

## Джозефсоновские системы на основе баллистических микроконтактов между однозонными и многозонными сверхпроводниками

Ю.С. Ерин<sup>1,2</sup>, А.С. Кийко<sup>1</sup>, А.Н. Омелянчук<sup>1</sup>, Е. Ильичев<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины  
пр. Ленина, 47, г. Харьков, 61103, Украина

<sup>2</sup>Институт физики микроструктур Российской академии наук, ГСП-105, Нижний Новгород, 603950, Россия  
E-mail: yuriyerin@gmail.com

<sup>3</sup>Leibniz Institute of Photonic Technology, D-07702 Jena, Germany

Статья поступила в редакцию 13 мая 2015 г., опубликована онлайн 25 сентября 2015 г.

Исследован эффект Джозефсона в баллистических микроконтактах между однозонными и многозонными сверхпроводниками. Установлено, что джозефсоновский контакт между однозонным и  $s_{\pm}$ -волновым двухзонным, а также между однозонным и трехзонным сверхпроводниками испытывает фрустрацию, демонстрируя свойства  $\phi$ -контакта. Обнаружено, что в зависимости от основного состояния трехзонного сверхпроводника с нарушением симметрии относительно обращения времени энергия джозефсоновского контакта может иметь от одного до трех минимумов. Построена теория СКВИДа постоянного тока (пт) на основе джозефсоновских контактов между однозонными и многозонными сверхпроводниками. Обнаружены особенности на зависимостях критического тока и полного магнитного потока от приложенного потока в пт СКВИДе на основе джозефсоновских микроконтактов между однозонным и  $s_{\pm}$ -волновым сверхпроводниками, между однозонным и трехзонным сверхпроводниками с нарушением симметрии относительно обращения времени, а также между однозонным и трехзонным сверхпроводником без нарушения симметрии относительно обращения времени в сравнении с обычным пт СКВИДом на основе джозефсоновских контактов между однозонными сверхпроводниками. Полученные результаты могут быть использованы для детектирования существования многозонности и реализации явления нарушения симметрии относительно обращения времени.

Досліджено ефект Джозефсона в балістичних мікроконтактах між однозонним і багатозонним надпровідниками. Встановлено, що джозефсонівський контакт між однозонним і  $s_{\pm}$ -хвильовим двозонним, а також між однозонним і трьохзонним надпровідниками знаходиться під дією фрустрації, демонструючи властивості  $\phi$ -контакту. Виявлено, що залежно від основного стану трьохзонного надпровідника з порушенням симетрії відносно обернення часу енергія джозефсонівського контакту може мати від одного до трьох мінімумів. Побудовано теорію СКВИДа постійного струму (пс) на основі джозефсонівських контактів між однозонним і багатозонним надпровідниками. Виявлено особливості на залежностях критичного струму і повного магнітного потоку від наведеного потоку в пс СКВИДі на основі джозефсонівських мікроконтактів між однозонним і  $s_{\pm}$ -хвильовим надпровідниками, між однозонним і трьохзонним надпровідником з порушенням симетрії відносно обернення часу, а також між однозонним і трьохзонним надпровідником без порушення симетрії відносно обернення часу в порівнянні зі звичайним пс СКВИДом на основі джозефсонівських контактів між однозонними надпровідниками. Отримані результати можуть бути використані для детектування існування багатозонності та реалізації явища порушення симетрії відносно обернення часу.

PACS: 74.25.N– Отклик на электромагнитные поля;

74.50.+r Эффекты близости, слабые связи, туннелирование, эффект Джозефсона;

85.25.Dq Сверхпроводящие квантовые интерференционные приборы (СКВИДы).

Ключевые слова: многозонный сверхпроводник, эффект Джозефсона,  $\phi$ -контакт, пт СКВИД, нарушение симметрии относительно обращения времени.

## 1. Введение

Одним из наиболее эффективных способов получения информации о симметрии параметра порядка в необычных сверхпроводниках являются фазочувствительные методики, основанные на эффекте Джозефсона в таких сверхпроводящих системах.

Вооружившись гипотезой о возможной форме волновой функции куперовских пар, можно теоретически предсказать особенности в поведении различных джозефсоновских систем на основе необычных сверхпроводников. Именно данные особенности и являются базой для этих методик, известных как джозефсоновская интерферометрия. Эта методика включает в себя исследование магнитного отклика джозефсоновского контакта, ток-фазовых зависимостей джозефсоновских контактов на стыке границ зерен и СКВИД-интерферометрия. Среди многообразия методик джозефсоновской интерферометрии последняя технология часто оказывается наиболее полезной. С технической точки зрения она основывается на исследовании характеристик одноконтактного интерферометра (джозефсоновский контакт в сверхпроводящем кольце) или СКВИДа постоянного тока (так называемый пт СКВИД, кольцо с двумя джозефсоновскими контактами). В этой геометрии один из контактирующих сверхпроводников имеет изотропную  $s$ -волновую симметрию параметра порядка, а второй — это необычный сверхпроводник, симметрию параметра порядка в котором необходимо установить [1,2].

Важно отметить, что джозефсоновская интерферометрия уже зарекомендовала себя как полезная методика, которая существенно помогла в идентификации  $d$ -волнового механизма спаривания куперовских пар в купратных ВТСП (см., например, обзор [3]).

Недавнее открытие нового класса высокотемпературных сверхпроводников на основе железа [4] породило вопрос о механизме спаривания в данных соединениях и, как следствие, о симметрии сверхпроводящего параметра порядка. Широко принятая вначале гипотеза о так называемом знакопеременном двухкомпонентном  $s_{\pm}$ -волновом характере параметра порядка [5,6] не позволяла однозначно интерпретировать полученные экспериментальные данные для некоторых «железных» сверхпроводников [7–14]. В этой связи появились модели, в основе которых лежит предположение о многокомпонентной киральной структуре параметра порядка с симметриями типа  $s + id$  [15],  $s_{\pm} + is_{++}$  [16] или с обычной  $s$ -волновой симметрией с тремя и более щелями. При определенных условиях наличие киральности приводит к возникновению фрустрации, когда в сверхпроводнике нарушается симметрия относительно обращения времени [17–26]. Это означает, что фазы параметра порядка не могут одновременно удовлетворить условию минимума энергии, создавая двух и более кратное вырожденное основное состояние.

Согласно теоретическим предсказаниям, нарушение симметрии относительно обращения времени в железных сверхпроводниках должно порождать ряд интересных явлений, таких как возникновение спонтанного магнитного поля в присутствии немагнитных дефектов, безмассовых леггетовских мод и фазовых солитонов (см. обзор [27] и ссылки в нем).

Несмотря на то что уже предложено несколько технологий для потенциального обнаружения нарушения симметрии по времени в сверхпроводниках на основе железа [28–31], в настоящее время строгие экспериментальные подтверждения существования этого явления в данных соединениях пока что отсутствуют.

Поскольку нарушение симметрии относительно обращения времени фактически является следствием фрустрации фаз параметра порядка, то логично предположить, что для детектирования данного явления могут оказаться полезными уже упомянутые выше фазочувствительные эксперименты, и в частности джозефсоновская интерферометрия.

Ранее нами был исследован эффект Джозефсона [32] и поведение пт СКВИДа на основе джозефсоновских микроконтактов между  $s$ -волновым сверхпроводником и трехзонным изотропным сверхпроводником в грязном пределе [30]. Была установлена необычная зависимость критического тока от внешнего магнитного потока и показана возможность возникновения многостерезисных петель на зависимости полного потока от внешнего магнитного потока. Было обнаружено, что все эти особенности поведения джозефсоновских систем связаны с проявлением нарушения симметрии относительно обращения времени. Следовательно, джозефсоновская интерферометрия является эффективным инструментом для детектирования этого явления. Для полноты картины о возможности использования джозефсоновской интерферометрии для определения структуры параметра порядка и возможности нарушения симметрии относительно обращения времени в сверхпроводниках на основе железа в данной статье будет рассмотрен эффект Джозефсона и поведение пт СКВИДа в другом предельном случае, когда джозефсоновские микроконтакты между однозонным и многозонными сверхпроводниками обладают баллистическим типом проводимости.

## 2. Формализм

Теория стационарного эффекта Джозефсона в микроконтактах ( $S$ -с- $S$  контактах) с баллистической проводимостью между  $s$ -волновыми однозонными сверхпроводниками была построена в статье [33]. Результаты данной работы могут быть обобщены на случай микроконтакта между однозонным и  $n$ -зонным ( $n \geq 2$ ) сверхпроводником (рис. 1).

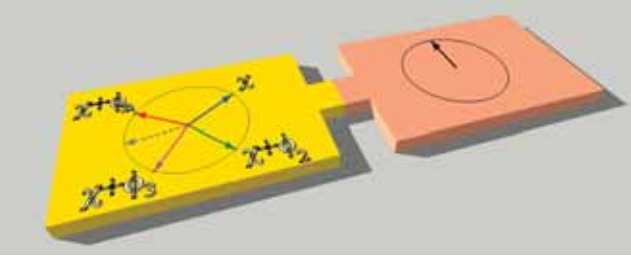


Рис. 1. (Онлайн в цвете) Схематическая модель микроконтакта между однозонным (коралловый цвет) и многозонным (желтый цвет) сверхпроводниками. Длина микроконтакта много больше его ширины, а ширина много меньше минимального значения длины когерентности и лондоновской глубины проникновения для однозонного сверхпроводника и для  $i$ -й зоны многозонного сверхпроводника.

В этом случае полный ток, протекающий через джозефсоновский контакт, при произвольной температуре  $T$  определяется выражением

$$I = \sum_{i=1}^n \frac{2\pi|\Delta_0||\Delta_i|}{eR_{Ni}} \sin(\chi + \phi_i \operatorname{sgn}(i-1)) T \times \\ \times \sum_{\omega>0} \left\{ \frac{1}{4} \left[ \left( \sqrt{\omega^2 + |\Delta_0|^2} + \sqrt{\omega^2 + |\Delta_i|^2} \right)^2 - (|\Delta_0| + |\Delta_i|)^2 \right] + \right. \\ \left. + |\Delta_0||\Delta_i| \cos^2 \frac{\chi + \phi_i \operatorname{sgn}(i-1)}{2} \right\}^{-1}. \quad (1)$$

Здесь  $\chi$  — разность фаз первого параметра порядка  $n$ -зонного и однозонного сверхпроводников,  $\phi_i = \phi_i - \phi_1$  обозначает разность фаз между  $i$ -м и первым параметром порядка  $n$ -зонного массивного сверхпроводника,  $|\Delta_0|$  — величина энергетической щели однозонного сверхпроводника,  $|\Delta_i|$  — величины энергетических щелей  $n$ -зонного сверхпроводника,  $\omega$  — мацубаровская частота и  $R_{Ni}$  — парциальные вклады каждой зоны в общее сопротивление контакта в нормальном состоянии.

Температурная зависимость значений энергетических щелей в  $n$ -зонном сверхпроводнике может быть найдена путем численного решения уравнения самосогласования

$$|\Delta_i| = 2\pi T \sum_i \sum_j \sum_{\omega>0} \lambda_{ij} \frac{|\Delta_j| \exp[I\phi_j \operatorname{sgn}(i-1)]}{\sqrt{\omega^2 + |\Delta_j|^2}}, \quad (2)$$

где  $\lambda_{ij}$  — константы электронного взаимодействия между зонами  $n$ -зонного сверхпроводника,  $I$  — мнимая единица.

Сделаем несколько замечаний относительно разностей фаз  $\phi_i$ , которые задают основные состояния  $n$ -зонного сверхпроводника. Для двухзонного ( $n = 2$ ) чисто массивного сверхпроводника основное состояние

является невырожденным, при этом  $\phi_2 = \phi = 0$  либо  $\pi$  в зависимости от характера межзонного взаимодействия (притяжение или отталкивание соответственно). Как показано в работах [31,32], в случае трехзонного сверхпроводника кратность вырождения основного состояния определяется значениями коэффициентов межзонного взаимодействия и модулями параметров порядка. В рамках микроскопического описания было установлено, что разности фаз параметров порядка  $\phi_2 = \phi$  и  $\phi_3 = \theta$  имеют выражения:

$$\text{если } \phi \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \text{ и } \theta \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right], \text{ то} \\ \begin{cases} \phi = \pm \arcsin \Omega, \\ \theta = \mp \arcsin \left( \frac{G_1 |\Delta_2|}{G_3 |\Delta_3|} \Omega \right), \end{cases} \begin{cases} \phi = 0, \\ \theta = 0, \end{cases} \quad (3)$$

$$\text{если } \phi \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right] \text{ и } \theta \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right], \text{ то} \\ \begin{cases} \phi = \pi \pm \arcsin \Omega, \\ \theta = \pm \arcsin \left( \frac{G_1 |\Delta_2|}{G_3 |\Delta_3|} \Omega \right), \end{cases} \begin{cases} \phi = \pi, \\ \theta = 0, \end{cases} \quad (4)$$

$$\text{если } \phi \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \text{ и } \theta \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right], \text{ то} \\ \begin{cases} \phi = \pm \arcsin \Omega, \\ \theta = \pi \pm \arcsin \left( \frac{G_1 |\Delta_2|}{G_3 |\Delta_3|} \Omega \right), \end{cases} \begin{cases} \phi = 0, \\ \theta = \pi, \end{cases} \quad (5)$$

$$\text{и если } \phi \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right] \text{ и } \theta \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right], \text{ то} \\ \begin{cases} \phi = \pi \pm \arcsin \Omega, \\ \theta = \pi \mp \arcsin \left( \frac{G_1 |\Delta_2|}{G_3 |\Delta_3|} \Omega \right), \end{cases} \begin{cases} \phi = \pi, \\ \theta = \pi. \end{cases} \quad (6)$$

Здесь

$$\Omega = \sqrt{1 - \left( \frac{G_3^2 G_2^2 |\Delta_3|^2 - G_1^2 G_3^2 |\Delta_1|^2 - G_1^2 G_2^2 |\Delta_2|^2}{2G_1^2 G_2 G_3 |\Delta_1| |\Delta_2|} \right)^2},$$

$G_1 = \lambda_{12}^{-1} N_1 + \lambda_{21}^{-1} N_2$ ,  $G_2 = \lambda_{23}^{-1} N_2 + \lambda_{32}^{-1} N_3$  и  $G_3 = \lambda_{13}^{-1} N_1 + \lambda_{31}^{-1} N_3$ ,  $N_i$  — плотности состояний на уровне Ферми для каждой из зон. Выбор устойчивых решений, соответствующих фрустрированному или нефрустрированному состоянию, определяется второй вариацией энергии трехзонного сверхпроводника по разностям фаз  $\phi$  и  $\theta$ .

Для упрощения рассмотрения задачи сделаем несколько предположений. Положим температуру  $T$  равной нулю и будем считать, что энергетические щели сверх-

проводников совпадают между собой  $|\Delta_0| = |\Delta_i| = |\Delta|$ . Данные предположения помогут понять на качественном уровне главные особенности поведения джозефсоновской системы, не прибегая к сложному численному решению уравнений (2)–(6) в самом общем случае.

Основываясь на этих предположениях, из выражения (1) имеем выражение для тока, протекающего через джозефсоновский контакт:

$$I = \sum_i \frac{\pi|\Delta|}{eR_{Ni}} \sin \frac{\chi + \phi_i \operatorname{sgn}(i-1)}{2} \operatorname{sgn} \cos \frac{\chi + \phi_i \operatorname{sgn}(i-1)}{2}, \quad (7)$$

после чего интегрированием по  $\chi$  находим энергию джозефсоновского контакта

$$E = - \sum_i \frac{\Phi_0 |\Delta|}{2eR_{Ni}} \left| \cos \frac{\chi + \phi_i \operatorname{sgn}(i-1)}{2} \right|. \quad (8)$$

### 3. Эффект Джозефсона в микроконтакте между однозонным и многозонным сверхпроводником

Из выражений (7) и (8) следует, что полный ток, протекающий через джозефсоновский контакт, образованный двумя  $s$ -волновыми однозонными сверхпроводниками, равен [30]

$$I = \frac{\pi|\Delta|}{eR_{N1}} \sin \frac{\chi}{2} \operatorname{sgn} \cos \frac{\chi}{2}, \quad (9)$$

а энергия джозефсоновского контакта

$$E = - \frac{\Phi_0 |\Delta|}{2eR_{N1}} \left| \cos \frac{\chi}{2} \right|. \quad (10)$$

Ток-фазовая зависимость такого контакта, а также зависимость джозефсоновской энергии от разности фаз представлена на рис. 2.

Видно, что зависимость  $I(\chi)$  претерпевает скачок в точке  $\chi = \pi$ . Этот скачок является основным отличием джозефсоновского контакта с баллистической про-

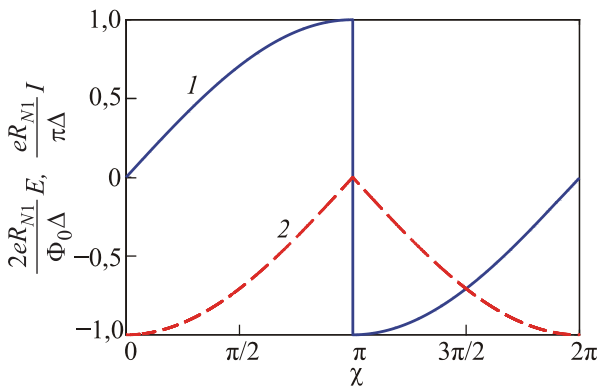


Рис. 2. (Онлайн в цвете) Ток-фазовая зависимость (синяя кривая, 1) и джозефсоновская энергия (красная, 2) микроконтакта между однозонными сверхпроводниками.

димостью от аналогичной системы с диффузионной проводимостью [34].

В случае контакта однозонного и двухзонного сверхпроводников ток-фазовая зависимость может приобрести новые качественные особенности, если двухзонный сверхпроводник имеет  $s_{\pm}$ -волновую симметрию параметра порядка (характеристики джозефсоновского контакта с двухзонным сверхпроводником с  $s_{++}$ -волновой симметрией качественно эквивалентны характеристикам контакта между однозонными сверхпроводниками, см. рис. 2). Зависимость  $I(\chi)$ , согласно выражению (7), выглядит следующим образом:

$$I = \frac{\pi|\Delta|}{eR_{N1}} \sin \frac{\chi}{2} \operatorname{sgn} \cos \frac{\chi}{2} - \frac{\pi|\Delta|}{eR_{N2}} \cos \frac{\chi}{2} \operatorname{sgn} \sin \frac{\chi}{2}, \quad (11)$$

а энергия джозефсоновского контакта, согласно (8), равна

$$E = - \frac{\Phi_0 |\Delta|}{2eR_{N1}} \left| \cos \frac{\chi}{2} \right| - \frac{\Phi_0 |\Delta|}{2eR_{N2}} \left| \sin \frac{\chi}{2} \right|. \quad (12)$$

Из выражений (11) и (12) следует несколько выводов. Во-первых, джозефсоновский контакт становится фрустрированным (рис. 3), а его основное состояние имеет кратность вырождения 2 и соответствует

$$X^{(1)} = 2 \operatorname{arctg} \left( \frac{R_{N1}}{R_{N2}} \right) \text{ и } X^{(2)} = 2\pi - \operatorname{arctg} \left( \frac{R_{N1}}{R_{N2}} \right). \quad (13)$$

Во-вторых, фрустрированное основное состояние соответствует разности фаз, отличной от нуля (обычный контакт, см. рис. 2) или  $\pi$  ( $\pi$ -контакт). Следуя определению из работы [35], будем называть такую джозефсоновскую систему  $\phi$ -контактом. Таким образом, джозефсоновская система, образованная обычным и двухзонным сверхпроводником с  $s_{\pm}$ -волновой симметрией параметра порядка, порождает фрустрированный  $\phi$ -контакт. Заметим, что возможность фрустрации тун-

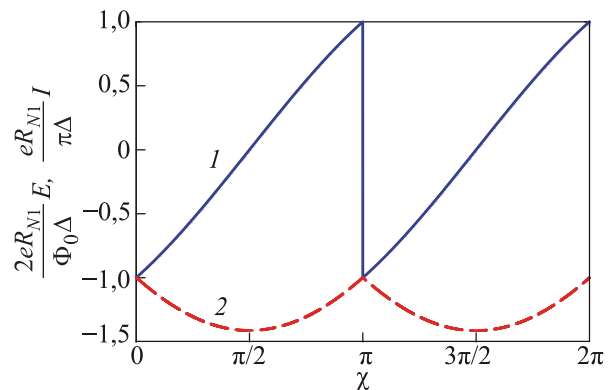


Рис. 3. (Онлайн в цвете) Ток-фазовая зависимость (синяя кривая, 1) и джозефсоновская энергия (красная, 2) микроконтакта между однозонным и двухзонным сверхпроводником с  $s_{\pm}$ -волновой симметрией параметра порядка. Отношение  $R_{N1}/R_{N2} = 1$ .

нельного контакта между однозонным и двухзонным  $s_{\pm}$  сверхпроводниками уже предсказывалась ранее в рамках феноменологической теории Гинзбурга–Ландау [36].

Поведение джозефсоновского контакта, который образован однозонным и трехзонным сверхпроводником, существенно сложнее. Прежде всего, это связано с наличием в трехзонном сверхпроводнике явления нарушения симметрии относительно обращения времени, которое приводит к возникновению фрустрации: появлению двух основных состояний в массивном трехзонном сверхпроводнике  $\phi_2 = \phi$  и  $\phi_3 = \theta$ . Значения разности фаз при этом определяются выражениями (3)–(6). Согласно выражению (7), джозефсоновский ток через контакт определяется как

$$I = \frac{\pi|\Delta|}{eR_{N1}} \sin \frac{\chi}{2} \operatorname{sgn} \cos \frac{\chi}{2} + \frac{\pi|\Delta|}{eR_{N2}} \sin \frac{\chi+\phi}{2} \operatorname{sgn} \cos \frac{\chi+\phi}{2} + \frac{\pi|\Delta|}{eR_{N3}} \sin \frac{\chi+\theta}{2} \operatorname{sgn} \cos \frac{\chi+\theta}{2}, \quad (14)$$

а джозефсоновская энергия равна, согласно выражению (8),

$$E = -\frac{\Phi_0|\Delta|}{2eR_{N1}} \left| \cos \frac{\chi}{2} \right| - \frac{\Phi_0|\Delta|}{2eR_{N2}} \left| \cos \frac{\chi+\phi}{2} \right| - \left| \cos \frac{\chi+\theta}{2} \right|. \quad (15)$$

Для исследования свойств и особенностей джозефсоновского контакта значения разности фаз  $\phi$  и  $\theta$  можно выбирать произвольными, поскольку всегда существует возможность подобрать значения констант взаимодействия  $\lambda_{ij}$ , чтобы удовлетворить соотношениям (2)–(6). Иными словами, после выбора значений  $\phi$  и  $\theta$  имеется пять уравнений и два неравенства для определения девяти констант взаимодействия. Три уравнения — уравнения самосогласования (3)–(6), два следуют из соответствующих выражений для определения разности фаз  $\phi$  и  $\theta$ , два неравенства следуют из второй вариации энергии массивного трехзонного сверхпро-

водника для определения устойчивости основных состояний массивного трехзонного сверхпроводника.

Используя эту аргументацию, рассмотрим трехзонный сверхпроводник с нарушением симметрии относительно обращения времени, выбрав одно из основных состояний в виде  $\phi = 0, 6\pi$  и  $\theta = 1, 2\pi$ . Поскольку данные разности фаз находятся во втором и третьем квадрантах соответственно, т.е. принадлежат интервалу  $\phi \in [\pi/2, 3\pi/2]$  и  $\theta \in [\pi/2, 3\pi/2]$ , то другое основное состояние соответствует  $\phi = 1, 4\pi$  и  $\theta = 0, 8\pi$ .

Зависимости тока и энергии от разности фаз на контактах для такой джозефсоновской системы представлены на рис. 4.

Как видим, фрустрация основного состояния массивного трехзонного сверхпроводника приводит к возникновению двух различных зависимостей  $I(\chi)$  и  $E(\chi)$ . Фактически это означает, что в ходе серии экспериментальных измерений возможно наблюдение различных ток-фазовых характеристик джозефсоновского контакта. Какая из них будет реализовываться в конкретно взятом эксперименте, зависит от предыстории трехзонного сверхпроводника, т.е. в каком из фрустрированных состояний в ходе данного измерения находится сверхпроводник с тремя щелями.

Более того, зависимость  $E(\chi)$  четко указывает на то, что джозефсоновская система с трехзонным сверхпроводником во фрустрированном состоянии  $\phi = 0, 6\pi$ ,  $\theta = 1, 2\pi$  либо  $\phi = 1, 4\pi$  и  $\theta = 0, 8\pi$  ведет себя как  $\phi$ -контакт. Также мы обнаружили, что такой контакт с баллистической проводимостью между однозонным и трехзонным сверхпроводником с нарушением симметрии относительно обращения времени имеет помимо глобального минимума еще два локальных минимума на зависимости  $E(\chi)$  (рис. 4).

Рассмотрим теперь свойства джозефсоновского контакта, который образован однозонным и трехзонным сверхпроводниками без нарушения симметрии относительно обращения времени с основным состоянием  $\phi = 0$ ,  $\theta = \pi$  либо  $\phi = \pi$ ,  $\theta = \pi$  (случай  $\phi = 0$ ,  $\theta = 0$  явля-

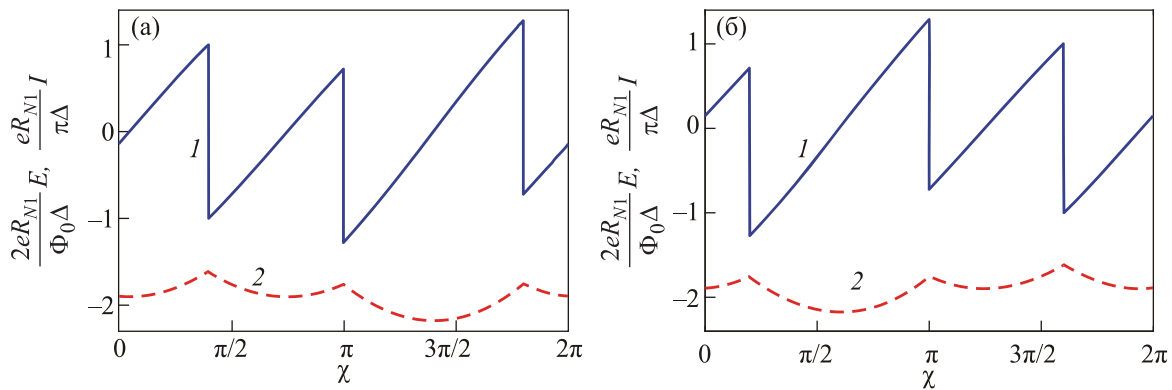


Рис. 4. (Онлайн в цвете) Ток-фазовая зависимость (синяя кривая, 1) и джозефсоновская энергия (красная, 2) микроконтакта между однозонным и трехзонным сверхпроводником с нарушением симметрии по времени с фрустрированным основным состоянием  $\phi = 0, 6\pi$  и  $\theta = 1, 2\pi$  (а) и  $\phi = 1, 4\pi$  и  $\theta = 0, 8\pi$  (б).

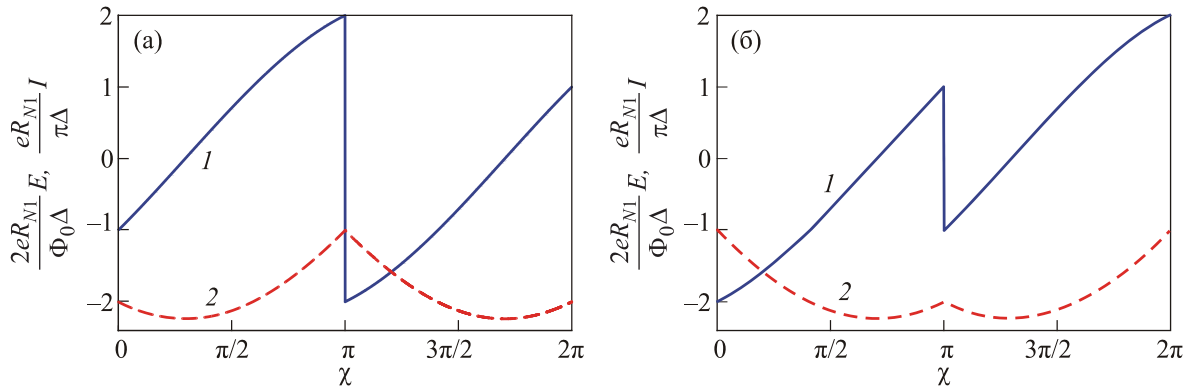


Рис. 5. (Онлайн в цвете) Ток-фазовая зависимость (синяя кривая, 1) и джозефсоновская энергия (красная, 2) микроконтакта между однозонным и трехзонным сверхпроводником без нарушения симметрии относительно обращения времени с основным состоянием  $\phi = 0$  и  $\theta = \pi$  (а) и  $\phi = \pi$  и  $\theta = \pi$  (б).

ется тривиальным и качественно соответствует свойствам джозефсоновского контакта между однозонными сверхпроводниками). Ток-фазовые зависимости и энергии джозефсоновского контакта представлены на рис. 5. Несмотря на отсутствие вырождения основного состояния массивного трехзонного сверхпроводника, джозефсоновский контакт является фрустрированным, демонстрируя признаки  $\phi$ -контакта.

На основании выражений (14) и (15) была построена фазовая диаграмма джозефсоновского контакта между однозонным и трехзонным сверхпроводниками, на которой показано суммарное количество минимумов энергии данной системы в зависимости от положения основного состояния массивного трехзонного сверхпроводника (рис. 6, слева).

Как видно, фазовая диаграмма разделяется на секторы по количеству минимумов энергии джозефсоновского контакта. В зависимости от значений  $\phi$  и  $\theta$  их число меняется от одного до трех. Для каждого из одиннадцати секторов (I–XI) положение минимумов дается выражениями, приведенными в Приложении А. Однако наиболее примечательной особенностью кон-

такта с баллистической проводимостью между однозонным и трехзонным сверхпроводниками является существенно более широкое разнообразие состояний джозефсоновского контакта в сравнении с аналогичной системой в грязном пределе (рис. 6, справа). Иными словами, для джозефсоновского контакта с диффузионной проводимостью интервалы существования нескольких энергетических минимумов значительно меньше (см. Приложение В).

#### 4. Поведение пт СКВИДа на основе джозефсоновских микроконтактов между однозонным и многозонным сверхпроводником

Известно, что если один или несколько джозефсоновских контактов включаются в сверхпроводящее кольцо, то возникает ряд принципиально новых особенностей макроскопической квантовой интерференции. В этом разделе будут исследованы данные эффекты в пт СКВИДе, системе из двух микроконтактов, замкнутых на  $s$ -волновой однозонный и многозонный сверхпроводники (рис. 7).

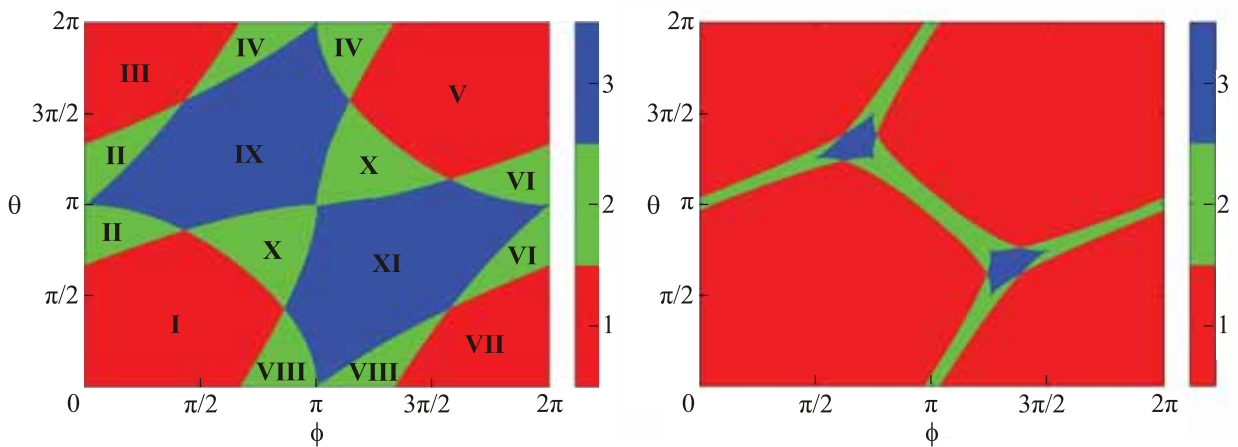


Рис. 6. (Онлайн в цвете) Зависимость суммарного числа (глобальных и локальных) минимумов энергии джозефсоновского контакта с баллистической (слева) и диффузионной (справа) проводимостью между однозонным и трехзонным сверхпроводником от значений основного состояния (значений  $\phi$  и  $\theta$ ) последнего.

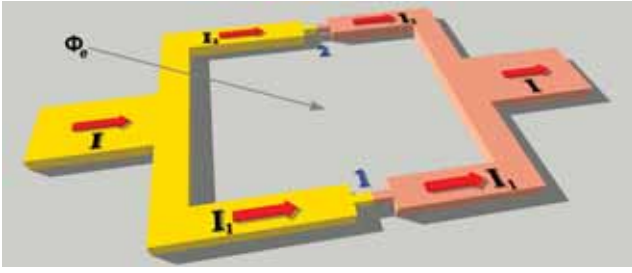


Рис. 7. (Онлайн в цвете) Схематическая модель пт СКВИДа на джозефсоновских микроконтактах между однозонным (коралловый цвет) и многозонным (желтый цвет) сверхпроводниками с приложенным током  $I$  и магнитным потоком  $\Phi_e$ .  $I_1$  и  $I_2$  задают соответствующие токи в микроконтактах 1 и 2 пт СКВИДа.

Следуя обозначениям, введенным выше, обозначим разность фаз на контакте между первым параметром порядка многозонного сверхпроводника и параметром порядка однозонного сверхпроводника как  $\chi_i$ , где  $i = 1, 2$  — номер контакта. Однозначность разности фаз по контуру, толщина которого больше, чем лондоновская глубина проникновения для однозонного и многозонного сверхпроводников, требует выполнение условия

$$(\chi_1 + \phi_i) - (\chi_2 + \phi_i) = 2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}, \quad (16)$$

где  $\Phi$  — полный магнитный поток через систему и  $\Phi_0$  — квант магнитного потока. Напомним, что  $\phi_i$  обозначает разность фаз между  $i$ -м и первым параметром порядка  $n$ -зонного сверхпроводника и задает его основные состояния.

Условие квантования (16) должно быть дополнено первым правилом Кирхгофа и условием для полного магнитного потока:

$$I = I_1 + I_2, \quad (17)$$

$$\Phi = \Phi_e + L_1 I_1 - L_2 I_2, \quad (18)$$

где  $I_1$  и  $I_2$  — токи, протекающие через контакты,  $\Phi_e$  — внешний магнитный поток,  $L_1$  и  $L_2$  — индуктивности каждого плеча дс СКВИДа. Эти индуктивности могут быть представлены в виде  $L_1 = \alpha L$  и  $L_2 = (1 - \alpha)L$ , где  $L$  — полная индуктивность кольца СКВИДа [37].

Используя условие (16), уравнения (4) и (5) можно переписать в безразмерном виде:

$$i_1 = (1 - \alpha)i + \frac{1}{\beta_{L1}} [(\chi_1 - \chi_2) - \chi_e], \quad (19)$$

$$i_2 = \alpha i - \frac{1}{\beta_{L1}} [(\chi_1 - \chi_2) - \chi_e], \quad (20)$$

где теперь токи  $i$ ,  $i_1$  и  $i_2$  выражаются в единицах критического тока первой зоны из многозонного сверхпроводника без учета межзонных взаимодействий для

первого точечного контакта  $I_{c1}^{(1)}$ , основной параметр СКВИДа выглядит как  $\beta_{L1} = (2\pi L I_{c1}^{(1)}) / \Phi_0$  и внешний поток  $\chi_e = (2\pi \Phi_e) / \Phi_0$ .

После введения безразмерных переменных токи  $i_1$  и  $i_2$  могут быть выражены как

$$i_j = \sum_i \frac{R_{N1}^{(1)}}{R_{Ni}^{(j)}} \sin \frac{\chi_j + \phi_i \operatorname{sgn}(i-1)}{2} \operatorname{sgn} \left( \cos \frac{\chi_j + \phi_i \operatorname{sgn}(i-1)}{2} \right), \quad (21)$$

где  $R_{Ni}^{(j)}$  — частичные вклады каждой зоны многозонного сверхпроводника в нормальное сопротивление  $j$ -го контакта.

Уравнения (19) и (20) можно получить из вариации энергии  $E$  по переменным  $\chi_j$ :

$$E(\chi_1, \chi_2) = \frac{1}{2\beta_{L1}} [(\chi_2 - \chi_1) + \chi_e]^2 - i [(1 - \alpha)\chi_1 + \alpha\chi_2] + E_J(\chi_1, \chi_2). \quad (22)$$

Здесь  $E_J(\chi_1, \chi_2)$  представляет собой выражение для суммарной джозефсоновской энергии точечных контактов пт СКВИДа

$$E_J(\chi_1, \chi_2) = - \sum_j \sum_i \frac{R_{N1}^{(1)}}{R_{Ni}^{(j)}} \left| \cos \frac{\chi_j + \phi_i \operatorname{sgn}(i-1)}{2} \right|, \quad (23)$$

следующее из (8).

Исследование поведения пт СКВИДа начнем с рассмотрения его энергии как функции разности фаз на контактах  $\chi_1$  и  $\chi_2$  в зависимости от величины приложенного магнитного потока. За исключением оговоренных случаев здесь и в дальнейшем для простоты будем рассматривать симметричный пт СКВИД с идентичными микроконтактами  $R_{N1}^{(1)} / R_{Ni}^{(j)} = 1$ .

На рис. 8 представлены контурные графики поверхности  $E(\chi_1, \chi_2)$  для пт СКВИДов с джозефсоновскими контактами между однозонными сверхпроводниками (рис. 8(а), (б)), между однозонным и  $s_{\pm}$  двухзонным (рис. 8(в), (г)), между однозонным и трехзонным с нарушением симметрии относительно обращения времени (рис. 8(д) и (е)) и между однозонным и трехзонным сверхпроводниками без нарушения симметрии относительно обращения времени (рис. 8(ж)–(к)) для нулевого магнитного потока (левая колонка рис. 8) и магнитного потока, соответствующего половине кванта (правая колонка рис. 8).

В случае пт СКВИДа на основе двухзонного сверхпроводника с  $s_{\pm}$ -волновой симметрией параметра порядка при нулевом магнитном потоке  $\Phi_e$  происходит вырождение минимума энергии (рис. 8(в)), обусловленное фрустрацией джозефсоновского контакта (см. рис. 3). По той же причине (см. рис. 5(а) и (б)) аналогичное вырождение имеет место и для трехзонного сверхпроводника без нарушения симметрии относительно обращения времени (рис. 8(д) и (ж)).

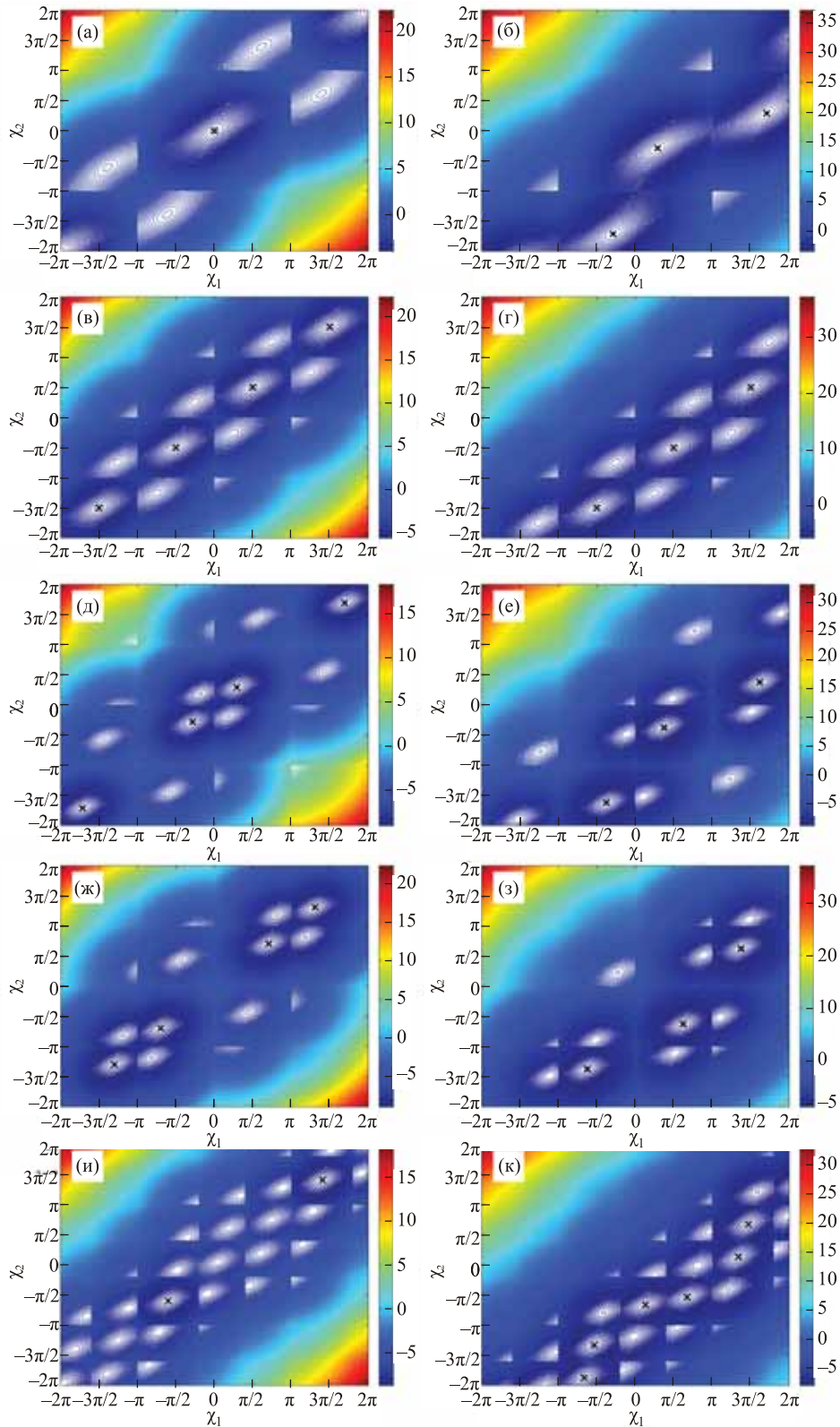


Рис. 8. (Онлайн в цвете) Контурный график поверхности энергии пт СКВИДа для нулевого внешнего магнитного потока  $\chi_e = 0$  ( $\Phi / \Phi_0 = 0$ , левая колонка) и для  $\chi_e = \pi$  ( $\Phi / \Phi_0 = 0,5$ , правая колонка) в отсутствии транспортного тока. Рисунки (а), (б) построены для микроконтактов между  $s$ -волновыми однозонными сверхпроводниками; (в), (г) — для микроконтактов между однозонным и двухзонным сверхпроводниками с  $s_z$ -волновой симметрией параметра порядка; (д), (е) и (ж), (з) — для микроконтактов между однозонным и трехзонным сверхпроводником без нарушения симметрии относительно обращения времени с основным состоянием  $\phi = 0$ ,  $\theta = \pi$  и  $\phi = \pi$ ,  $\theta = \pi$  соответственно; (и), (к) — для микроконтактов между однозонным и трехзонным сверхпроводниками с нарушением симметрии относительно обращения времени для одного из фрустрированных основных состояний  $\phi = 0, 6\pi$ ,  $\theta = 1, 2\pi$  (график для другого основного состояния  $\phi = 1, 4\pi$ ,  $\theta = 0, 8\pi$  симметричен относительно прямой  $\chi_1 - \chi_2 = \pi$ ). Крестики указывают положения глобальных минимумов. Для всех СКВИДов  $\beta_{L1} = 3$ .



С включением магнитного поля ( $\Phi_e = \Phi_0 / 2$ ) пт СКВИДа на основе двухзонного  $s_{\pm}$  и трехзонного сверхпроводников без нарушения симметрии относительно обращения времени (рис. 8(г), (е), (з) соответственно) качественно ведут себя как обычный пт СКВИД на основе однозонных сверхпроводников (рис. 8(б)).

Наиболее интересные особенности возникают для пт СКВИДа на основе трехзонного сверхпроводника с нарушением симметрии относительно обращения времени. При нулевом магнитном потоке имеет место только смещение положения глобального минимума энергии пт СКВИДа из нулевой точки  $\chi_1 = \chi_2 = 0$  (рис. 8(и)), несмотря на присутствие в массивном трехзонном сверхпроводнике явления нарушения симметрии относительно обращения времени. Однако для  $\Phi_e = \Phi_0 / 2$  вследствие нарушения симметрии относительно обращения времени возникает уникальная особенность, а именно, сильное вырождение минимума энергии (рис. 8(к)), которое не реализуется для других пт СКВИДов на основе однозонных или многозонных сверхпроводников без нарушения симметрии относительно обращения времени (рис. 8(б), (г), (е), (з)). На рис. 8(и) и (к) представлены контурные графики энергии пт СКВИДа на основе трехзонного сверхпровод-

ника с основным состоянием  $\phi = 0, 6\pi$ ,  $\theta = 1, 2\pi$ . Для трехзонного сверхпроводника с другим основным состоянием  $\phi = 1, 4\pi$ ,  $\theta = 0, 8\pi$  описанное выше поведение сохраняется на качественном уровне, отличаясь лишь симметричным расположением минимумов для  $\Phi_e = \Phi_0 / 2$  по отношению к прямой  $\chi_1 - \chi_2 = \pi$ .

Одной из важнейших характеристик СКВИДа является зависимость критического тока  $i_c$  от внешнего магнитного потока  $\Phi_e$ . С целью упрощения рассмотрения данной задачи традиционно полагают, что индуктивность контура пренебрежимо мала, так что суммарный магнитный поток через СКВИД равен внешнему потоку

$$\chi_1 - \chi_2 = 2\pi \frac{\Phi_e}{\Phi_0}. \quad (24)$$

В этом случае проблема нахождения функции  $i_c = i_c(\Phi_e / \Phi_0)$  эквивалентна задаче определения максимального значения функции

$$i(\chi_1, \chi_2) = i_1(\chi_1) + i_2(\chi_2), \quad (25)$$

с учетом условия квантования (16). Здесь  $i_1(\chi_1)$  и  $i_2(\chi_2)$  представляют собой безразмерные ток-фазовые зависимости, определяемые выражением (21).

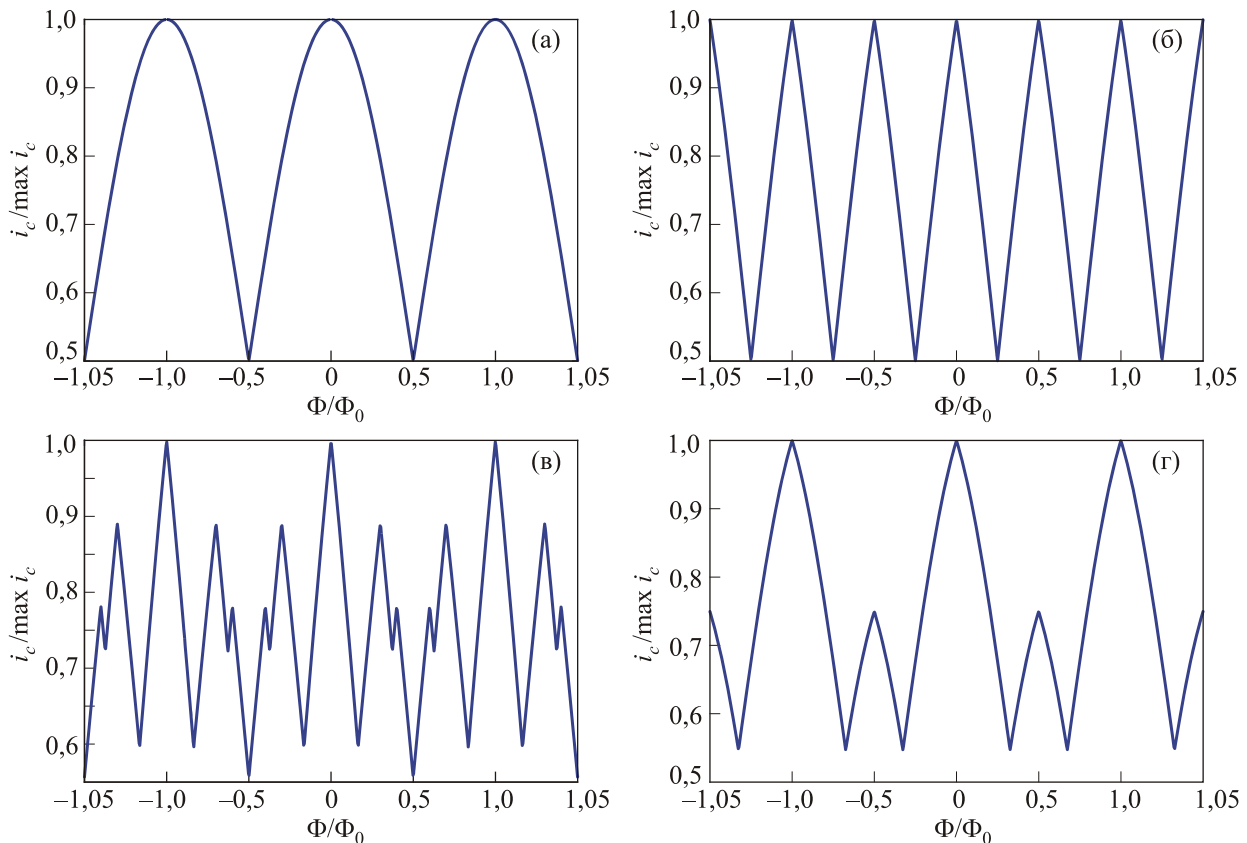


Рис. 9. Зависимости критического тока симметричного пт СКВИДа с пренебрежимо малой индуктивностью от приложенного магнитного потока для однозонного сверхпроводника (а), для двухзонного сверхпроводника с  $s_{\pm}$ -волновой симметрией параметра порядка (б), трехзонного сверхпроводника с нарушением симметрии относительно обращения времени с фрустрированными основными состояниями  $\phi = 0, 6\pi$ ,  $\theta = 1, 2\pi$  и  $\phi = 1, 4\pi$ ,  $\theta = 0, 8\pi$  (в) и для трехзонного сверхпроводника без нарушения симметрии относительно обращения времени с  $\phi = 0$ ,  $\theta = \pi$  и  $\phi = \pi$ ,  $\theta = \pi$  (г).

Зависимость критического тока от внешнего магнитного потока для пт СКВИДа искалась численными методами. График данной зависимости для пт СКВИДа на основе джозефсоновских микроконтактов между однозонными сверхпроводниками представлен на рис. 9(а). Здесь и в дальнейшем критический ток нормируется на свое максимальное значение.

Для двухзонного сверхпроводника с  $s_{++}$ -волновой симметрией параметра порядка зависимость  $i_c = i_c(\Phi_e / \Phi_0)$  качественно совпадает с аналогичной характеристикой для пт СКВИДа на однозонных сверхпроводниках (см. рис. 9(а)). Особенности возникают, когда двухзонный сверхпроводник имеет  $s_{\pm}$ -волновой характер симметрии (рис. 9(б)). Видно, что критический ток имеет пилообразную зависимость с периодом  $\Phi_0 / 2$  в отличие от периода в один квант магнитного потока для обычного однозонного или двухзонного сверхпроводника с симметрией  $s_{++}$  с синусоидальным характером модуляции.

В случае трехзонного сверхпроводника с нарушением симметрии относительно обращения времени обнаружено, что, несмотря на наличие двух возможных различных ток-фазовых соотношений [17], зависимость  $i_c = i_c(\Phi_e / \Phi_0)$  будет одинакова для обоих основных

состояний массивного трехзонного сверхпроводника (рис. 9(в)). Такая же ситуация реализуется для трехзонного сверхпроводника без нарушения симметрии относительно обращения времени с основными состояниями для значений фаз  $\phi = 0, \theta = \pi$  и  $\phi = \pi, \theta = \pi$  (рис. 9(г)).

Сравнивая рис. 9(в) и 9(г), можно заключить, что критический ток для трехзонного сверхпроводника с нарушением симметрии относительно обращения времени имеет более сложную структуру с наличием дополнительных пиков на зависимости  $i_c = i_c(\Phi_e / \Phi_0)$ .

Внедрение асимметрии критических токов джозефсоновских микроконтактов пт СКВИДа приводит к закономерной асимметрии зависимостей критического тока от внешнего магнитного потока (рис. 10). Особенно заметно этот эффект проявляется для трехзонного сверхпроводника с нарушением симметрии относительно обращения времени (рис. 10(в)) и без него (рис. 10(г)).

Перейдем теперь к рассмотрению  $S$ -состояний пт СКВИДа, иными словами зависимостей суммарного магнитного потока через контур от внешнего магнитного потока для нулевого транспортного тока  $i = 0$ . Считая критические токи контактов равными, можем заме-

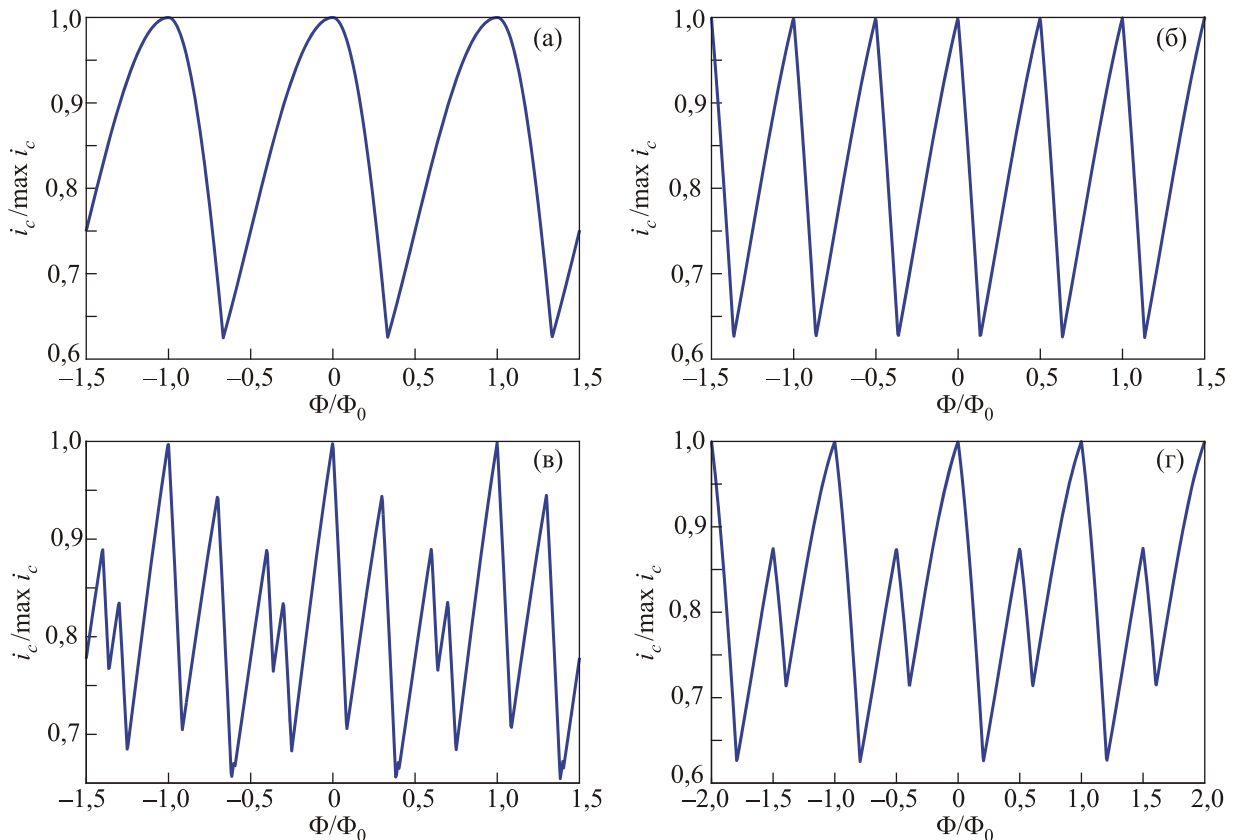


Рис. 10. Зависимость критического тока асимметричного ( $R_{N1}^{(1)}/R_{Ni}^{(1)} = 1$  и  $R_{N1}^{(1)}/R_{Ni}^{(2)} = 3$ ) пт СКВИДа с пренебрежимо малой индуктивностью от приложенного магнитного потока для однозонного сверхпроводника (а), для двухзонного сверхпроводника с  $s_{\pm}$ -волновой симметрией параметра порядка (б), трехзонного сверхпроводника с нарушением симметрии относительно обращения времени с фрустрированными основными состояниями  $\phi = 0, 6\pi, \theta = 1, 2\pi$  и  $\phi = 1, 4\pi, \theta = 0, 8\pi$  (в) и для трехзонного сверхпроводника без нарушения симметрии относительно обращения времени с  $\phi = 0, \theta = \pi$  и  $\phi = \pi, \theta = \pi$  (г).

нить пт СКВИД эквивалентной схемой с вч СКВИДом с разностью фаз на контакте  $\chi_{rf}$ . Данная разность фаз связана с разностями фаз  $\chi_1$  и  $\chi_2$  пт СКВИДа соотношениями

$$\chi_1 = \Delta\chi + \chi_{rf}, \quad (26)$$

$$\chi_2 = \Delta\chi - \chi_{rf}, \quad (27)$$

где  $\Delta\chi$  — некий параметр, который может быть найден из суммирования уравнений (19) и (20) с учетом вида ток-фазовых зависимостей (21)

$$\sum_j \sum_i \sin \frac{\chi_j + \phi_i \operatorname{sgn}(i-1)}{2} \operatorname{sgn} \left( \cos \frac{\chi_j + \phi_i \operatorname{sgn}(i-1)}{2} \right) = 0 \quad (28)$$

и соотношений (26), (27) для новой переменной  $\chi_{rf}$ .

Значение параметра  $\Delta\chi$  зависит от того, какие сверхпроводники контактируют в пт СКВИДе. Если пт СКВИД образован джозефсоновскими контактами между однозонными сверхпроводниками, то в интервале  $\Delta\chi \in [0, 2\pi)$  данный параметр равен

$$\Delta\chi = 0 \text{ и } \Delta\chi = \pi. \quad (29)$$

Для системы контактов между однозонным и двухзонным сверхпроводником с  $s_{\pm}$ -волновой симметрией параметра порядка

$$\Delta\chi = 0, \Delta\chi = \frac{\pi}{2}, \Delta\chi = \pi \text{ и } \Delta\chi = \frac{3\pi}{2}. \quad (30)$$

Для трехзонного сверхпроводника параметр  $\Delta\chi$  зависит от значений  $\phi$  и  $\theta$ , которые, как известно, задают основные состояния массивного трехзонного сверхпроводника. В этом случае  $\Delta\chi$  может быть найден только численным решением уравнений (26)–(28) за исключением трехзонного сверхпроводника без нарушения симметрии относительно обращения времени, поскольку для него данный параметр совпадает со значением  $\Delta\chi$  для пт СКВИДа на основе однозонных сверхпроводников (29).

С учетом замены переменных (26) и (27), уравнения (19) и (20) преобразовываются в уравнение

$$\chi_{rf} + \frac{1}{2} \beta_{L1} \sum_i \sin \frac{\chi_{rf} + \Delta\chi + \phi_i \operatorname{sgn}(i-1)}{2} \times \operatorname{sgn} \left( \cos \frac{\chi_{rf} + \Delta\chi + \phi_i \operatorname{sgn}(i-1)}{2} \right) = \frac{1}{2} \chi_e. \quad (31)$$

Данное уравнение является трансцендентным, следовательно, его решения (их количество равно количеству возможных значений параметра  $\Delta\chi$  в интервале  $\Delta\chi \in [0, 2\pi)$ , см. выше), а именно, функции  $\chi_{rf}(\chi_e)$  могут быть найдены исключительно численными методами. Зная зависимость  $\chi_{rf}(\chi_e)$  и принимая во внимание соотношения (26), (27), можно найти  $S$ -состояния

пт СКВИДа на основе джозефсоновских контактов между однозонными сверхпроводниками (рис. 11(а)), однозонным и двухзонным  $s_{\pm}$ -волновым сверхпроводником (рис. 11(б)), однозонным и трехзонным сверхпроводниками с нарушением симметрии относительно обращения времени (рис. 11(в)) и однозонным и трехзонным сверхпроводниками без нарушения симметрии относительно обращения времени (рис. 11(г)).

Сделаем несколько замечаний относительно представленных на рис. 11  $S$ -состояний пт СКВИДа. Здесь не показаны зависимости  $\Phi(\Phi_e)$  для двухзонного  $s_{++}$  сверхпроводника и трехзонного сверхпроводника с основным состоянием  $\phi = \theta = 0$ , поскольку качественно они соответствуют аналогичным характеристикам однозонного сверхпроводника (рис. 11(а)), отличаясь лишь на количественном уровне. Несмотря на то что уравнение (31) имеет четыре решения для  $s_{\pm}$ -волнового двухзонного сверхпроводника,  $S$ -состояния для  $\Delta\chi = 0$  и  $\Delta\chi = \pi$  совпадают между собой (сплошная линия на рис. 11(б)), равно как для  $\Delta\chi = \pi/2$  и  $\Delta\chi = 3\pi/2$  (пунктирная линия на рис. 11(б)).

Подобная ситуация имеет место и для пт СКВИДа на основе трехзонного сверхпроводника с нарушением симметрии относительно обращения времени. На рис. 11(в) показаны  $S$ -состояния для трехзонного сверхпроводника с фрустрированным основным состоянием  $\phi = 0, 6\pi$ ,  $\theta = 1, 2\pi$  и  $\phi = 1, 4\pi$ ,  $\theta = 0, 8\pi$ . Очевидно, что в этом случае должны иметь место четыре зависимости  $\Phi(\Phi_e)$ , однако, например, для  $\phi = 0, 6\pi$ ,  $\theta = 1, 2\pi$   $S$ -состояния с соответствующими параметрами  $\Delta\chi = 1, 25664$  и  $\Delta\chi = 1, 25664 + \pi$  попарно совпадают с  $S$ -состояниями для  $\phi = 1, 4\pi$ ,  $\theta = 0, 8\pi$  с параметрами  $\Delta\chi = 2\pi - 1, 25664$  и  $\Delta\chi = \pi - 1, 25664$ . Такая же картина реализуется и для других трехзонных сверхпроводников с нарушением симметрии относительно обращения времени.

Для трехзонного сверхпроводника без нарушения симметрии относительно обращения времени  $S$ -состояния для  $\phi = 0$ ,  $\theta = \pi$  с параметрами  $\Delta\chi = 0$  и  $\Delta\chi = \pi$  (рис. 11(г)) идентичны  $S$ -состояниям для  $\phi = \pi$ ,  $\theta = \pi$  с параметрами  $\Delta\chi = \pi$  и  $\Delta\chi = 0$  соответственно.

Как и в случае с пт СКВИДом на основе однозонных сверхпроводников,  $S$ -состояния будут устойчивыми лишь тогда, когда производная  $d\Phi/d\Phi_e > 0$ . Иначе говоря,  $S$ -состояния стабильны на тех участках, где графики зависимостей  $\Phi(\Phi_e)$  имеют положительный наклон.

В сравнении с гистерезисным поведением пт СКВИДа на основе однозонных сверхпроводников (рис. 11(а))  $S$ -состояния пт СКВИДов с многозонными сверхпроводниками могут демонстрировать мульти-гистерезисное поведение, при этом чем большее количество энергетических щелей, тем больше скачков можно детектировать в ходе измерения зависимостей  $\Phi(\Phi_e)$ . Как следует из рисунка 11(в), наибольшее число гистерезисных петель может наблюдаться в трехзонном сверхпровод-

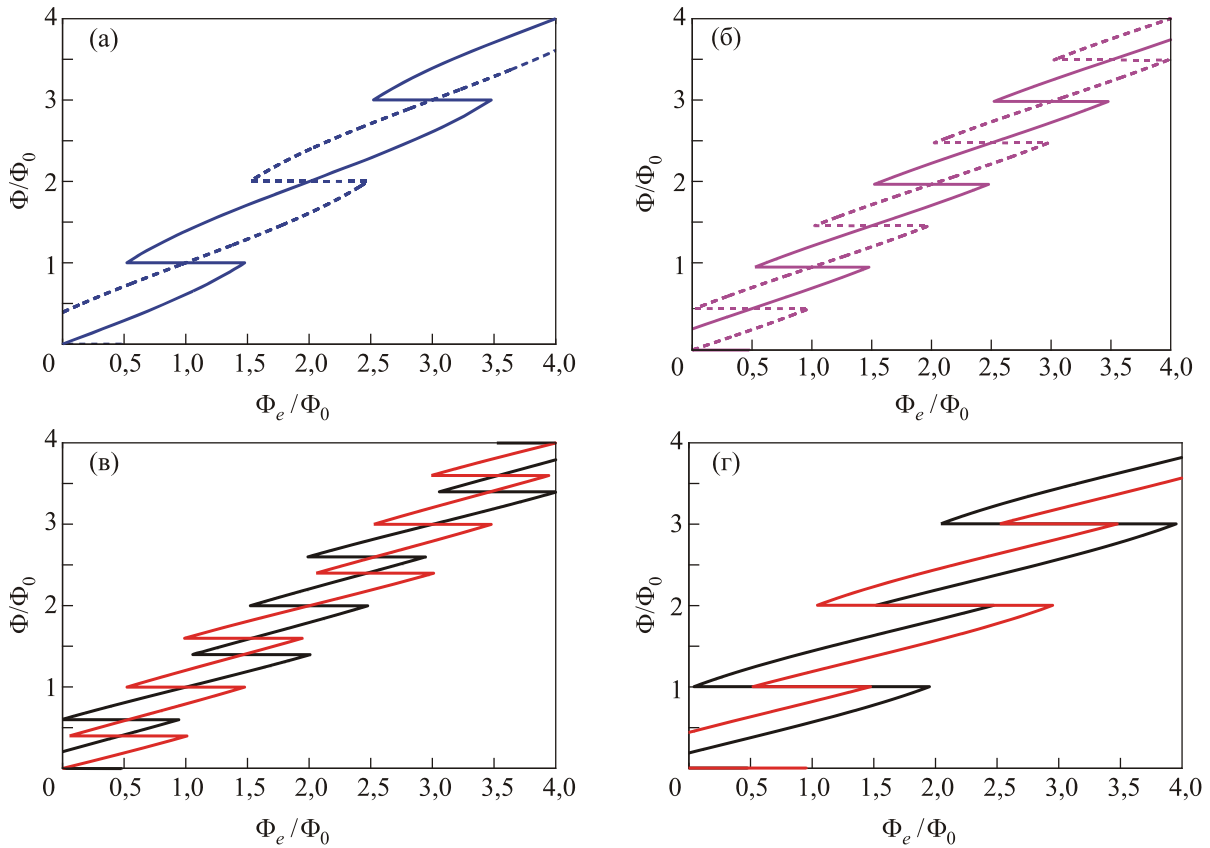


Рис. 11. (Онлайн в цвете)  $S$ -состояния в пт СКВИДе на основе джозефсоновских контактов между однозонными сверхпроводниками (а), между однозонным и двухзонным  $s_{\pm}$ -волновым сверхпроводником (б), между однозонным и трехзонным сверхпроводником с нарушением симметрии относительно обращения времени (в), между однозонным и трехзонным сверхпроводником без нарушения симметрии относительно обращения времени (г).  $S$ -состояния в случае трехзонного сверхпроводника с нарушением симметрии относительно обращения времени соответствуют основному состоянию  $\phi = 0, 6\pi$ ,  $\theta = 1, 2\pi$  с параметром  $\Delta\chi = 1, 25664$  (черная линия) и  $\phi = 1, 4\pi$ ,  $\theta = 0, 8\pi$  с параметром  $\Delta\chi = \pi - 1, 25664$  (красная линия).  $S$ -состояния в случае трехзонного сверхпроводника без нарушения симметрии относительно обращения времени соответствуют основному состоянию  $\phi = 0$ ,  $\theta = \pi$  с параметром  $\Delta\chi = 0$  (черная линия) и  $\phi = \pi$ ,  $\theta = \pi$  с  $\Delta\chi = 0$  (красная линия). Сплошная и пунктирные линии на рисунках (а) и (б) показывают два возможных  $S$ -состояния обычного пт СКВИДа. Причина отсутствия пунктирных линий для трехзонного сверхпроводника приведена в основном тексте. Для всех зависимостей  $\beta_{L1} = 3$ .

нике с нарушением симметрии относительно обращения времени. Следовательно,  $S$ -состояния пт СКВИДа можно рассматривать как своеобразное необходимое условие для возможного существования многозонности в данном сверхпроводящем соединении и реализации в нем явления нарушения симметрии относительно обращения времени.

### 5. Заключение

Таким образом, в работе исследованы свойства джозефсоновских систем, основанных на микроконтактах с баллистической проводимостью между однозонными и многозонными (двухзонными и трехзонными) сверхпроводниками при нулевой температуре. Джозефсоновский микроконтакт с баллистической проводимостью между однозонным и  $s_{\pm}$ -волновым сверхпроводниками испытывает явление фрустрации с двумя основными

состояниями и демонстрирует при этом свойства  $\phi$ -контакта. Если джозефсоновский контакт образован однозонным и трехзонным сверхпроводниками с нарушением симметрии относительно обращения времени, то такой контакт может иметь две разных ток-фазовых характеристики, также демонстрируя свойства  $\phi$ -контакта. При этом в зависимости от основного состояния трехзонного сверхпроводника с нарушением симметрии относительно обращения времени, непосредственно джозефсоновский контакт может иметь от одного до трех энергетических минимумов. Эти минимумы могут быть либо все устойчивы в глобальном смысле (трехкратное вырождение основного состояния), либо глобально устойчивым является лишь один из них. Для трехзонного сверхпроводника, который характеризуется отсутствием явления нарушения симметрии относительно обращения времени, джозефсоновский контакт качественно имеет такие же свойства, как и контакт с

$s_{\pm}$ -волновым двухзонным сверхпроводником: фрустрированный (кратность вырождения равна 2)  $\phi$ -контакт. Установлено, что в сравнении с джозефсоновским контактом с диффузионной проводимостью контакт с баллистической проводимостью между однозонным и трехзонным сверхпроводником может демонстрировать существенно более широкое разнообразие состояний с дополнительными локальными или глобальными энергетическими минимумами.

Также было рассмотрено поведение пт СКВИДа на основе изученных джозефсоновских контактов между однозонными и многозонными сверхпроводниками. Были обнаружены различия в характеристиках пт СКВИДа (зависимость критического тока и  $S$ -состояния) на основе  $s_{\pm}$ -волнового сверхпроводника, трехзонного сверхпроводника с нарушением симметрии относительно обращения времени и трехзонного сверхпроводника без нарушения симметрии относительно обращения времени в сравнении с обычным пт СКВИДом на однозонных сверхпроводниках.

Указанные особенности могут быть использованы для диагностики наличия многозонной структуры в сверхпроводниках. Более того, в случае трехзонного сверхпроводника данные результаты могут помочь в обнаружении явления нарушения симметрии относительно обращения времени.

Данная работа поддержана грантом ДКНИИ (М/231-2013) и грантом ВМВФ (UKR-2012-028). Один из авторов (Ю.С.Е.) поддержан грантом РФН (RSF) № 15-12-10020.

### Приложение А

Фазовая диаграмма на рис. 6(а) состоит из 11 секторов, каждый из которых соответствует количеству энергетических минимумов джозефсоновского контакта с баллистической проводимостью между однозонным и трехзонным сверхпроводниками. Положение каждого минимума (локального и/или глобального) определяется соотношением для

сектора I (один минимум)

$$X^{(1)} = 2\pi - 2\text{arccctg} \frac{1 + 2 \cos \frac{\phi + \theta}{4} \cos \frac{\phi - \theta}{4}}{2 \sin \frac{\phi + \theta}{4} \cos \frac{\phi - \theta}{4}}, \quad (\text{A.1})$$

сектора II (два минимума)

$$X^{(1)} = 2\pi - 2\text{arccctg} \frac{1 + 2 \cos \frac{\phi + \theta}{4} \cos \frac{\phi - \theta}{4}}{2 \sin \frac{\phi + \theta}{4} \cos \frac{\phi - \theta}{4}}, \quad (\text{A.2})$$

$$X^{(2)} = 2\text{arccctg} \frac{1 + 2 \sin \frac{\theta + \phi}{4} \sin \frac{\theta - \phi}{4}}{2 \sin \frac{\theta - \phi}{4} \cos \frac{\theta + \phi}{4}}, \quad (\text{A.3})$$

сектора III (один минимум)

$$X^{(1)} = \begin{cases} 2\text{arccctg} \frac{1 + 2 \sin \frac{\theta + \phi}{4} \sin \frac{\theta - \phi}{4}}{2 \sin \frac{\theta - \phi}{4} \cos \frac{\theta + \phi}{4}}, & \phi + \theta < 2\pi \\ 2\pi + 2\text{arccctg} \frac{1 + 2 \sin \frac{\theta + \phi}{4} \sin \frac{\theta - \phi}{4}}{2 \sin \frac{\theta - \phi}{4} \cos \frac{\theta + \phi}{4}}, & \phi + \theta > 2\pi, \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

сектора IV (два минимума)

$$X^{(1)} = 2\pi + 2\text{arccctg} \frac{1 - 2 \cos \frac{\phi + \theta}{4} \cos \frac{\phi - \theta}{4}}{2 \sin \frac{\phi + \theta}{4} \cos \frac{\phi - \theta}{4}}, \quad (\text{A.5})$$

$$X^{(2)} = 2\text{arccctg} \frac{1 + 2 \sin \frac{\theta + \phi}{4} \sin \frac{\theta - \phi}{4}}{2 \sin \frac{\theta - \phi}{4} \cos \frac{\theta + \phi}{4}}, \quad (\text{A.6})$$

сектора V (один минимум)

$$X^{(1)} = 2\text{arccctg} \frac{1 - 2 \cos \frac{\phi + \theta}{4} \cos \frac{\phi - \theta}{4}}{2 \sin \frac{\phi + \theta}{4} \cos \frac{\phi - \theta}{4}}, \quad (\text{A.7})$$

сектора VI (два минимума)

$$X^{(1)} = 2\text{arccctg} \frac{1 - 2 \cos \frac{\phi + \theta}{4} \cos \frac{\phi - \theta}{4}}{2 \sin \frac{\phi + \theta}{4} \cos \frac{\phi - \theta}{4}}, \quad (\text{A.8})$$

$$X^{(2)} = 2\pi + 2\text{arccctg} \frac{-1 + 2 \sin \frac{\theta + \phi}{4} \sin \frac{\theta - \phi}{4}}{2 \sin \frac{\theta - \phi}{4} \cos \frac{\theta + \phi}{4}}, \quad (\text{A.9})$$

сектора VII (один минимум)

$$X^{(1)} = \begin{cases} 2\text{arccctg} \frac{-1 + 2 \sin \frac{\theta + \phi}{4} \sin \frac{\theta - \phi}{4}}{2 \sin \frac{\theta - \phi}{4} \cos \frac{\theta + \phi}{4}}, & \phi + \theta < 2\pi \\ 2\pi + 2\text{arccctg} \frac{-1 + 2 \sin \frac{\theta + \phi}{4} \sin \frac{\theta - \phi}{4}}{2 \sin \frac{\theta - \phi}{4} \cos \frac{\theta + \phi}{4}}, & \phi + \theta > 2\pi \end{cases} \quad (\text{A.10})$$

сектора VIII (два минимума)

$$X^{(1)} = 2\pi - 2\text{arccctg} \frac{1 + 2 \cos \frac{\phi + \theta}{4} \cos \frac{\phi - \theta}{4}}{2 \sin \frac{\phi + \theta}{4} \cos \frac{\phi - \theta}{4}}, \quad (\text{A.11})$$

Приложение В

$$X^{(2)} = 2\text{arctg} \frac{-1 + 2 \sin \frac{\theta + \phi}{4} \sin \frac{\theta - \phi}{4}}{2 \sin \frac{\theta - \phi}{4} \cos \frac{\theta + \phi}{4}}, \quad (\text{A.12})$$

сектора IX (три минимума)

$$X^{(1)} = 2\pi - 2\text{arctg} \frac{1 + 2 \cos \frac{\phi + \theta}{4} \cos \frac{\phi - \theta}{4}}{2 \sin \frac{\phi + \theta}{4} \cos \frac{\phi - \theta}{4}}, \quad (\text{A.13})$$

$$X^{(2)} = 2\text{arctg} \frac{1 - 2 \cos \frac{\phi + \theta}{4} \cos \frac{\phi - \theta}{4}}{2 \sin \frac{\phi + \theta}{4} \cos \frac{\phi - \theta}{4}}, \quad (\text{A.14})$$

$$X^{(3)} = \begin{cases} 2\text{arctg} \frac{1 + 2 \sin \frac{\theta + \phi}{4} \sin \frac{\theta - \phi}{4}}{2 \sin \frac{\theta - \phi}{4} \cos \frac{\theta + \phi}{4}}, & \phi + \theta < 2\pi \\ 2\pi + 2\text{arctg} \frac{1 + 2 \sin \frac{\theta + \phi}{4} \sin \frac{\theta - \phi}{4}}{2 \sin \frac{\theta - \phi}{4} \cos \frac{\theta + \phi}{4}}, & \phi + \theta > 2\pi, \end{cases} \quad (\text{A.15})$$

сектора X (два минимума)

$$X^{(1)} = 2\pi - 2\text{arctg} \frac{1 + 2 \cos \frac{\phi + \theta}{4} \cos \frac{\phi - \theta}{4}}{2 \sin \frac{\phi + \theta}{4} \cos \frac{\phi - \theta}{4}}, \quad (\text{A.16})$$

$$X^{(2)} = 2\text{arctg} \frac{1 - 2 \cos \frac{\phi + \theta}{4} \cos \frac{\phi - \theta}{4}}{2 \sin \frac{\phi + \theta}{4} \cos \frac{\phi - \theta}{4}}, \quad (\text{A.17})$$

сектора XI (три минимума)

$$X^{(1)} = 2\pi - 2\text{arctg} \frac{1 + 2 \cos \frac{\phi + \theta}{4} \cos \frac{\phi - \theta}{4}}{2 \sin \frac{\phi + \theta}{4} \cos \frac{\phi - \theta}{4}}, \quad (\text{A.18})$$

$$X^{(2)} = 2\text{arctg} \frac{1 - 2 \cos \frac{\phi + \theta}{4} \cos \frac{\phi - \theta}{4}}{2 \sin \frac{\phi + \theta}{4} \cos \frac{\phi - \theta}{4}}, \quad (\text{A.19})$$

$$X^{(3)} = \begin{cases} 2\text{arctg} \frac{-1 + 2 \sin \frac{\theta + \phi}{4} \sin \frac{\theta - \phi}{4}}{2 \sin \frac{\theta - \phi}{4} \cos \frac{\theta + \phi}{4}}, & \phi + \theta < 2\pi \\ 2\pi + 2\text{arctg} \frac{-1 + 2 \sin \frac{\theta + \phi}{4} \sin \frac{\theta - \phi}{4}}{2 \sin \frac{\theta - \phi}{4} \cos \frac{\theta + \phi}{4}}, & \phi + \theta > 2\pi \end{cases} \quad (\text{A.20})$$

Ток-фазовое соотношение  $I(\chi)$  и энергия джозефсоновского контакта  $E(\chi)$  между однозонным и трехзонным сверхпроводником в грязном пределе дается выражениями [32]

$$I = \frac{\pi|\Delta|}{eR_{N1}} \cos \frac{\chi}{2} \text{arctg} \sin \frac{\chi}{2} + \frac{\pi|\Delta|}{eR_{N2}} \cos \frac{\chi + \phi}{2} \text{arctg} \sin \frac{\chi + \phi}{2} + \frac{\pi|\Delta|}{eR_{N3}} \cos \frac{\chi + \theta}{2} \text{arctg} \sin \frac{\chi + \theta}{2}, \quad (\text{B.1})$$

$$E = \frac{|\Delta|\Phi_0}{2eR_{N1}} \left( 2 \sin \frac{\chi}{2} \text{arctg} \sin \frac{\chi}{2} + \ln \cos^2 \frac{\chi}{2} \right) + \frac{|\Delta|\Phi_0}{2eR_{N2}} \left( 2 \sin \frac{\chi + \phi}{2} \text{arctg} \sin \frac{\chi + \phi}{2} + \ln \cos^2 \frac{\chi + \phi}{2} \right) + \frac{|\Delta|\Phi_0}{2eR_{N3}} \left( 2 \sin \frac{\chi + \theta}{2} \text{arctg} \sin \frac{\chi + \theta}{2} + \ln \cos^2 \frac{\chi + \theta}{2} \right), \quad (\text{B.2})$$

где  $\phi$  и  $\theta$  задают основное состояние массивного трехзонного сверхпроводника.

Фазовая диаграмма на рис. 6 (справа), показывающая количество основных состояний джозефсоновского контакта с диффузионной проводимостью в зависимости от значений  $\phi$  и  $\theta$ , строилась на основании выражений (B.1) и (B.2).

1. D.A. Wollman, D.J. Van Harlingen, W.C. Lee, D.M. Ginsberg, and A.J. Leggett, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 2134 (1993).
2. P.V. Komissinski, E. Il'ichev, G.A. Ovsyannikov, S.A. Kovtonyuk, M. Grajcar, R. Hlubina, Z. Ivanov, Y. Tanaka, N. Yoshida, and S. Kashiwaya, *Europhys. Lett.* **57**, 585 (2002).
3. C.C. Tsuei and J.R. Kirtley, *Rev. Mod. Phys.* **72**, 969 (2000).
4. Y. Kamihara, T. Watanabe, M. Hirano, and H. Hosono, *J. Am. Chem. Soc.* **130**, 3296 (2008).
5. I.I. Mazin, D.J. Singh, M.D. Johannes, and M.H. Du, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 057003 (2008).
6. Kazuhiko Kuroki, Seiichiro Onari, Ryotaro Arita, Hidetomo Usui, Yukio Tanaka, Hiroshi Kontani, and Hideo Aoki, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 087004 (2008).
7. P.C.W. Chu et al. (eds.), *Superconductivity in iron-pnictides. Physica C* **469** (special issue), 313-674 (2009).
8. J-P. Paglione and R.L. Green, *Nature Phys.* **6**, 645 (2010).
9. B. Zeng, G. Mu, H.Q. Luo, T. Xiang, H. Yang, L. Shan, C. Ren, I.I. Mazin, P.C. Dai, and H.-H. Wen, *Nature Commun.* **1**, 112 (2010).
10. M. Tortello, D. Daghero, G.A. Ummarino, V.A. Stepanov, J. Jiang, J.D. Weiss, E.E. Hellstrom, and R.S. Gonnelli, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 237002 (2010).
11. K. Okazaki, Y. Ito, Y. Ota, Y. Kotani, T. Shimojima, T. Kiss, S. Watanabe, C.-T. Chen, S. Niitaka, T. Hanaguri, H. Takagi, A. Chainani, and S. Shin, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 237011 (2012).

12. M. Abdel-Hafiez, V. Grinenko, S. Aswartham, I. Morozov, M. Roslov, Vakaliuk O., S. Johnson, D.V. Efremov, J. van den Brink, H. Rosner, M. Kumar, C. Hess, S. Wurmehl, A.U.B. Wolter, B. Buechner, E.L. Green, J. Wosnitza, P. Vogt, A. Reifengerger, C. Enss, M. Hempel, R. Klingeler, and S.-L. Drechsler, *Phys. Rev. B* **87**, 180507(R) (2013).
13. V. Grinenko, D.V. Efremov, S.-L. Drechsler, S. Aswartham, D. Gruner, M. Roslova, I. Morozov, K. Nenkov, S. Wurmehl, A.U.B. Wolter, B. Holzapfel, and B. Büchner, *Phys. Rev. B* **89**, 060504(R) (2014).
14. S. Johnston, M. Abdel-Hafiez, L. Harnagea, V. Grinenko, D. Bombor, Y. Krupskaya, C. Hess, S. Wurmehl, A.U.B. Wolter, B. Büchner, H. Rosner, and S.-L. Drechsler, *Phys. Rev. B* **89**, 134507 (2014).
15. Wei-Cheng Lee, Shou-Cheng Zhang, and Congjun Wu, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 217002 (2009).
16. V. Stanev and A.E. Koshelev, *Phys. Rev. B* **89**, 100505(R) (2014).
17. D.F. Agerberg, V. Barzykin, and L.P. Gor'kov, *Phys. Rev. B* **60**, 14868 (1999).
18. V. Stanev and Z. Tesanovic, *Phys. Rev. B* **81**, 134522 (2010).
19. Y. Tanaka and T. Yanagisawa, *J. Phys. Soc. Jpn.* **79**, 114706 (2010).
20. J. Carlstrom, J. Garaud, and E. Babaev, *Phys. Rev. B* **84**, 134518 (2011).
21. R.G. Dias and A.M. Marques, *Supercond. Sci. Technol.* **24**, 085009 (2011).
22. T. Yanagisawa, Y. Takana, I. Hase, and K. Yamaji, *J. Phys. Soc. Jpn.* **81**, 024712 (2012).
23. X. Hu and Z. Wang, *Phys. Rev. B* **85**, 064516 (2012).
24. S.Z. Lin and X. Hu, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 177005 (2012).
25. T. Bojesen, E. Babaev, and A. Sudbø, *Phys. Rev. B* **88**, 220511(R) (2013).
26. S. Maiti and A.V. Chubukov, *Phys. Rev. B* **87**, 144511 (2013).
27. Shi-Zeng Lin, *J. Phys.: Condens. Matter* **26**, 493202 (2014).
28. M. Marciiani, L. Fanfarillo, C. Castellani, and L. Benfatto, *Phys. Rev. B* **88**, 214508 (2013).
29. J. Garaud and E. Babaev, *Phys. Rev. Lett.* **112**, 017003 (2014).
30. Y.S. Yerin, A.N. Omelyanchouk, and E. Il'ichev, *Supercond. Sci. Technol.* **28**, 095006 (2015).
31. Y. Yerin, A. Omelyanchouk, and S.-L. Drechsler, Jeroen van den Brink, and D.V. Efremov, unpublished.
32. Y.S. Yerin, A.N. Omelyanchouk, *Fiz. Nizk. Temp.* **40**, 1206 (2014) [*Low Temp. Phys.* **40**, 943 (2014)].
33. И.О. Кулик, А.Н. Омелянчук, *ФНТ* **4**, 296 (1978) [*Sov. J. Low Temp. Phys.* **4**, 142 (1978)].
34. И.О. Кулик, А.Н. Омелянчук, *Письма в ЖЭТФ* **21**, 216 (1975).
35. A. Buzdin and A.E. Koshelev, *Phys. Rev. B* **67**, 220504(R) (2003).
36. T.K. Ng and N. Nagaosa, *Eur. Phys. Lett.* **87**, 17003 (2009).
37. J. Clarke, W.M. Goubau, and M.B. Ketchen, *J. Low. Temp. Phys.* **25**, 99 (1976).

Josephson systems based on ballistic point contacts between single-band and multi-band superconductors

Y.S. Yerin, A.S. Kiyko, A.N. Omelyanchouk, and E. Il'ichev

Josephson effect in ballistic point contacts between single-band and multi-band superconductors is investigated. It is found that in the case of  $s_{\pm}$ -wave two-band and three-band superconductors Josephson contact undergoes frustration, showing properties of  $\varphi$ -contact. Depending on the ground state of a three-band superconductor with broken time-reversal symmetry Josephson contact can have from one to three minima, some of which can be locally stable. We also study the behaviour of a dc SQUID based on Josephson contacts between single-band and multi-band superconductors. Some features on the dependencies of the critical current and the total magnetic flux on the applied flux of a dc SQUID based on a  $s_{\pm}$ -wave superconductor, three-band superconductor with broken time-reversal symmetry and three-band superconductor without broken time-reversal symmetry compared to conventional dc SQUIDs based on single-band superconductors are found. The results can be used as an experimental tool of the existence of the multi-band structure in a superconducting compound and the realization of broken time-reversal symmetry phenomenon.

PACS: 74.25.N– Response to electromagnetic fields;  
**74.50.+r** Tunneling phenomena; Josephson effects;  
 85.25.Dq Superconducting quantum interference devices (SQUIDs).

Keywords: multi-band superconductor, Josephson effect,  $\varphi$ -contact, dc SQUID, broken time-reversal symmetry.