

**ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМОСВЯЗИ
ПРОДОВОЛЬСТВЕННЫХ, ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ
И ВОДНЫХ РЕСУРСОВ С ПОМОЩЬЮ
ТРЕХСЕКТОРАЛЬНОЙ МОДЕЛИ ЛОРЕНЦА***

Ключевые слова: модель Лоренца, математическое моделирование, модель экономического развития, оптимальное управление, детерминированный хаос, стохастические модели.

Введение

Синергизм климатических изменений и четвертой промышленной революции (ЧПР) становится весомым вызовом для глобального общества. Достижения в развитии новейших технологий (био- и нанотехнологии, робототехника, автономные транспортные средства, 3D-печать, новое природопользование, новые высокие гуманитарные технологии и др.), а также быстрое внедрение цифровой инфраструктуры создают новые возможности для стабильного развития общества [1]. В то же время рост уязвимости критической инфраструктуры, распространение опасных технологий, возрастающая нагрузка на экономику вследствие старения населения, загрязнения окружающей среды и возникновения новых инфекционных заболеваний создают своеобразный синергетический эффект, приносят дополнительные системные риски. Растет число и мощность природных и техногенных катастроф, значительны потери природного разнообразия. Глобальная экономика становится уязвимой даже к единичным техногенным и природным чрезвычайным ситуациям вроде аварии контейнеровоза в Суэцком канале или заражения вирусом COVID-19 в Ухане.

Кумулятивный эффект разных источников угроз генерирует неопределенности и нестабильности в современном обществе. Происходит нелинейный рост его уязвимости и снижение возможностей адаптации из-за удлинения причинно-следственных связей, повышения их плотности, усиления взаимосвязи процессов, обеспечивающих устойчивое развитие общества. Нелинейности приводят к возникновению областей значений системных параметров, в которых малые воздействия ведут к существенной трансформации безопасности и создают условия для непредсказуемого будущего.

Все это становится угрозой для стабильного развития: 1) продовольственный кризис (климатические изменения замедляют рост глобального урожая, поскольку повышение средних температур сокращает сезон роста растений и снижает урожайность); 2) водный кризис (водный дефицит может дестабилизировать пространство безопасности, поэтому рынок воды в будущем может быть подобен современному рынку энергоносителей с его острой конкуренцией и борьбой в «горячих» точках глобального мира); 3) энергетический кризис, связанный с изменениями баланса спроса и предложения энергоресурсов вследствие достижений в развитии технологий добычи сланцевой нефти и сланцевого газа и новей-

* Работа выполнена в рамках проекта «Комплексное моделирование управления безопасным использованием продовольственных, водных и энергетических ресурсов для устойчивого социального, экономического и экологического развития» совместно с НАН Украины и Международным институтом прикладного системного анализа (IIASA).

© К.Л. АТОЕВ, Л.Б. ВОВК, С.П. ШПИГА, 2021

*Международный научно-технический журнал
«Проблемы управления и информатики», 2021, № 3*

шими технологиями по энергосбережению, благодаря чему ослабляется зависимость экономики от энергоресурсов [2].

Поэтому исследование взаимосвязи продовольственных, энергетических и водных ресурсов (ПЭВР) является актуальной проблемой. Для ее решения требуется комплексное исследование механизмов возникновения неустойчивости взаимосвязанных систем. Цель данной работы — создание математической модели для исследования взаимосвязи ПЭВР, управления уровнем угроз, определения условий, при которых слабые воздействия могут вызвать сильные расхождения траекторий развития системы.

Моделирование взаимосвязи ПЭВР

Анализ, проведенный в [3–6], позволил установить основные подходы к моделированию взаимосвязи ПЭВР в условиях неопределенности, основанные на использовании комбинации детерминистских [7–9] и стохастических [10–16] моделей.

Глобальную экономику можно рассматривать как открытую, нелинейную, диссипативную, потенциальную систему, имеющую сетевые элементы, близкую к состоянию неустойчивого равновесия [17]. Действительно, в таких областях, как фондовые и финансовые рынки, денежное обращение и кредит, экономические системы могут оставаться неравновесными достаточно долгое время. Отмечено, что колебательная динамика ряда ключевых показателей мировой экономики (индекса Доу–Джонса, цены на золото, нефть и т.д.) в определенные периоды напоминает хаотичную динамику колебаний, характерных для странных аттракторов [18].

В работах [19–25] для исследования возникновения хаотических изменений в биологии и экономике использовалась модель детерминированного хаоса Лоренца [26], которая описывает детерминированную систему с возникающими поддерживаемыми хаотическими режимами. Рассмотрим задачу построения модели, которая позволяла бы получить хаотические режимы в пространстве социально-экономических переменных. При этом будем использовать следующие предположения.

Глобальная экономика создает определенный спрос на деятельность различных производственных систем (ПС). Часть ресурсов, производимых этими системами, тратится на поддержание их внутренней структуры, иначе говоря, на осуществление внутренних функций, другая часть — на внешние функции, связанные с производством продукции, спрос на которую определяет глобальная экономика. Эти спросы зависят от различных факторов: текущего состояния ПС, воздействия внешней среды, эффективности регуляторных механизмов и т.д.

Пусть β_1 — спрос на деятельность ПС, нормированный на единицу системы материального производства, в качестве которой будем рассматривать рабочее место в соответствующей отрасли производства Y .

Пусть β_2 — предложение, нормированное на единицу измерения внешней функции ПС X . В соответствии с принятыми обозначениями $\beta_1 Y$ и $\beta_2 X$ характеризуют соответственно спрос и предложение на выполнение функций ПС.

Пусть скорость изменений внешней функции пропорциональна превышению спроса над предложением. Тогда имеем следующее уравнение для динамики X :

$$dX / dt = \alpha_1 (\beta_1 Y - \beta_2 X), \quad (1)$$

где α_1 — удельная скорость изменения X .

Существуют регуляторные механизмы, которые в случае превышения спроса приводят к изменениям в ПС (создание новых производственных мощностей, внедрение новых технологий и др.), вовлекающим в производство новые рабочие места или, как в случае ЧПР, изменяющих их производительность. Будем полагать, что чем больше X , тем большее количество рабочих мест Y вовлечено в процесс. Пусть γ_1 — спрос на увеличение числа рабочих мест, нормированный на единицу X , γ_2 — предложение рабочих мест, вовлеченных в обеспечение X , нормированное на единицу Y . Учтем, что часть ресурсов тратится на поддержание внутренней структуры ПС, поэтому происходит постоянное вовлечение части Y в этот процесс. Этот отток рабочих мест пропорционален уровню структурных нарушений (техногенные аварии, стихийные бедствия, нарушения в поставке продовольствия и др.) и уровню внешней функции X , создающей избыточную нагрузку на структуры ПС. Пусть γ_3 — спрос на Y , связанный с обеспечением внутренних функций ПС, который нормирован на единицы внешней функции и возникающих нарушений. Тогда $\gamma_1 X - \gamma_3 XZ$ и $\gamma_2 Y$ соответственно характеризуют общий спрос и предложение для создания рабочих мест, связанных с выполнением внешних функций ПС.

В этом случае уравнение для динамики создания рабочих мест имеет следующий вид:

$$dY / dt = \alpha_2 (\gamma_1 X - \gamma_2 Y - \gamma_3 XZ), \quad (2)$$

где α_2 — удельная скорость изменения Y .

Заметим, что достаточно малое изменение уровня структурных нарушений Z при достаточно высоких значениях внешней функции X , обусловленных ЧПР и экономической глобализацией, приводит к значительному росту $\gamma_3 XZ$. Система может потерять при этом устойчивость.

Будем считать, что рост числа нарушений пропорционален уровню нагрузки на структуры, обеспечивающие внешнюю функцию X . Эта нагрузка зависит от величины X и числа рабочих мест Y , вовлеченных в процесс производства. Также предположим, что существуют регуляторные (адаптационные) механизмы, которые в определенных пределах способны устранять возникающие нарушения, активируясь при их возникновении и накоплении. Пусть ξ_1 и ξ_2 — соответственно удельные скорости возникновения и нейтрализации нарушений. Тогда уравнение для динамики числа нарушений имеет следующий вид:

$$dZ / dt = \xi_1 XY - \xi_2 Z. \quad (3)$$

Введем следующие обозначения:

$$\tau = \alpha_2 \gamma_2 t, \quad \sigma = \alpha_1 \beta_2 / (\alpha_2 \gamma_2), \quad r = \beta_1 \gamma_1 / (\beta_2 \gamma_2), \quad b = \xi_2 / (\alpha_2 \gamma_2),$$

$$x = (\xi_1 \gamma_3)^{1/2} X / (\alpha_2 \gamma_2), \quad y = \beta_1 (\xi_1 \gamma_3)^{1/2} Y / (\alpha_2 \beta_2 \gamma_2),$$

$$z = \beta_1 \gamma_3 Z / (\alpha_2 \beta_2 \gamma_2).$$

В этом случае рассмотренная система (1)–(3) приводится к виду

$$dx / d\tau = \sigma(y - x), \quad dy / d\tau = rx - y - xz, \quad dz / d\tau = xy - bz. \quad (4)$$

Согласно работе Лоренца [26] в данной системе возникают поддерживаемые хаотические режимы. Таким образом, взаимосвязи между внешней функцией ПС, количеством рабочих мест и структурными нарушениями могут описываться моделью метастабильного хаоса Лоренца. В том случае, когда параметры системы близки к своим бифуркационным значениям, любая флуктуация может привести к непредсказуемому будущему. Бесконечно близкие друг к другу траектории с течением времени начинают существенно расходиться. Горизонт прогнозирования значительно сужается.

Исследование модели Лоренца показало, что рост параметра r критический для возникновения как периодических, так и турбулентных траекторий [27]. Существует несколько бифуркационных значений параметра: $r = 13,926$, $r = 24,06$, $r = 24,74$. Рост спроса (параметры β_1 и γ_1) ведет к увеличению r , а рост предложения (параметры β_2 и γ_2) вызывает его уменьшение. Таким образом, в области бифуркационных значений параметра r малые изменения соотношения спрос/предложение могут вызвать существенное изменение поведения системы. Возможны переходы от периодических режимов к турбулентным траекториям, от устойчивости к неустойчивости.

Модель (4) можно записать в комплексной форме относительно двух комплексных переменных (x_c и y_c) и одной вещественной переменной (z_c). Система имеет вещественные параметры σ_c и b_c и комплексные $r_c = r_{c1} + ir_{c2}$, $a_c = 1 - ei$. Как показано в [20], в комплексной системе уравнений Лоренца реализуется сценарий перехода к хаосу через субгармонический каскад бифуркаций двумерных торов, т.е. в системе рождается предельный цикл частоты $\omega = r_{c2}\sigma_c / (\sigma_c + 1)$.

Задача исследования n секторов экономик в этом случае сводится к задаче рассмотрения поведения ансамбля n связанных осцилляторов, генерирующих колебания с частотами ω_i соответственно. Коллективную синхронизацию данных осцилляторов можно исследовать с помощью модели Курамото [28], которая имеет следующий вид:

$$\partial\theta_i / dt = \omega_i + K / N \sum_{j=1}^N \sin(\theta_k - \theta_j), \quad i = 1, \dots, N,$$

где $\theta_i \in [0, 2\pi]$ — фазовые переменные, ω_i — собственные частоты, $K > 0$ — параметр связи.

Таким образом, задача управления социально-экономическим развитием в условиях возникновения хаотических режимов сводится к управлению частотой поля с ненулевым средним, которое генерируется связанными осцилляторами.

Исследование детерминированного хаоса в физике, биологии, экономике привело к существенному переосмыслению его роли в самоорганизации сложных динамических систем. Оказалось, что благодаря хаотичным режимам с их повышенной чувствительностью к малым возмущениям параметров, становится возможным перевод системы из окрестности одного неустойчивого предельного цикла в окрестность другого. Иными словами, возможно качественное изменение поведения социально-экономической системы за счет малых изменений параметров управления, а значит, при значительной экономии ресурсов. Исходя из этого понимания, происходит трансформация задачи управления хаосом: от выбора действий, направленных на прекращение хаоса, — к выбору управлений, позволяющих стабилизацию определенных неустойчивых периодических траекторий [20].

Сокращение ресурсной базы вследствие климатических изменений сужает возможности стабильного развития. В условиях Украины существующие ресурсы позволяют лишь немного изменять параметры управления экономикой, поэтому возникает задача поиска траекторий развития, позволяющих за счет малых изменений параметров осуществлять «перескок» с одной траектории развития на другую. Модели странных аттракторов как раз могут использоваться для исследования условий, при которых возможен такой своеобразный фазовый переход от одного предельного цикла к другому.

Применим модель (4) для исследования взаимосвязи ПЭВР. Для этого проведем ее модификацию, учитывающую взаимосвязи между разными ПС и случайные возмущения.

Ведем функции x_i , y_i , z_i , характеризующие уровни внешней функции, количество рабочих мест и структурных нарушений i -й ПС, $i = 1, 2, 3$, соответственно для продовольственного, энергетического и водного секторов экономики. Будем считать, что происходит следующее.

1. Существует конкуренция за рабочую силу между этими тремя отраслями экономики, поэтому рост внешней функции ПС в одной отрасли тормозит создание рабочих мест в других. Для учета конкуренции ограничимся линейным приближением, заменим параметры R_i следующими функциями:

$$R_1 = r_1(1 - a_1x_2 - a_2x_3), \quad R_2 = r_2(1 - a_3x_1 - a_4x_3), \quad R_3 = r_3(1 - a_5x_1 - a_6x_2),$$

где a_k ($k = 1, \dots, 6$) — параметры модели, характеризующие конкуренцию за рабочую силу, между разными отраслями.

2. Изменчивость урожайности сельскохозяйственных культур, колебания цен на энергоносители, изменения баланса водных ресурсов, вызванные погодными условиями, введение новых технологий, которые значительно меняют производительность рабочих мест, — все это провоцирует случайные возмущения $w_{ij}(t)$, которые становятся дополнительными факторами увеличения уровня структурных нарушений.

3. Процессы в различных секторах экономики могут протекать с различными скоростями, масштабирование времени по секторам осуществляется с помощью параметров ε_1 и ε_2 .

Стохастическая трехсекторальная модель Лоренца, учитывающая влияние случайных возмущений, описывается с помощью следующих уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= \sigma_1(y_1 - x_1) + \delta_1 \dot{w}_{11}, \\ \frac{dy_1}{dt} &= (R_1 - z_1)x_1 - y_1 + \delta_1 \dot{w}_{12}, \\ \frac{dz_1}{dt} &= x_1y_1 - b_1z_1 + \delta_1 \dot{w}_{13}, \\ \varepsilon_1 \frac{dx_2}{dt} &= \sigma_2(y_2 - x_2) + \delta_2 \dot{w}_{21}, \\ \varepsilon_1 \frac{dy_2}{dt} &= (R_2 - z_2)x_2 - y_2 + \delta_2 \dot{w}_{22}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 \frac{dz_2}{dt} &= x_2 y_2 - b_2 z_2 + \delta_2 \dot{w}_{23}, \\ \varepsilon_2 \frac{dx_3}{dt} &= \sigma_3 (y_3 - x_3) + \delta_3 \dot{w}_{31}, \\ \varepsilon_2 \frac{dy_3}{dt} &= (R_3 - z_3) x_3 - y_3 + \delta_3 \dot{w}_{32}, \\ \varepsilon_2 \frac{dz_3}{dt} &= x_3 y_3 - b_3 z_3 + \delta_3 \dot{w}_{33}.\end{aligned}$$

Здесь $w_{ij}(t)$ — независимые стандартные винеровские процессы с параметрами $E(w_{ij}(t) - w_{ij}(s)) = 0$, $E(w_{ij}(t) - w_{ij}(s))^2 = |t - s|$ δ_i — интенсивности возмущений ($i = 1, 2, 3$).

Будем считать, что выполняются следующие условия: $r_i = r$, $\sigma_i = \sigma$, $b_i = b$.

На рис. 1 приведены результаты моделирования для детерминированной модели ($\delta_i = 0$) в целях определения границ изменений параметров a_k , при которых выполняются условия $R_i > 0$, поскольку физический смысл имеют только положительные значения параметров модели. Выбраны следующие значения параметров: $\sigma = 10$, $r = 28$, $b = 8/3$.

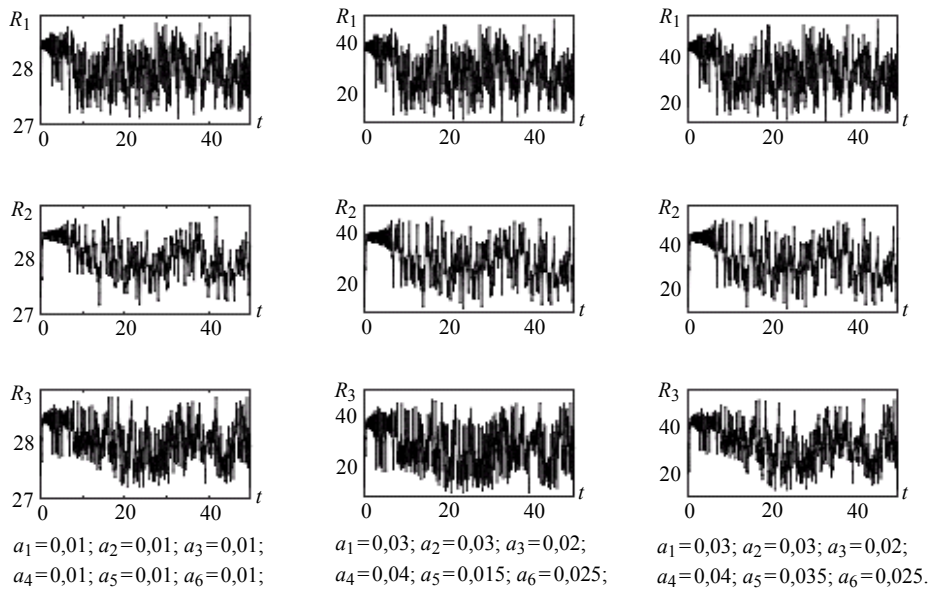


Рис. 1

При увеличении параметров a_k увеличивается амплитуда колебаний R_i . При значениях $a_k = 0,01$ функции R_i колеблются в диапазоне от 27 до 29. При максимально допустимых значениях a_k колебания R_i осуществляются в диапазоне от 0 до 60. Таким образом, функции R_i на выбранном временном интервале моделирования много раз успеют принять все критические значения r , при которых в системе (4) меняется количество стационарных точек и их устойчивость, возникают и исчезают периодические и турбулентные траектории.

На рис. 2 приведена динамика переменных z_i и проекция аттрактора на плоскость $y_3 - z_3$, которая соответствует полученным колебаниям функций R_i .

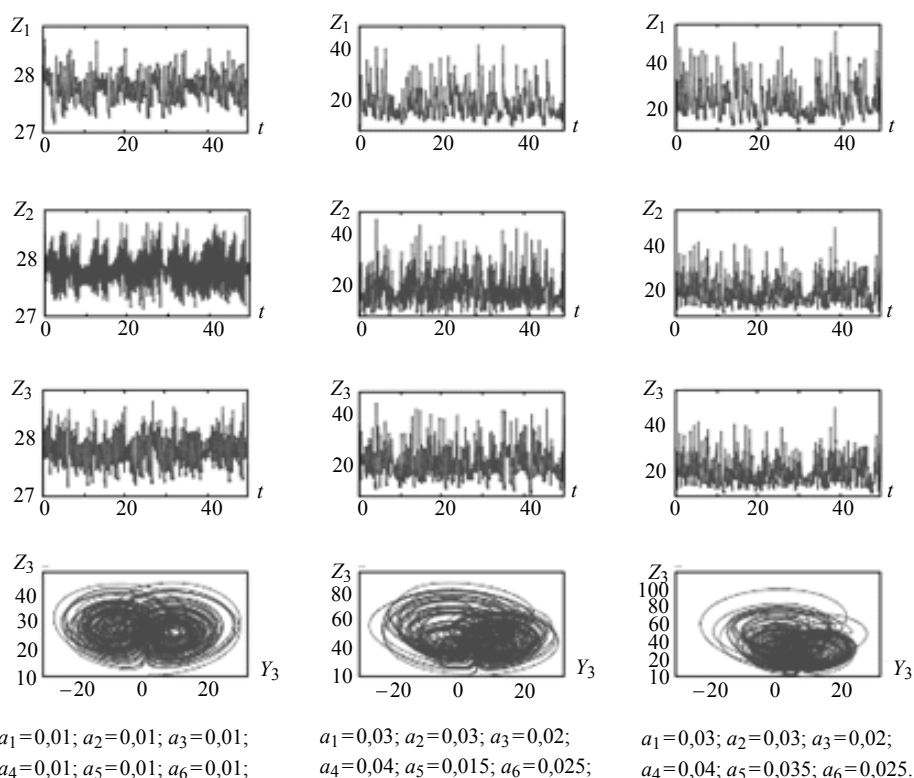


Рис. 2

Как следует из расчетов, рост параметров a_k ведет к росту амплитуды колебаний переменных z_i и увеличению суммарного количества нарушений на выбранном интервале моделирования. Увеличение уровня структурных нарушений z_i является индикатором роста нестабильности взаимосвязи ПЭВР.

Оптимальное управление, минимизирующее структурные нарушения

Рассмотрим задачу определения эффективных управлений для минимизации суммарных структурных нарушений за выбранный интервал времени.

Задача управления для уменьшения уровня структурных нарушений z формулируется следующим образом: дана математическая модель (4) и система ограничений, которая определяет допустимый диапазон значений переменных модели и параметров управления; нужно найти параметры управления $\sigma(t), r(t), b(t)$,

которые минимизируют функционал
$$F(\sigma, r, b, t) = \int_0^t z dt.$$

Для численного решения задачи нахождения оптимального управления использовался модифицированный метод случайного поиска — метод стохастического градиента. При реализации этого алгоритма использована среда GNU Octave версии 4.4.1, которая распространяется по лицензии GNU GPL и может работать в операционных системах Linux, macOS, BSD и Windows.

На рис. 3 приведены результаты модельных экспериментов для определения управлений, которые минимизируют уровень структурных нарушений для одно-

секторальной модели Лоренца. Результатом управления является снижение общего количества структурных нарушений S на 16,54 % относительно уровня, который был при фиксированных значениях параметров σ, r, b .

Как следует из результатов моделирования, минимизация числа структурных нарушений достигается за счет снижения параметров σ и r , тогда как параметр b сначала снижается, а затем увеличивается. Если предположить, что удельные скорости изменения переменных модели (параметры α_1 и α_2) меняются достаточно медленно, то снижение σ может быть достигнуто за счет снижения удельного предложения продукции ПС (параметр β_2), либо за счет увеличения удельного предложения рабочих мест, вовлеченных в выполнение внешней функции ПС (параметр γ_2). Снижение r достигается за счет падения удельного спроса на продукцию производственной системы и количества рабочих мест, в ней занятых (параметры β_1 и γ_1), либо за счет увеличения их удельного предложения (параметры β_2 и γ_2).

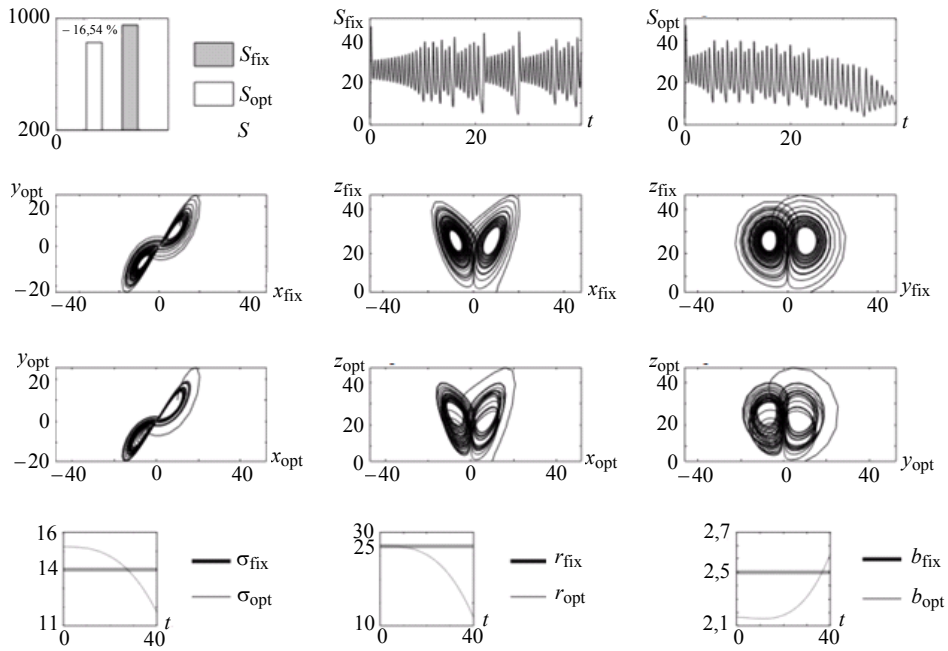


Рис. 3

Изменение b может быть связано с изменением удельного предложения рабочих мест, вовлеченных в выполнение внешней функции ПС (параметр γ_2). Сначала величина γ_2 должна увеличиваться и b будет снижаться, затем уменьшаться, увеличивая b . Будем считать, что удельная скорость нейтрализации нарушений ξ_2 меняется гораздо медленнее, поэтому рассматривать ее в качестве факторов управления нецелесообразно.

Влияние случайных возмущений

Влияние шума приводит к стохастической деформации детерминированных аттракторов модели Лоренца. При случайных возмущениях траектории стохастической системы оставляют детерминированный аттрактор и образуют вокруг него некоторый пучок с соответствующим вероятностным распределением. Дисперсия случайных состояний вблизи детерминированного аттрактора зависит от интен-

сивности шума и устойчивости локальных частей аттрактора. На рис. 4 изображена динамика изменений пучка случайных траекторий вокруг устойчивого предельного цикла трехсекторальной системы Лоренца при увеличении интенсивности шума δ_j от 0 до 0,3 при значении $r = 334$ и вариации параметров a_k .

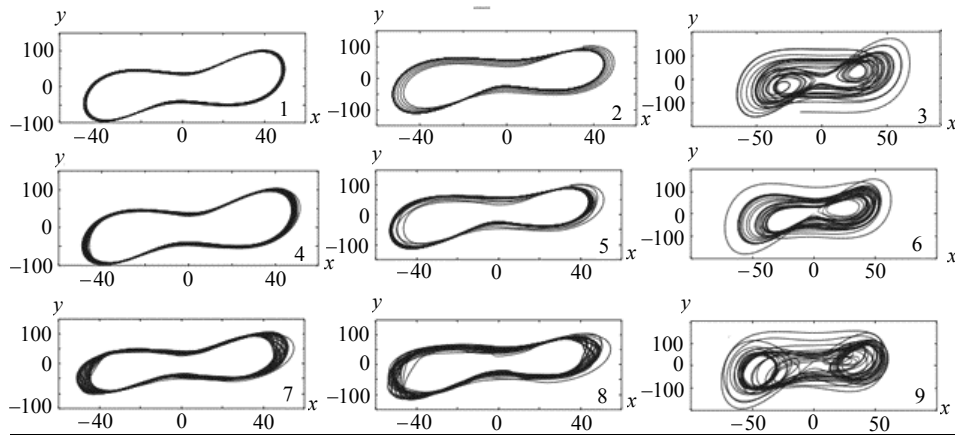


Рис. 4

- 1) $a_k = 0,0$, $\delta_i = 0,0$; 2) $a_k = 0,00005$, $\delta_i = 0,0$; 3) $a_k = 0,00018$, $\delta_i = 0,0$;
- 4) $a_k = 0,0$, $\delta_i = 0,01$; 5) $a_k = 0,00005$, $\delta_i = 0,01$; 6) $a_k = 0,00018$, $\delta_i = 0,01$;
- 7) $a_k = 0,0$, $\delta_i = 0,03$; 8) $a_k = 0,00005$, $\delta_i = 0,03$; 9) $a_k = 0,00018$, $\delta_i = 0,03$.

В данном примере для каждого сектора выбраны одинаковые значения параметров. Поэтому проекции траекторий аттракторов на плоскости $x_i - y_i$ для каждого сектора совпадают и переменные x_i и y_i заменены соответственно x и y .

Заключение

В работе предложена математическая модель для исследования взаимосвязи ПЭВР, объединяющая в единой структуре однотипно описанные сектора экономики. Определены условия, при которых модель, описывающая взаимосвязь производительности, количества рабочих мест и уровня структурных нарушений в ПС, сводится к модели Лоренца, в которой возможно возникновение метастабильного хаоса.

Трехсекторальная модель Лоренца, рассматриваемая в настоящей работе, учитывает конкуренцию за рабочую силу между отраслями экономики. Как показали численные исследования модели, чем сильнее конкуренция, тем выше суммарное число нарушений. Фактически исследуется модель Лоренца с переменным параметром r , изменение которого критично возникновению как периодических, так и турбулентных траекторий. На выбранном временном интервале моделирования этот параметр много раз успевает принять все критические значения, при которых в системе Лоренца меняется количество стационарных точек и их устойчивость, возникают и исчезают периодические и турбулентные траектории. Из результатов моделирования следует, что чем выше уровень производства, тем при меньшем уровне структурных нарушений возможна трансформация функционирования системы.

Рассмотрена задача оптимального управления для минимизации нарушений z_i . Для численного решения задачи использовался модифицированный метод случайного поиска — метод стохастического градиента. Как следует из результатов

моделирования, минимизация числа структурных нарушений достигается за счет одновременного выполнения следующих условий: 1) снижения отношения удельных предложений на продукцию ПС и рабочих мест β_2 / γ_2 ; 2) снижения соотношений удельных спросов и предложений на продукцию производственной системы и количества рабочих мест, соответственно β_1 / β_2 и γ_1 / γ_2 ; 3) увеличения, а с определенного момента уменьшения удельного предложения рабочих мест, вовлеченных в выполнение внешней функции ПС γ_2 .

Отличительная особенность предложенной модели — суперпозиция квазистохастических странных аттракторов Лоренца и случайных возмущений, описываемых винеровскими процессами. Рассмотрено влияние случайных возмущений на стохастическую деформацию детерминированных аттракторов модели Лоренца. Показано, что при случайных возмущениях траектории стохастической системы покидают детерминированный аттрактор и образуют вокруг него некоторый пучок с соответствующим вероятностным распределением.

Практическая значимость работы связана с созданием математического аппарата для прогнозирования поведения систем в условиях неопределенности и решения комплексных задач адаптивного управления взаимосвязью ПЭВР для минимизации рисков. Модель будет использоваться для создания технологий принятия решений для управления ПЭВР в целях устойчивого социального, экономического и экологического развития.

К.Л. Атоев, Л.Б. Вовк, С.П. Шнига

ДОСЛІДЖЕННЯ ВЗАЄМОЗВ'ЯЗКУ ПРОДОВОЛЬЧИХ, ЕНЕРГЕТИЧНИХ ТА ВОДНИХ РЕСУРСІВ ЗА ДОПОМОГОЮ ТРИСЕКТОРАЛЬНОЇ МОДЕЛІ ЛОРЕНЦА

Роботу присвячено проблемі створення нових методів для комплексного моделювання та управління ризиком, які дозволять досліджувати синергетичні взаємодії між джерелами ризиків різного походження в умовах невизначеності. Запропоновано підхід до дослідження взаємозв'язку продовольчих, водних і енергетичних ресурсів за допомогою трисекторальної моделі Лоренца, яка об'єднує в єдиній структурі однотипним чином описані сектори економіки, кожен з яких розглядається в термінах рівня продуктивності, кількості робочих місць і рівня структурних порушень. У результаті математичного моделювання визначено умови виникнення детермінованого хаосу в мінімальній моделі економічного розвитку та виявлено можливі причини зростаючої вразливості глобальної економіки до малих змін параметрів керування. Розглянуто задачу визначення ефективних керувань з метою мінімізації сумарних структурних порушень за обраний інтервал часу. В результаті модельних експериментів виявлено траєкторії зміни параметрів керування, які дозволяють зменшити число структурних порушень. Це досягається за рахунок змін співвідношення рівнів пропозиції та попиту продукції, попиту і пропозиції на створення робочих місць. Розглянуто вплив випадкових збурень на стохастичну деформацию детермінованих аттракторів моделі Лоренца. Показано, що при випадкових збуреннях траєкторії стохастичної системи покидають детермінований аттрактор і утворюють навколо нього деякий пучок з відповідним імовірносним розподілом. Розглянуто можливість подальшого ускладнення моделі за рахунок врахування інших секторів економіки за допомогою моделі Лоренца в комплексній формі. Задача дослідження n секторів економік у цьому випадку зводиться до розгляду поведінки ансамблю n зв'язаних осциляторів, що генерують коливання з частотами ω_n відповідно. Колективна синхронізація даних осциляторів може бути досліджена за допомогою моделі Курамото. Задача керування соціально-економічним розвитком в умовах виникнення хаотичних режимів зводиться для комплексної моделі до керування частотою поля з ненульовим середнім, яке генерується зв'язаними осциляторами.

Ключові слова: модель Лоренца, математичне моделювання, модель економічного розвитку, оптимальне керування, детермінований хаос, стохастичні моделі.

K.L. Atojev, L.B. Vovk, S.P. Shpyga

STUDYING THE INTERCONNECTION OF FOOD, ENERGY AND WATER RESOURCES USING THE THREE-SECTORAL LORENTZ MODEL

The work is devoted to the problem of creating new methods for complex modeling and risk management, which will allow to study synergistic interactions between sources of risks of various origins under conditions of uncertainty. The paper proposes an approach to the study of the relationship between food, water and energy resources using the three-sectoral Lorenz model, combining in a single structure similarly described sectors of the economy, each of which is considered in terms of the productivity level, the workplaces number and the structural disturbances level. As a mathematical modeling result, the conditions of the deterministic chaos origin in the minimum economic development model were determined and possible reasons of the global economy growing vulnerability to small changes in management parameters were identified. The problem of determining effective controls for minimizing the total structural violations on selected time interval is considered. As a result of model experiments, the trajectories of control parameters changes were determined, which make it possible to reduce the structural violations number. This is achieved through changes in the ratio of supply and demand levels for products, demand and supply for workplaces creation. The influence of random perturbations on the deterministic attractors stochastic deformation of the Lorenz model is considered. It is shown that, under random perturbations, the trajectories of the stochastic system leave a deterministic attractor and form around it a certain bundle with the corresponding probabilistic distribution. The further model complicating possibility by taking into account other sectors of the economy using the Lorenz model in a complex form is considered. In this case the task of studying n sectors of economy is reduced to considering the behavior of an ensemble of n coupled oscillators that generate oscillations with frequencies ω_n , respectively. Collective synchronization of oscillator data can be investigated using Kuramoto's model. The problem of managing socio-economic development under the chaotic modes origin conditions is reduced for a complex model to controlling the frequency of a nonzero mean field generated by coupled oscillators.

Keywords: Lorenz model, mathematical modeling, economic development model, optimal control, deterministic chaos, stochastic models.

1. Schwab K. The fourth Industrial Revolution — World Economic Forum, 2016/ Четвертая промышленная революция. М. : Изд-во «Э», 2016. 208 с.
2. The global risks report 2016. 11th Edition — World Economic Forum, 2016.
3. Mathematical modelling of food, energy and water resources management under increased uncertainties and risks. K.L. Atojev, V.M. Bilous, V.S. Deineka, E.F. Galba, A.N. Golodnikov, V.M. Gorbachuk, V.S. Kiriljuk, P.S. Knopov, T.V. Pepeljaeva, Yu.F. Rudenko, I.V. Sergienko, V.M. Shestopalov, M.J. Zheleznyak. *Integrated modeling of food, energy and water security management for sustainable social, economic and environmental developments*. Ed. by Zagorodny A.G., Yermoliev Yu.M. Kiev, 2013. P. 195–228.
4. The mathematical problems of complex management and effective utilization of food, energy and water resources under increased uncertainties. K.L. Atojev, O.M. Golodnikov, V.M. Gorbachuk, Yu.M. Ermoliev, T.Yu. Ermolieva, V.S. Kiriljuk, P.S. Knopov. *Integrated management, security, and robustness*. A.G. Zagorodny, Yu.M. Ermoliev, V.L. Bogdanov (eds.) Kyiv : NAS of Ukraine, 2014. P. 198–227.
5. The mathematical problems of complex systems investigation under uncertainties. K. Atojev, P. Knopov, V. Pepeliaev, P. Kisala, R. Romaniuk, M. Kalimoldayev. *Recent advanced in information technology*. Ed. Waldemar Wojcik & Jan Sikora—London, UK : Taylor & Francis Group, 2018. P. 135–171.
6. Атоев К.Л., Кнопов П.С., Пепеляев В.А. Управление рисками при адаптации к глобальным изменениям. *Математичне моделювання в економіці*. 2013. № 2. С. 74–83.

7. Food, energy and water nexus: methodology of modeling and risk management. K.L. Atoyev, A.N. Golodnikov, V.M. Gorbachuk, T.Yu. Ermolieva, Yu.M. Ermoliev, V.S. Kiriljuk, P.S. Knopov, T.V. Pepeljaeva. *FEW Nexus for Sustainable Development: Integrated Modeling & Robust Management*. Eds by Zagorodny A.G., Ermoliev Yu.M., Bogdanov V.L., Ermolieva T.Yu. et al. Kyiv : Akadempriodyka, 2020. P. 250–302.
8. Atoyev K., Tomin A., Aksionova T. Global changes, new risks, and novel methods and tools of their assessment. Modelling and management of environmental security in Ukraine. *Managing Critical Infrastructure Risks*. 2007. Springer-Netherlands. P. 339–351.
9. Sergienko I.V., Yanenko V.M., Atoyev K.L. The general concept used to control the risk of the ecological, techogenic and sociogenic accidents. *Kibernetika i sistemnyi analiz*. 1997. N 2. С. 65–86.
10. Simulation and optimization methods in risk and reliability theory. Eds. P.S. Knopov, P.M. Pardalos. New York : Nova Science Publishers Inc, 2009. 285 p.
11. Ermoliev Y., von Winterfeldt D. Systemic risk and security management. *Managing Safety of Heterogeneous Systems, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*. Berlin; Heidelberg : Springer-Verlag, 2012. P. 19–49. DOI: 10.1007/978-3-642-22884-1_2.
12. Knopov P.S., Pepelyaev V.A. Nonparametric estimate of almost periodic signals. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2007. 43, N 3. P. 362–367. DOI: 10.1007/s10559-007-0057-3.
13. Интегрированное моделирование для управления состоянием продовольственной безопасности в Украине. I. Модель для управления экономической доступностью продуктов питания. А.Н. Голодников, Ю.М. Ермольев, Т.Ю. Ермольева, П.С. Кнопов, В.А. Пепеляев. *Кибернетика и системный анализ*. 2013. 49, № 1. С. 30–42.
14. Интегрированное моделирование для управления состоянием продовольственной безопасности в Украине. II. Модели оптимизации структуры сельскохозяйственного производства с учетом риска. А.Н. Голодников, Ю.М. Ермольев, Т.Ю. Ермольева, П.С. Кнопов, В.А. Пепеляев. *Кибернетика и системный анализ*. 2013. 49, № 2. С. 66–82.
15. Пепеляев В.А., Голодникова Н.А. Математические методы оценки риска потерь урожая и его учет при планировании структуры посевных площадей. *Кибернетика и системный анализ*. 2014. 50, № 1. С. 67–77.
16. Пепеляев В.А., Голодников О.М., Голодникова Н.О. Моделювання квантилей розподілу ймовірностей врожайності в умовах зміни клімату. *Кибернетика и системный анализ*. 2020. 56, № 1. С. 53–61.
17. Николис Г., Пригожин И. Самоорганизация в неравновесных системах. От диссипативных структур к упорядоченности через флуктуации. М. : Мир, 1979. 327 с.
18. Акаев А.А., Коротаяев А.В., Фомин А.А. О причинах и возможных последствиях второй волны глобального кризиса. *Моделирование и прогнозирование глобальной, региональной и национальной динамики*. М. : ЛИБРОКОМ/URSS, 2012. С.424–459
19. Занг В.-Б. Синергетическая экономика. Время и перемены в нелинейной экономической теории. М. : Мир, 1999. 335 с.
20. Магницкий Н.А., Сидоров С.В. Новые методы хаотической динамики. Едиториал УРСС, 2004. 320 с
21. Atoyev K.L. Challenges to safety in East Mediterranean: mathematical modeling and risk management of marine ecosystem. *NATO Science Series:IV: Earth and Environmental Sciences*. 2005. 50. P. 179–197.
22. Atoyev K.L. Mathematical modeling of metabolic and hormonal regulation: risk assessment of environmental and radiation influence on various links of endocrine system. *HAIT Journal of Science and Engineering*. В 2005. 2, N 1–2. P. 31–53.
23. Атоев К.Л. Возникновение режимов детерминированного хаоса в задачах управления социально-экономическим развитием. *Математичне моделювання в економіці*. 2013. № 3. С. 90–97.
24. Атоев К.Л. Комплексне моделювання впливу глобальних змін на взаємозв'язок між водними, продовольчими та енергетичними ресурсами. *Теорія оптимальних рішень*. 2017. С. 3–8.
25. Атоев К.Л. Оптимальное управление нормализацией энергетического баланса клетки. *Теорія оптимальних рішень*. 2006. № 5. С. 77–85.
26. Lorenz E. Deterministic nonperiodic flow. *Journal of Atoms. Sci*. 1963. 20. P. 130–141. DOI: 10.1175/1520-0469(1963)020<0130:DNF>2.0.CO;2.
27. Каплан Д.Л., Йорке Дж.А. Предтурбулентность: режим, наблюдаемый в течении жидкости, описываемой моделью Лоренца. *Странные аттракторы*. М. : Мир, 1981. С. 213–238.
28. The Kuramoto model: a simple paradigm for synchronization phenomena. J.A. Acebrón, L.L. Bonilla, P. Vicente et al. *Reviews of Modern Physics*. 2005. 77. P. 137–185. DOI: 10.1103/RevModPhys.77.137.

Получено 24.12.2020
После доработки 16.04.2021