перед зоною можливого відриву пограничного шару.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Кутателадзе С.С., Леонтьев А.И. Тепломассообмен и трение в турбулентном пограничном слое. М.: Энергоатомиздат. –1985. –320 с.
2. Жукаускас А.А. Конвективный перенос в теплообменниках. М.: Наука. –1982. –472 с.
3. Волков К.Н., Емельянов В.Н. Течение и теплообмен в каналах и вращающихся полостях. М.: Физматгиз. –2010. –488 с.
4. Конвективный теплообмен летательных аппаратов. Под науч.ред. Б.А. Землянского. М.: Физматлит. –2014. –380 с.
5. Kuznetsov A.V., Avramenko A.A. A minimal hydrodynamic model for a traffic jam in an axon. International Communications in Heat and Mass Transfer. –2009. –36 (1). –Р. 1–5
6. Теплообмен в дозвуковых отрывных потоках: монография. Под редакцией В.И. Терехова. Новосибирск. Изд-во НГТУ. –2018. –247 с.
7. Давлетшин И.А., Заринов Д.И., Михеев Н.И., Паерелий А.А. Теплоотдача в конфузоре при пульсациях потока. ТВТ. –2017. –т.55, вып.4. –С.642–645.
8. Никитин П.В., Хащенко А.А., Стародубцева Г.П. К вопросу о теплообмене в диффузорах с проницаемой нагретой стенкой обтекаемой потоком воздуха. Международный журнал фундаментальных и прикладных исследований. –2013. –№9. –С.81–83.
9. Bogatko N., Terekhov V., Dyachenko F., Smulsky E. Heat transfer behind the backward-facing step under the influence of longitudinal pressure gradient. MATEC Web of Conferences. –2017–92, 01030. Thermophysical Basis of Energy Technologies–2016.
10. Daletshin J.A., Dushina O., Mikheev N., Paereliy A.A. Heat transfer in pulsating flows in the channels with pressure gradient. Journal of Physics Conference Series. –2017. –891(1): 012045.
11. Vargas M., Sierra FZ., Ramos E., Avramenko A.A. Steady natural convection in a cylindrical cavity. International communications in heat and mass transfer. –2002. –29 (2). –Р. 213–221.
12. Авраменко А.А. Теплообмен в зоне отрыва пограничного слоя. Пром. теплотехника. –1998. –20, N 4. –С. 20 –22.
13. Avramenko A. A. Heat transfer in the zone of boundary layer separation. Heat Transfer Research. –1998. –29, N.6–8 –Р. 391 –396.
14. Avramenko A. A., Kobzar S.G., Shevchuk I.V., Kuznetsov A.V., Iwanisov L.T. Symmetry of turbulent boundary-layer flows: Investigation of different eddy viscosity models. Acta Mechanica. –2001. –151, N 1–2. –Р.1–14.
15. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Иностранная литература. –1974. –712с.
16. Пядищюс А., Шлянчаускас А. Турбулентный теплоперенос в пристенных слоях. Вильнюс: Мокслас. –1987. –239с.

## HEAT TRANSFER IN GRADIENT TURBULENT BOUNDARY LAYER

Avramenko A.A., Kovetskaya M.M., Kondratieva E.A., Sorokina T.V.

*Institute of Engineering Thermophysics, National Academy of Sciences of Ukraine, 2a, Kapnist str., Kiev 03680, Ukraine*<https://doi.org/10.31472/ttpe.4.2019.3>

Effect of pressure gradient on heat transfer in turbulent boundary layer is constantly investigated during creation and improvement of heat exchange equipment for energy, aerospace, chemical and biological systems.

The paper deals with problem of steady flow and heat transfer in turbulent boundary layer with variable pressure in longitudinal direction. The mathematical model is presented and the analytical solution of heat transfer in the turbulent boundary layer problem at positive and negative pressure gradients is given. Dependences for temperature profiles and coefficient of heat transfer on flow parameters were obtained.

At negative longitudinal pressure gradient (flow acceleration) heat transfer coefficient can both increase and decrease. At beginning of acceleration zone, when laminarization effects are negligible, heat transfer coefficient increases. Then, as the flow laminarization increases, heat transfer coefficient decreases. This is caused by flow of turbulent energy transfers to accelerating flow.

In case of positive longitudinal pressure gradient, temperature profile gradient near wall decreases. It is because of decreasing velocity gradient before zone of possible boundary layer separation.

References 16, figures 2.

**Key words:** turbulent boundary layer, heat transfer, gradient flow.

1. Kutateladze S.S., Leont`ev A.I. [Heat and mass transfer and friction in a turbulent boundary layer], Moskva, Energoatomizdat, [Energoatomizdat], 1985. 320p. (Rus)

2. Zhukauskas A.A. [Convective transport in heat exchangers], Moskva, Nauka, [Nauka], 1982. 472p. (Rus)

3. Volkov K.N., Emel`yanov V.N. [Flow and heat transfer in channels and rotating cavities], Moskva, Fizmatgiz, [Fizmatgiz], 2010. 488p. (Rus)

4. Zemlyanskij B.A. [Convective heat transfer of aircraft], Moskva, Fizmatlit, [Fizmatlit], 2014. 380p. (Rus)

5. Kuznetsov A.V., Avramenko A.A. A minimal hydrodynamic model for a traffic jam in an axon. International Communications in Heat and Mass Transfer. 2009. V.36 №1. P. 1–5

6. Terekhov V.I. [Heat transfer in subsonic separated flows], Novosibirsk, NGTU, [NGTU], 2018. 247p. (Rus)

7. Davletshin I.A., Zarinov D.I., Mikheev N.I., Paerepij A.A. [Heat transfer in the confuser with flow pulsations], TVT, [TVT], 2017. V.55 №4. P. 642-645. (Rus)

8. Nikitin P.V., Khashhenko A.A., Starodubczeva G.P. [On the issue of heat transfer in diffusers with a permeable heated wall streamlined by a stream of air], Mezhdunarodny`j zhurnal fundamental`ny`kh i prikladny`kh issledovanij, [International Journal of Basic and Applied Research], 2013. №9. P. 81 -83. (Rus)

9. Bogatko N., Terekhov V., Dyachenko F., Smulsky E. Heat transfer behind the backward-facing step under the influence of longitudinal pressure gradient. MATEC Web of Conferences. 2017. № 92. 01030. Thermophysical Basis of Energy Technologies. 2016.

10. Daletshin J.A., Dushina O., Mikheev N., Paereliy A.A. Heat transfer in pulsating flows in the channels with pressure gradient. Journal of Physics Conference Series. 2017. V. 891 №1. 012045.

11. Vargas M., Sierra FZ., Ramos E., Avramenko A.A. Steady natural convection in a cylindrical cavity. International communications in heat and mass transfer. 2002. V.29, №2. P. 213–221

12. Avramenko A. A. [Heat transfer in the separation zone of the boundary layer], Promyshlennaya teplotekhnika [Industrial heat engineering], 1998. V.20, №4. P. 20–22. (Rus)

13. Avramenko A. A. Heat transfer in the zone of boundary layer separation. Heat Transfer Research. 1998. V.29, N. 6–8. P. 391 – 396.

14. Avramenko A. A., Kobzar S.G., Shevchuk I.V., Kuznetsov A.V., Iwanisov L.T. Symmetry of turbulent boundary-layer flows: Investigation of different eddy viscosity models. Acta Mechanica. 2001. V. 151. №1–2. P.1–14.

15. Shlikhting G. [Boundary layer theory], Moskva, Inostrannaya literature, [Foreign literature], 1974. 712p. (Rus)

16. Pyadishhyus A., Shlyanchauskas A. [Turbulent heat transfer in the wall layers], Vilnyus, Mokslas, [Mokslas], 1987. 239p. (Rus)

Отримано 28.10.2019

Received 28.10.2019