

КОСМИЧЕСКИЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И СИСТЕМЫ

УДК 629.76

Е.Е. Александров, Т.Е. Александрова

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ ЦИФРОВОГО СТАБИЛИЗАТОРА КОСМИЧЕСКОЙ СТУПЕНИ РАКЕТЫ-НОСИТЕЛЯ С ЖИДКОСТНЫМ РЕАКТИВНЫМ ДВИГАТЕЛЕМ НА АКТИВНОМ УЧАСТКЕ ТРАЕКТОРИИ ПОЛЕТА

Ключевые слова: космическая ступень ракеты-носителя, цифровой стабилизатор, аддитивный интегральный квадратичный функционал, точность стабилизации ступени, варьируемые параметры цифрового стабилизатора.

Введение

В Украинском Центре ракетостроения с Головным предприятием КБ «Южное» (г. Днепр) созданы боевые ракетные комплексы четырех поколений на основе межконтинентальных баллистических ракет (МБР) 8К64, 8К67, 8К69, 15А14, 15А18, обеспечивающие безопасность СССР с 1961 по 1991 годы, а также ракеты-носители космических аппаратов на основе перечисленных МБР 11К63, 11К65, 11К67, 11К68, «Днепр», «Циклон-3», обеспечивающие космические исследования, проводимые в СССР и Украине.

Под руководством ведущих специалистов Центра в КБ «Южное» и АО «Хартрон» (г. Харьков) разработана методика выбора варьируемых параметров стабилизаторов МБР с жидкостными реактивными двигателями (ЖРД), учитывающая колебания жидкости в баках горючего и окислителя. Эта методика включает последовательное решение следующих задач [1, 2]:

- разработка математической модели возмущенного движения объекта стабилизации с учетом колебаний жидкости в баках горючего и окислителя и упругих колебаний корпуса ракеты;
- построение амплитудно-фазо-частотных характеристик (АФЧХ) объекта стабилизации и оценка собственной устойчивости ракеты как объекта стабилизации;
- разработка структурной схемы стабилизатора аналогового или цифрового типа и соответствующего этой схеме алгоритма стабилизации;
- построение областей устойчивости замкнутой системы стабилизации в плоскостях варьируемых параметров стабилизатора при «замороженных» значениях коэффициентов математической модели в отдельные моменты времени вдоль траектории полета;
- выбор значений варьируемых коэффициентов усиления аналогового стабилизатора или констант алгоритма стабилизации цифрового стабилизатора на основе использования критерия устойчивости Найквиста путем построения АФЧХ

© Е.Е. АЛЕКСАНДРОВ, Т.Е. АЛЕКСАНДРОВА, 2020

разомкнутой системы стабилизации в отдельные моменты времени полета ракеты при «замороженных» значениях коэффициентов математической модели объекта стабилизации;

- математическое и физическое моделирование процессов стабилизации корпуса ракеты относительно заданной опорной траектории полета с учетом изменения во времени массовых, инерционных и геометрических характеристик объекта стабилизации и внешних возмущений, действующих на объект в полете.

Шесть перечисленных этапов решения проблемы параметрического синтеза стабилизаторов баллистических ракет определились еще в начале 60-х годов предыдущего столетия в процессе разработки двухступенчатой ракеты Р16 (8К64), являющейся последней моделью ракетных комплексов первого поколения, и в полной мере подтвердили свою эффективность при создании ракетных комплексов второго поколения Р36 (8К67 и 8К69) с системами стабилизации аналогового типа. Однако создание украинских ракетных комплексов третьего поколения Р36М (15А14 и 15А18) с бортовыми цифровыми вычислительными машинами (БЦВМ) в контуре наведения и стабилизации выявило ограниченность разработанного подхода при решении проблемы параметрического синтеза цифрового стабилизатора ракеты-носителя. Если ранее разработанный подход имел два недостатка, во-первых, метод «замороженных» коэффициентов, используемый в математической модели объекта стабилизации, не имел четкого математического обоснования и во-вторых, не учитывались такие нелинейные характеристики рулевого привода, как зона нечувствительности, сухое трение и насыщение, то использование БЦВМ в системах наведения и стабилизации баллистических ракет еще более усложнило решение проблемы параметрического синтеза цифрового стабилизатора потому, что непрерывная и дискретная часть замкнутой системы стабилизации описываются совершенно разнородными математическими моделями, а именно, непрерывная часть системы — обыкновенными дифференциальными уравнениями и дифференциальными уравнениями в частных производных, а дискретная часть — разностными уравнениями и решетчатыми функциями. Кроме того, для обеспечения новых повышенных требований к точности стрельбы и точности выведения на орбиту космических ступеней ракет требуется не только устойчивость стабилизируемого движения ракеты относительно опорной траектории, но и высокое качество стабилизируемого движения.

Современные средства вычислительной техники, мощные программные продукты, реализуемые современной вычислительной техникой, и высокотехнологичная электронная элементная база позволяют перейти к созданию высокоточных цифровых стабилизаторов ракетных комплексов с использованием последних достижений современной теории управления.

Цель настоящей статьи — использование разработанной авторами ранее методики параметрического синтеза цифровых систем стабилизации сложных технических объектов при создании высокоточных цифровых стабилизаторов космических ступеней ракет-носителей с жидкостными реактивными двигателями на активных участках полета.

Математическая модель возмущенного движения орбитальной космической ступени ракеты-носителя как объекта управления

В середине 70-х годов предыдущего столетия в КБ «Южное» была создана ракета-носитель «Циклон-3» (11К68) на основе базовой МБР 8К69, на которой вместо головной части устанавливалась орбитальная космическая ступень С5М. Система стабилизации «Циклон-3», включая космическую ступень С5М, являлась аналоговой и разрабатывалась в АО «Хартрон». Конструкция ракеты-носителя

«Циклон-3» оказалась настолько удачной, что ее эксплуатация продолжается до настоящего времени. Изложение предлагаемой методики параметрического синтеза стабилизаторов приводится применительно к космической ступени С5М. Математическая модель возмущенного движения космической ступени С5М приведена в [3] и в канале рыскания имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \ddot{z}(t) &= a'_{z\psi}\dot{\psi}(t) + a_{z\psi}\psi(t) + a''_{z\beta_1}\ddot{\beta}_1(t) + a''_{z\beta_2}\ddot{\beta}_2(t) + a_{z\delta}\delta(t) + f_z(t), \\ \ddot{\psi}(t) &= a'_{\psi\psi}\dot{\psi}(t) + a''_{\psi\beta_1}\ddot{\beta}_1(t) + a''_{\psi\beta_2}\ddot{\beta}_2(t) + a_{\psi\delta}\delta(t) + m_{\psi}(t), \\ \ddot{\beta}_1(t) + 2\xi_1\omega_1\dot{\beta}_1(t) + \omega_1^2\beta_1(t) &= a''_{\beta_1z}\ddot{z}(t) + a''_{\beta_1\psi}\ddot{\psi}(t), \\ \ddot{\beta}_2(t) + 2\xi_2\omega_2\dot{\beta}_2(t) + \omega_2^2\beta_2(t) &= a''_{\beta_2z}\ddot{z}(t) + a''_{\beta_2\psi}\ddot{\psi}(t). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $z(t)$ — боковое смещение центра масс ступени относительно плоскости орбиты; $\psi(t)$ — угол поворота продольной оси ступени относительно плоскости орбиты в канале рыскания; $\beta_1(t)$ — угол отклонения свободной поверхности горючего от невозмущенного положения; $\beta_2(t)$ — угол отклонения свободной поверхности окислителя от невозмущенного положения; $\delta(t)$ — угол отклонения оси маршевого двигателя от продольной оси ступени в канале рыскания; $f_z(t)$ — приведенная возмущающая сила, приложенная к центру тяжести ступени; $m_{\psi}(t)$ — приведенный возмущающий момент, поворачивающий ступень относительно ее центра тяжести; $a'_{z\psi}$, $a_{z\psi}$, $a'_{\psi\psi}$, $a_{z\delta}$, $a_{\psi\delta}$ — переменные во времени коэффициенты, характеризующие движение ступени; $a''_{z\beta_1}$, $a''_{z\beta_2}$, $a''_{\psi\beta_1}$, $a''_{\psi\beta_2}$ — коэффициенты влияния колебаний жидкости в баках горючего и окислителя на боковое и угловое движение ступени; ξ_1 , ξ_2 — коэффициенты демпфирования колебаний горючего и окислителя в баках ступени; ω_1 , ω_2 — собственные частоты колебаний свободных поверхностей горючего и окислителя в баках ступени; a''_{β_1z} , a''_{β_2z} — коэффициенты влияния движения центра масс ступени на колебания жидкости в баках горючего и окислителя; $a''_{\beta_1\psi}$, $a''_{\beta_2\psi}$ — коэффициенты влияния углового движения ступени на колебания жидкости в баках горючего и окислителя.

В математической модели (1) принято следующее допущение: учитывается лишь первая гармоника колебаний жидкости в баках горючего и окислителя.

Структурная схема цифровой замкнутой системы стабилизации в канале рыскания космической ступени ракеты-носителя (КС РН) приведена на рис. 1.

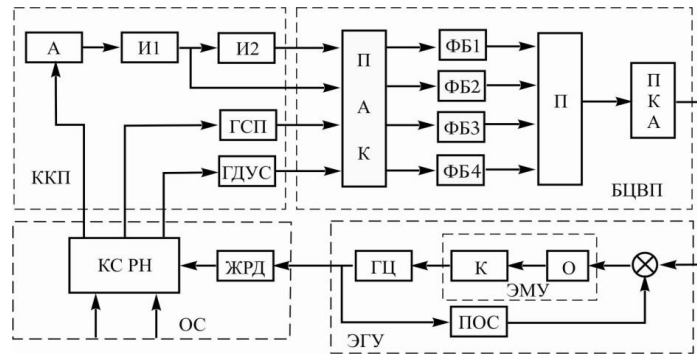


Рис. 1

Непрерывная часть замкнутой системы стабилизации, помимо объекта стабилизации (ОС) КС РН, содержит также комплекс командных приборов (ККП) и электрогидравлический усилитель (ЭГУ). ККП обычно содержит акселерометр (А) с двойным интегрированием аналогового выходного сигнала и гиросtabilизированную платформу (ГСП) с установленным на ней гироскопическим датчиком угловой скорости (ГДУС). Тогда в канале рыскания выходными сигналами ККП являются величины $z(t)$, $\dot{z}(t)$, $\psi(t)$, $\dot{\psi}(t)$, поступающие на входы преобразователя «аналог–код» (ПАК) бортовой цифровой вычислительной машины (БЦВМ). БЦВМ реализует алгоритм стабилизации КС РН и представляет собой дискретную часть замкнутой цифровой системы стабилизации. С выхода БЦВМ сигнал $u(t)$ поступает на вход электрогидравлического усилителя (ЭГУ), являющегося исполнительным органом замкнутой цифровой системы стабилизации. ЭГУ содержит электромагнит управления (ЭМУ), состоящий из обмотки (О) и коромысла (К), гидроцилиндр (ГЦ), механически связанный с поворотным ЖРД, и потенциометр обратной связи (ПОС) [4].

Величина электрического тока в обмотке электромагнита (О) определяется уравнением

$$L_y \frac{di(t)}{dt} + r_y i(t) = u(t) - k_\delta s(t), \quad (2)$$

где L_y — индуктивность обмотки О; r_y — омическое сопротивление обмотки; k_δ — коэффициент усиления цепи обратной связи ЭГУ.

Поворот коромысла К описывается дифференциальным уравнением

$$I_k \frac{d^2\beta(t)}{dt^2} + f \frac{d\beta(t)}{dt} + c\beta(t) = k_p i(t), \quad (3)$$

где I_k — момент инерции коромысла; f — коэффициент жидкостного трения в оси коромысла; c — коэффициент жесткости фиксирующей пружины коромысла ЭМУ.

Перемещение поршня силового гидроцилиндра (ГЦ) $s(t)$ связано с углом поворота коромысла $\beta(t)$ зависимостью

$$\frac{ds(t)}{dt} = k_h \beta(t), \quad (4)$$

а угол поворота камеры сгорания маршевого двигателя $\delta(t)$ связан с перемещением поршня $s(t)$ формулой $\delta(t) = k_s s(t)$.

Из последнего соотношения при постановке его в уравнение (4) имеем

$$\frac{d\delta(t)}{dt} = k_h k_s \beta(t). \quad (5)$$

Дифференциальные уравнения (1)–(5) в совокупности представляют собой математическую модель возмущенного движения непрерывной части замкнутой цифровой системы стабилизации КС РН.

Алгоритмы, реализуемые цифровым стабилизатором

Перейдем к рассмотрению дискретной части замкнутой системы, схема которой представлена на рис. 1.

Вибрации корпуса ступени, вызванные работой маршевого двигателя и собственной динамикой командных приборов, приводят к высокочастотным помехам при измерении величин $z(t)$, $\dot{z}(t)$, $\psi(t)$ и $\dot{\psi}(t)$. Эти помехи фильтруются в БЦВМ низкочастотными рекурсивными фильтрами Баттеруорта (ФБ1–ФБ4), а отфильтрованные дискретные сигналы в виде решетчатых функций $\tilde{z}[nT]$,

$\tilde{z}[nT]$, $\tilde{\psi}[nT]$ и $\tilde{\psi}[nT]$ поступают на вход процессора (П), формирующего решетчатую функцию управления $u[nT]$, подаваемую на вход преобразователя «код–аналог» (ПКА), с выхода которого непрерывный сигнал управления $u(t)$ подается на вход исполнительного органа стабилизатора. Фильтры Баттеруорта, реализуемые БЦВМ, обычно имеют второй или третий порядок, что соответствует дискретным передаточным функциям [2, 5]:

$$W_{B2}(z) = \frac{a_{12}(1 + 2z^{-1} + z^{-2})}{1 + d_{12}z^{-1} + d_{22}z^{-2}}, \quad (6)$$

$$W_{B3}(z) = \frac{a_{13}(1 + 3z^{-1} + 3z^{-2} + z^{-3})}{1 + d_{13}z^{-1} + d_{23}z^{-2} + d_{33}z^{-3}}, \quad (7)$$

где z — комплексная переменная Z -преобразования решетчатой функции.

В дальнейшем будем предполагать, что цифровые фильтры Баттеруорта имеют второй порядок, что соответствует дискретной передаточной функции (6), из рассмотрения которой записываются разностные уравнения, описывающие процесс фильтрации зашумленных дискретных сигналов:

$$\begin{aligned} \tilde{z}[nT] &= a_{12}\{z[nT] + 2z[(n-1)T] + z[(n-2)T]\} - \\ &\quad - d_{12}\tilde{z}[(n-1)T] - d_{22}\tilde{z}[(n-2)T], \\ \dot{\tilde{z}}[nT] &= a_{12}\{\dot{z}[nT] + 2\dot{z}[(n-1)T] + \dot{z}[(n-2)T]\} - \\ &\quad - d_{12}\dot{\tilde{z}}[(n-1)T] - d_{22}\dot{\tilde{z}}[(n-2)T], \\ \tilde{\psi}[nT] &= a_{12}\{\psi[nT] + 2\psi[(n-1)T] + \psi[(n-2)T]\} - \\ &\quad - d_{12}\tilde{\psi}[(n-1)T] - d_{22}\tilde{\psi}[(n-2)T], \\ \dot{\tilde{\psi}}[nT] &= a_{12}\{\dot{\psi}[nT] + 2\dot{\psi}[(n-1)T] + \dot{\psi}[(n-2)T]\} - \\ &\quad - d_{12}\dot{\tilde{\psi}}[(n-1)T] - d_{22}\dot{\tilde{\psi}}[(n-2)T]. \end{aligned} \quad (8)$$

Процессор П формирует дискретный сигнал $\sigma[nT]$ в виде решетчатой функции

$$\sigma_{\psi}[nT] = k_z \tilde{z}[nT] + k_{\dot{z}} \dot{\tilde{z}}[nT] + k_{\psi} \tilde{\psi}[nT] + k_{\dot{\psi}} \dot{\tilde{\psi}}[nT], \quad (9)$$

где k_z , $k_{\dot{z}}$, k_{ψ} , $k_{\dot{\psi}}$ — варьируемые константы цифрового стабилизатора. При этом управляющая решетчатая функция $U[nT]$ формируется в соответствии с алгоритмом

$$U[nT] = \begin{cases} \sigma_{\psi}[nT] & \text{при } |\sigma_{\psi}[nT]| \leq u^*, \\ u^* \text{ sign } \sigma_{\psi}[nT] & \text{при } |\sigma_{\psi}[nT]| > u^*. \end{cases} \quad (10)$$

Дискретный сигнал в виде решетчатой функции (10) поступает на вход ПКА, с выхода которого кусочно-постоянная функция $u(t)$ поступает на вход ЭГУ, причем

$$u(t) = \begin{cases} U[nT] & \text{при } nT \leq t < (n+1)T, \\ U[(n+1)T] & \text{при } (n+1)T \leq t < (n+2)T. \end{cases} \quad (11)$$

Разностные уравнения (8)–(10) совместно с соотношением (11) описывают работу дискретной части системы, представленной на рис. 1. В совокупности уравнения (1)–(11) представляют собой математическую модель возмущенного движения замкнутой цифровой системы стабилизации КС РН.

Параметрический синтез цифрового стабилизатора космической ступени ракеты-носителя

Точность стабилизации КСРН относительно заданной опорной траектории полета будем оценивать величиной интегрального квадратичного функционала

$$I(k) = \int_0^{\tau} [\alpha_1^2 z^2(t) + \alpha_2^2 \dot{z}^2(t) + \alpha_3^2 \Psi^2(t) + \alpha_4^2 \dot{\Psi}^2(t)] dt, \quad (12)$$

вычисленного на решениях математической модели (1)–(11), где k — четырехмерный вектор варьируемых констант алгоритма стабилизации

$$k = [k_z \ k_{\dot{z}} \ k_{\Psi} \ k_{\dot{\Psi}}]^T, \quad (13)$$

τ — длительность активного участка траектории полета.

Задача параметрического синтеза цифрового стабилизатора состоит в отыскании вектора (13), доставляющего минимум функционалу (12) при неизвестных заранее значениях весовых коэффициентов $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ и α_4 .

Аддитивный функционал (12) представим в виде взвешенной суммы частных функционалов:

$$I_z(k) = \int_0^{\tau} z^2(t) dt, \quad I_{\dot{z}}(k) = \int_0^{\tau} \dot{z}^2(t) dt, \quad (14)$$

$$I_{\Psi}(k) = \int_0^{\tau} \Psi^2(t) dt, \quad I_{\dot{\Psi}}(k) = \int_0^{\tau} \dot{\Psi}^2(t) dt,$$

причем

$$I(k) = \alpha_1^2 I_z(k) + \alpha_2^2 I_{\dot{z}}(k) + \alpha_3^2 I_{\Psi}(k) + \alpha_4^2 I_{\dot{\Psi}}(k). \quad (15)$$

В работе [6] изложена методика выбора весовых коэффициентов аддитивного функционала (15), в соответствии с которой весовые коэффициенты $\alpha_i, (i = \overline{1, 4})$ определяются следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{z_{\max}}{I_z^* \left(\frac{z_{\max}^2}{I_z^*} + \frac{\dot{z}_{\max}^2}{I_{\dot{z}}^*} + \frac{\Psi_{\max}^2}{I_{\Psi}^*} + \frac{\dot{\Psi}_{\max}^2}{I_{\dot{\Psi}}^*} \right)}, \\ \alpha_2 &= \frac{\dot{z}_{\max}}{I_{\dot{z}}^* \left(\frac{z_{\max}^2}{I_z^*} + \frac{\dot{z}_{\max}^2}{I_{\dot{z}}^*} + \frac{\Psi_{\max}^2}{I_{\Psi}^*} + \frac{\dot{\Psi}_{\max}^2}{I_{\dot{\Psi}}^*} \right)}, \\ \alpha_3 &= \frac{\Psi_{\max}}{I_{\Psi}^* \left(\frac{z_{\max}^2}{I_z^*} + \frac{\dot{z}_{\max}^2}{I_{\dot{z}}^*} + \frac{\Psi_{\max}^2}{I_{\Psi}^*} + \frac{\dot{\Psi}_{\max}^2}{I_{\dot{\Psi}}^*} \right)}, \\ \alpha_4 &= \frac{\dot{\Psi}_{\max}}{I_{\dot{\Psi}}^* \left(\frac{z_{\max}^2}{I_z^*} + \frac{\dot{z}_{\max}^2}{I_{\dot{z}}^*} + \frac{\Psi_{\max}^2}{I_{\Psi}^*} + \frac{\dot{\Psi}_{\max}^2}{I_{\dot{\Psi}}^*} \right)}. \end{aligned} \quad (16)$$

Здесь $z_{\max}, \dot{z}_{\max}, \Psi_{\max}$ и $\dot{\Psi}_{\max}$ — максимально возможные значения переменных состояния ракеты в стабилизированном процессе; $I_z^*, I_{\dot{z}}^*, I_{\Psi}^*$ и $I_{\dot{\Psi}}^*$ — мини-

мальные значения частных функционалов (14), полученные при последовательном решении задач параметрического синтеза для каждого из частных функционалов (14) в отдельности.

Для решения каждой из последовательных задач параметрического синтеза к математической модели (1)–(5) непрерывной части замкнутой системы (1)–(11) добавляется еще одно дифференциальное уравнение:

$$\begin{aligned}\dot{\gamma}_z(t) &= z^2(t), \quad \dot{\gamma}_{\dot{z}}(t) = \dot{z}^2(t), \\ \dot{\gamma}_\psi(t) &= \psi^2(t), \quad \dot{\gamma}_{\dot{\psi}}(t) = \dot{\psi}^2(t).\end{aligned}\tag{17}$$

Тогда из соотношений (14) и (17) имеем

$$\begin{aligned}I_z(k) &= \gamma_z(k, \tau), \quad I_{\dot{z}}(k) = \gamma_{\dot{z}}(k, \tau), \\ I_\psi(k) &= \gamma_\psi(k, \tau), \quad I_{\dot{\psi}}(k) = \gamma_{\dot{\psi}}(k, \tau).\end{aligned}\tag{18}$$

Решение последовательности задач минимизации функций (18) по $k \in G_k$, где G_k — множество допустимых векторов констант алгоритма стабилизации (9), осуществляется с помощью программного продукта Optimization Toolbox в среде MATLAB или продукта Minimize в среде MathCAD. В результате получаем минимальные значения частных функционалов (14). Используя эти значения, с помощью соотношений (16) вычисляем весовые коэффициенты аддитивного функционала (12).

На следующем этапе математическую модель возмущенного движения непрерывной части замкнутой дискретной системы стабилизации дополняют дифференциальным уравнением

$$\dot{\gamma}(k, t) = \alpha_1^2 z^2(t) + \alpha_2^2 \dot{z}^2(t) + \alpha_3^2 \psi^2(t) + \alpha_4^2 \dot{\psi}^2(t)\tag{19}$$

и на решениях замкнутой системы (1)–(11) вычисляют значения функции $\gamma(k, \tau)$, минимизация которой по $k \in G_k$ позволяет отыскать искомую точку k^* на множестве G_k .

В качестве множества G_k естественно использовать область устойчивости замкнутой системы стабилизации в пространстве варьируемых констант алгоритма стабилизации, так как устойчивость замкнутой системы — необходимое условие ее работоспособности. В [7] показано, что минимум функции $\gamma(k, \tau)$ является единственным в области устойчивости G_k . Оценка области G_k замкнутой цифровой системы стабилизации КСРН связана со значительными трудностями, основными причинами которых являются:

- высокий порядок математической модели замкнутой системы стабилизации;
- разнородность переменных математической модели, среди которых имеются как непрерывные функции времени, так и решетчатые функции;
- нелинейность статической характеристики исполнительного органа системы стабилизации.

С другой стороны, многолетняя практика решения задач динамического проектирования ракет-носителей с ЖРД и БЦВМ в контуре стабилизации выявила целый ряд общих особенностей динамических свойств таких ракет. Во-первых, совершенствование технических характеристик БЦВМ и непрерывное уменьшение величины периода квантования приводит к неограниченному приближению

области устойчивости замкнутой цифровой системы стабилизации к области устойчивости замкнутой непрерывной системы. Во-вторых, непрерывное совершенствование исполнительных органов, осуществляющих поворот камер сгорания ЖРД, приводит к значительному ослаблению влияния нелинейной статической характеристики на динамику стабилизируемого движения КС РН. Таким образом, в качестве множества G_k можно принять область устойчивости КС РН с аналоговым стабилизатором и линейной статической характеристикой исполнительного органа. Построение области устойчивости замкнутой системы стабилизации космической ступени С5М ракеты-носителя «Циклон-3» приведено в работах [1, 3]. В [3] области устойчивости G_{k_z} и G_{k_ψ} построены в плоскостях варьируемых параметров $(k_z, k_{\dot{z}})$ и $(k_\psi, k_{\dot{\psi}})$ аналогового стабилизатора КС С5М, объединение которых представляет собой множество G_k возможных значений четырехмерного вектора варьируемых параметров:

$$k = [k_z \ k_{\dot{z}} \ k_\psi \ k_{\dot{\psi}}]^T, \quad (20)$$

$$k \in G_k = G_{k_z} \cup G_{k_\psi}.$$

Для отыскания минимальных значений частных функционалов (14) на множестве G_k целесообразно использовать программные продукты Optimization Toolbox в интерактивной среде MATLAB или Minimize — в интерактивной среде MathCAD [8]. В качестве стартовой точки при использовании указанных продуктов выберем на множестве G_k точку

$$k^\circ = [k_z^\circ \ k_{\dot{z}}^\circ \ k_\psi^\circ \ k_{\dot{\psi}}^\circ]^T \in G_k,$$

причем $k_z^\circ = -50 \text{ м}^{-1}$; $k_{\dot{z}}^\circ = -5 \text{ м}^{-1} \cdot \text{с}$; $k_\psi^\circ = 70$; $k_{\dot{\psi}}^\circ = 2 \text{ с}$. В результате получаем

$$I_z^* = 2,466 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2 \cdot \text{с}, \quad I_{\dot{z}}^* = 2,520 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1},$$

$$I_\psi^* = 3,340 \cdot 10^{-3} \text{ с}, \quad I_{\dot{\psi}}^* = 2,901 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}.$$

В указанной стартовой точке построим процессы стабилизации КС при изменениях приведенной возмущающей силы $f_z(t)$ и приведенного возмущающего момента $m_\psi(t)$ в соответствии с рис. 2 [3].

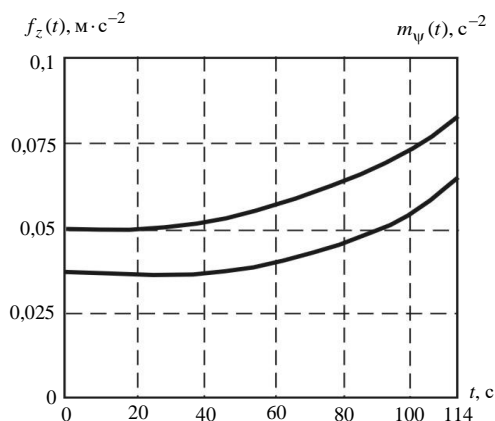


Рис. 2

Значения коэффициентов математической модели возмущенного движения объекта стабилизации (1) в зависимости от времени активного участка полета КС приведены в [3], а построенные процессы стабилизации — на рис. 3.

Анализ процессов, приведенных на рис. 3, показывает, во-первых, наличие значительной статической ошибки, во-вторых, заметное влияние колебаний жидкости в баках горючего и окислителя от 20- до 40-й с полета на активном участке продолжительностью 114 с.

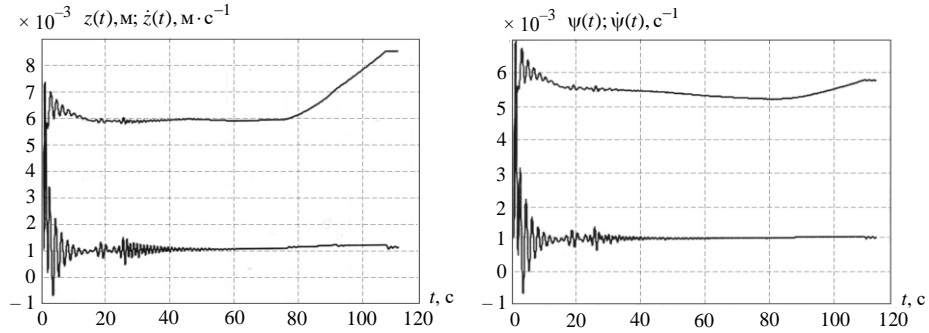


Рис. 3

Вместе с тем статическая ошибка является максимально возможной и обусловлена предположением, что внешние возмущения максимально допустимы и однонаправленны. В реальных условиях сила и направление ветра в верхних слоях атмосферы непрерывно изменяются, поэтому реальная статическая ошибка стабилизации корпуса КС во много раз меньше, чем полученная оценка при использовании принципа минимакса [9, 10].

Возрастание статической ошибки стабилизации КС, наблюдаемое после 80 с активной фазы полета, обусловлено возрастанием величины приведенных возмущений $f_z(t)$ и $m_\psi(t)$, наблюдаемое на рис. 2, причем это возрастание происходит не вследствие возрастания абсолютных значений ветровых возмущений, а вследствие уменьшения массы и момента инерции КС за счет расхода горючего и окислителя.

С помощью рис. 3 можно оценить максимальные значения переменных, $\dot{z}(t)$, $\psi(t)$ и $\dot{\psi}(t)$ на активном участке стабилизируемого полета. Эти значения составляют:

$$z_{\max} = 5,8 \cdot 10^{-3} \text{ м}; \dot{z}_{\max} = 7 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{с}^{-1};$$

$$\psi_{\max} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ рад}; \dot{\psi}_{\max} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ рад} \cdot \text{с}^{-1}.$$

Тогда из соотношений (16) получаем значения весовых коэффициентов аддитивного функционала (12): $\alpha_1 = 49,16$; $\alpha_2 = 58,06$; $\alpha_3 = 0,51$; $\alpha_4 = 46,80$.

Последним этапом решения задачи параметрического синтеза является выбор оптимальных значений варьируемых параметров стабилизатора:

$$k^* = [k_z^* \ k_{\dot{z}}^* \ k_\psi^* \ k_{\dot{\psi}}^*]^T \in G_k,$$

доставляющих минимум аддитивному функционалу (12), вычисленному на активном участке полета КС. При этом используется один из указанных выше программных продуктов: Optimization Toolbox или Minimize.

Значения варьируемых параметров стабилизатора, доставляющих минимум аддитивному функционалу (12) на активном участке полета ступени С5М, составляют:

$$k_z^* = -190,02 \text{ м}^{-1}, \quad k_{\dot{z}}^* = -19,51 \text{ м}^{-1} \cdot \text{с}, \quad k_\psi^* = 69,23 \text{ рад}^{-1}, \quad k_{\dot{\psi}}^* = 0,01 \text{ рад}^{-1} \cdot \text{с}.$$

Процессы стабилизации, соответствующие полученным оптимальным значениям варьируемых параметров стабилизатора, приведены на рис. 4.

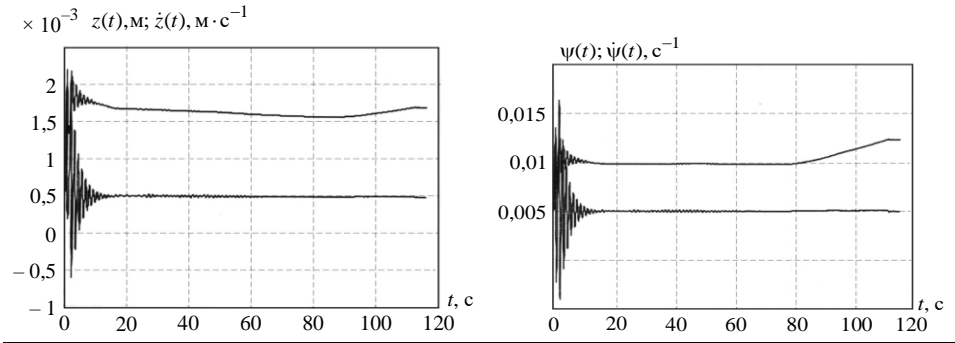


Рис. 4

Из сравнения процессов, приведенных на рис. 3 и рис. 4, следует, что использование предлагаемого метода параметрического синтеза стабилизатора КС позволяет повысить быстродействие замкнутой системы стабилизации, существенно снизить статическую ошибку по боковому смещению и значительно уменьшить влияние колебаний жидкости в баках горючего и окислителя на стабилизируемое движение КС. Так, процессы успокоения КС после ее отделения от РН сократились в среднем на 25 % и их продолжительность не превышает 10 с. Статическая ошибка бокового смещения КС не превышает $1,2 \cdot 10^{-3}$ м по сравнению с $4,8 \cdot 10^{-3}$ м, соответствующему стартовой точке процесса оптимизации. Если значение функционала (12) в точке $k^o \in G_k$ составляет $I(k) = 5,7$ с, то в точке $k^* \in G_k$ оно $I(k^*) = 0,725$ с. Влияние колебаний жидкости в баках горючего и окислителя на стабилизируемое движение КС значительно уменьшилось до легкого дребезга кривых стабилизируемых процессов.

В рассматриваемом примере предполагается, что значения варьируемых параметров цифрового стабилизатора постоянны на всем активном участке траектории полета КС. Вместе с тем в цифровом стабилизаторе без труда могут быть реализованы изменяемые во времени значения варьируемых параметров. Например, эти параметры могут быть заданы в виде следующих соотношений:

$$\begin{aligned}
 k_z[nT] &= k_{z0} + k_{z1}nT + k_{z2}(nT)^2 + \dots + k_{z_l}(nT)^l; \\
 k_{\dot{z}}[nT] &= k_{\dot{z}0} + k_{\dot{z}1}nT + k_{\dot{z}2}(nT)^2 + \dots + k_{\dot{z}_l}(nT)^l; \\
 k_{\psi}[nT] &= k_{\psi0} + k_{\psi1}nT + k_{\psi2}(nT)^2 + \dots + k_{\psi_l}(nT)^l; \\
 k_{\dot{\psi}}[nT] &= k_{\dot{\psi}0} + k_{\dot{\psi}1}nT + k_{\dot{\psi}2}(nT)^2 + \dots + k_{\dot{\psi}_l}(nT)^l.
 \end{aligned}
 \tag{21}$$

В этом случае проблема параметрического синтеза цифрового стабилизатора состоит в отыскании вектора варьируемых констант полиномов (21) k порядка $4(1+1)$, доставляющего минимум интегральному квадратичному функционалу (12), вычисляемому на всем активном участке траектории полета РН. Безусловно такая постановка задачи параметрического синтеза цифрового стабилизатора РН существенно усложняет вычислительный аспект проблемы, что компенсируется значительным повышением качества стабилизируемого движения РН.

Действительно, как показывают результаты расчетов процессов стабилизации, приведенных в рассматриваемом примере, замкнутая система стабили-

зации КС РН имеет довольно значительную статическую ошибку в том случае, если значения варьируемых параметров стабилизатора постоянны на всем активном участке траектории полета, иными словами, если в соотношениях (21) учитываются только первые члены временных рядов. Учет последующих членов рядов (21) приводит к повышению степени астатизма стабилизатора и, следовательно, к уменьшению статической ошибки замкнутой системы стабилизации [11].

Таким образом, замкнутая система стабилизации приобретает свойство инвариантности к действию внешних возмущений, представленных на рис. 2, которые достаточно точно можно аппроксимировать зависимостями:

$$f_z(t) = f_{z0} + f_{z1}t + f_{z2}t^2,$$
$$s m_\psi(t) = m_{\psi0} + m_{\psi1}t + m_{\psi2}t^2.$$

Следовательно, в соотношениях (21) достаточно положить $l=2$, чтобы обеспечить инвариантность замкнутой системы стабилизации к действию внешних возмущений и существенным образом уменьшить ее статическую ошибку.

Заключение

Метод «замороженных коэффициентов», используемый в теории динамического проектирования МБР и РН, не обоснован математически и его использование не может гарантировать высокого качества стабилизируемого движения указанных объектов.

Предлагаемое в статье решение задачи параметрического синтеза стабилизаторов космических ступеней МБР и РН основано на вычислении значений аддитивного интегрального квадратичного функционала, являющегося количественной оценкой точности стабилизации вдоль всего активного участка траектории полета, с последующим отысканием весовых коэффициентов и использованием программных продуктов OptimizationToolbox или Minimize для отыскания значений варьируемых констант алгоритма стабилизации, доставляющих минимум интегральному квадратичному функционалу, вычисляемому на математической модели возмущенного движения замкнутой системы стабилизации.

На примере космической ступени С5М ракеты-носителя «Циклон-3» показано, что решение задачи параметрического синтеза стабилизатора с помощью изложенного метода позволяет до 25 % повысить быстродействие системы, в несколько раз увеличить точность стабилизации ступени и значительно ослабить влияние колебаний жидкости в баках горючего и окислителя на стабилизируемое движение ступени.

Для уменьшения статической ошибки замкнутой системы стабилизации и придания ей свойства инвариантности к действию внешних возмущений значения варьируемых параметров стабилизатора следует выбирать изменяемыми во времени при движении вдоль активного участка траектории полета.

Є.Є. Александров, Т.Є. Александрова

ПАРАМЕТРИЧНИЙ СИНТЕЗ ЦИФРОВОГО СТАБІЛІЗАТОРА КОСМІЧНОЇ СТУПЕНІ РАКЕТИ-НОСІЯ З РІДИННИМ РЕАКТИВНИМ ДВИГУНОМ НА АКТИВНІЙ ДІЛЯНЦІ ТРАЄКТОРІЇ ПОЛЬОТУ

Розглянуто задачу вибору значень варійованих параметрів цифрового стабілізатора космічної ступені ракети-носія з рідинним реактивним двигуном на активній ділянці траєкторії польоту, що забезпечують мінімальне значення адитивного інтегрального квадратичного функціонала з невідомими заздалегідь ваговими коефіцієнтами, що обчислюється на рішеннях математичної моделі збуреного руху замкнутої системи стабілізації, що містить як звичайні диференціальні рівняння, так і рівняння в кінцевих різницях, з подальшим використанням програмних продуктів Optimization Toolbox в інтерактивному середовищі MATLAB або Minimize в інтерактивному середовищі MathCAD і відшукування невизначених вагових коефіцієнтів адитивного функціонала. Такий підхід дозволяє відмовитися від використання методу «заморожених коефіцієнтів» і призводить до зменшення статичної помилки і підвищення швидкодії замкнутої системи стабілізації. На прикладі космічної ступені С5М ракети-носія «Циклон-3» показано, що рішення задачі параметричного синтезу цифрового стабілізатора за допомогою викладеного методу дозволяє до 25 % підвищити швидкість системи, в кілька разів збільшити точність її стабілізації і значно послабити вплив коливань рідини в баках пального і окислювача на стабілізацію руху ступені. Для зменшення статичної помилки замкнутої системи стабілізації і додання їй властивості інваріантності до дії зовнішніх збурень значення змінних параметрів стабілізатора слід вибирати змінюваними під час руху вздовж активної ділянки траєкторії польоту ракети-носія.

Ключові слова: космічна ступінь ракети-носія, цифровий стабілізатор, адитивний інтегральний квадратичний функціонал, точність стабілізації ступені, варійовані параметри цифрового стабілізатора.

Ye.Ye. Aleksandrov, T.Ye. Aleksandrova

PARAMETRIC SYNTHESIS OF THE DIGITAL STABILIZER OF THE SPACE STAGE OF THE ROCKET-CARRIER WITH A LIQUID REACTIVE ENGINE AT THE ACTIVE SECTION OF THE FLIGHT TRAJECTORY

The problem of choosing the values of the variable parameters of the digital stabilizer of the space stage of a booster rocket with a liquid engine in the active part of the flight path, which ensures the minimum value of the additive integral quadratic functional with unknown weight coefficients, calculated on the basis of the mathematical model of the perturbed motion of a closed stabilization system containing ordinary differential equations, and equations in finite differences, with subsequent using software products Optimization Toolbox in the MATLAB interactive environment or Minimize in the MathCAD interactive environment and finding the uncertain weighting coefficients of the additive functional. This approach allows you to abandon the use of the method of «frozen coefficients» and leads to a decrease in static error and increase of the speed of a closed stabilization system. Using the example of the C5M space stage of the «Cyclone-3» launch vehicle, it was shown that solving the problem of parametric synthesis of a digital stabilizer using the method described above allows up to 25 % increase in the system's speed, several-fold increase in the stage stabilization accuracy and significantly weaken the effect of fluid oscillations in fuel and oxidizer tanks for stabilized stage motion. To reduce the static error of the closed stabilization system and to give it the

property of invariance to the action of external perturbations, the values of the variable parameters of the stabilizer should be chosen variable in time along the active section of the flight path of the launch vehicle.

Keywords: space stage of the launch vehicle, digital stabilizer, additive integral quadratic functional, step stabilization accuracy, variable parameters of the digital stabilizer.

1. Игдалов И.М., Кучма Л.Д., Поляков Н.В., Шептун Ю.Д. Динамическое проектирование ракет. Днепропетровск : Изд-во ДНУ, 2010. 264 с.
2. Айзенберг Я.Е., Сухоробрый В.Г. Проектирование систем стабилизации носителей космических аппаратов. М. : Машиностроение, 1986. 224 с.
3. Игдалов И.М., Кучма Л.Д., Поляков Н.В., Шептун Ю.Д. Ракета как объект управления. Днепропетровск : АРТ-ПРЕСС, 2004. 544 с.
4. Александров С.Е., Козлов Е.П., Кузнецов Б.И. Автоматичне керування рухомими об'єктами і технологічними процесами. Т. 2 : Автоматичне керування рухом літальних апаратів. Харків : НТУ «ХП», 2006. 528 с.
5. Александрова Т.Е., Кононенко В.А., Лазаренко А.А. Сравнительный анализ цифровых ПД-стабилизаторов подвижных объектов с низкочастотными фильтрами Баттеруорта и Ланцоша. *Радиоелектроніка. Інформатика. Управління*. 2011. № 2. С. 148–152.
6. Александров Е.Е. Выбор оптимизируемого функционала в задачах параметрического синтеза систем стабилизации. *Артиллерийское и стрелковое вооружение*. 2004. № 2 (1). С. 23–26.
7. Александрова Т.Е. О единственности решения задачи параметрического синтеза линейной динамической системы с интегральным квадратичным критерием оптимальности. *Системи обробки інформації*. 2013. Вип. 7 (114). С. 116–120.
8. Александров Е.Е., Александрова Т.Е. Параметрический синтез цифровой системы стабилизации танковой пушки. *Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики»*. 2015. № 6. С. 5–20.
9. Александров Е.Е. Параметрическая оптимизация регулируемых динамических систем с помощью функций Ляпунова. *Известия АН СССР. Техническая кибернетика*. 1990. № 3. С. 44–49.
10. Кунцевич В.М. Управление в условиях неопределенности: гарантированные результаты в задачах управления и идентификации. Киев : Наук. думка, 2006. 262 с.
11. Кунцевич В.М., Поляк Б.Т. Инвариантные множества нелинейных дискретных систем с ограниченными возмущениями и задачи управления. *Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики»*. 2009. № 6. С. 6–21.

Получено 09.10.2019
После доработки 24.01.2020