

Влияние магнитного поля на устойчивость и спектр возбуждений спиновых нанокластеров в анизотропных ферромагнитных цепочках

М.М. Богдан^{1,2}, В.И. Белан¹, О.В. Чаркина¹

¹Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины
пр. Науки, 47, г. Харьков, 61103, Украина

E-mail: bogdan@ilt.kharkov.ua;
charkina@ilt.kharkov.ua

²Харьковский национальный университет им. В.И. Каразина, пл. Свободы, 4, г. Харьков, 610022, Украина

Статья поступила в редакцию 7 августа 2018 г., опубликована онлайн 26 октября 2018 г.

Точно решена спектральная задача для внутренних мод колебаний спинового нанокластера в анизотропной ферромагнитной цепочке, помещенной в магнитное поле, в рамках дискретной модели Такено–Хомма. Построена диаграмма устойчивости на плоскости параметров обмена и магнитного поля для спиновых кластеров произвольного размера. Найдены явные выражения для внутренних мод колебаний нанокластеров и рассчитаны их частотные зависимости от параметров обмена и магнитного поля.

Ключевые слова: ферромагнитная цепочка, спиновый кластер, магнитное поле, устойчивость, внутренние моды, уравнение Такено–Хомма.

1. Введение

В квазиодномерных изинговских ферромагнетиках возможно существование спиновых нанодоменов, которые проявляют себя в спин-кластерном резонансе [1] и ответственны за поглощение высокочастотного электромагнитного поля. Дискретные доменные границы изинговского типа и ограниченный ими спиновый нанокластер могут быть устойчивы и в сильно анизотропных гейзенберговских ферромагнитных цепочках [2–5]. Когда отношение констант обмена и легкоосной анизотропии достигает критической величины, наступает потеря устойчивости доменной изинговской границей, которая означает переход ее в неколлинеарную фазу [3]. Спиновый нанокластер, образованный двумя такими границами, в зависимости от своего размера и магнитных параметров цепочки может либо трансформироваться в 360° доменную границу, либо полностью распастись на нелинейные возбуждения — дискретные бризеры и спиновые волны [5].

Квантовым механизмом изменения размеров магнитных нанодоменов является макроскопическое туннелирование их границ [6,7], которое может наблюдаться экспериментально [8]. Одной из первых общепризнанных работ по эффекту квантового туннелирования в

магнетиках была работа И.В. Криве и О.Б. Заславского [9]. Она и сегодня является широко цитируемой в теории квантовых магнитных эффектов и представляет собой замечательный образец многогранной научной деятельности Ильи Валентиновича, оказывающий стимулирующее влияние на развитие новых подходов к решению физических проблем. Особо актуальной работа [9] представляется в связи с синтезом новых спиновых нанообъектов — молекулярных магнитных нанокластеров или «магнитных молекул» [10]. Эти нанообъекты представляют собой замкнутые, как правило, антиферромагнитные и ферромагнитные спиновые цепочки в молекулярных кристаллах. Экспериментально установлено [11], что в сильном магнитном поле, большем поля обмена, в магнитных молекулах происходит последовательный переворот спинов, первоначально ориентированных противоположно магнитному полю, что в случае замкнутых цепочек означает изменение полного момента таких магнитных молекул. С этим свойством связаны перспективы использования данных нанообъектов при разработке магнитооптических приборов и квантовых компьютеров [11,12]. Дальнейший прогресс в синтезе подобных нанообъектов привел к большому их разнообразию по форме и размеру: от замкнутых цепочек с малым числом спинов до гигант-

ских шарообразных магнитных молекул — «кеплеров» типа $\text{Mo}_{72}\text{Fe}_{30}$ [13], суммарный магнитный момент которых в магнитном поле достигает десятков магнетонов Бора.

Очевидно, что макроскопическое квантовое туннелирование, исследованное И.В. Криве и его соавторами и коллегами [7,9,14], должно наблюдаться в этих нанобъектах. В данной работе, которую мы посвящаем 70-летию юбилею Ильи Валентиновича, предлагается динамический подход к решению проблемы устойчивости нанокластеров, образованных магнитными молекулами с классически большими магнитными моментами [13]. Из таких магнитных молекул могут быть построены низкоразмерные магнитные метаматериалы [5], в цепочках которых «спиновые» кластеры мезоскопических размеров можно будет возбуждать локальным импульсным полем и управлять их динамическими характеристиками с помощью внешнего магнитного поля.

Образование спиновых нанокластеров следует также ожидать и в квазиодномерных гейзенберговских ферромагнетиках типа TMNB, TMNC, TMNC и FeTAC [15–17], в которых внутрицепочечный обмен и константа анизотропии наименее легкой оси оказываются одного порядка. Для описания магнитной динамики таких сильно анизотропных ферромагнитных цепочек можно использовать дискретную модель Такено–Хомма и ее редукции [18–21]. Модель формулируется в терминах азимутальных углов спинов, предполагает малый выход спинов из анизотропной легкой плоскости и полностью учитывает обменное взаимодействие между ними. В отсутствие магнитного поля уравнение Такено–Хомма в одинаковой степени может описывать динамику ферромагнитной и антиферромагнитной цепочек [4,5]. Учет магнитного поля ведет к существенным различиям в динамических, спектральных и резонансных свойствах этих цепочек. В данной работе в рамках модели Такено–Хомма исследуется спектр внутренних (локализованных) колебаний спиновых кластеров в анизотропной ферромагнитной цепочке в постоянном магнитном поле, направленном вдоль легкой оси, определяются границы устойчивости нанокластеров в зависимости от их размера, константы обмена и величины магнитного поля и находятся явный вид внутренних мод колебаний нанокластеров и локальные частоты таких колебаний.

2. Модель Такено–Хомма для ферромагнитной цепочки в магнитном поле

Перечисленные выше квазиодномерные ферромагнетики и магнитные метаматериалы могут быть представлены как системы практически независимых анизотропных ферромагнитных цепочек. Каждая такая цепочка взаимодействующих спинов описывается гейзенберговской моделью с двухосной одноионной ани-

зотропией, гамильтониан которой с учетом магнитного поля, направленного вдоль легкой оси, имеет вид

$$\mathcal{H} = -J \sum_n \mathbf{S}_n \mathbf{S}_{n+1} + \frac{1}{2} \sum_n \left(D(S_n^z)^2 - A(S_n^x)^2 \right) - g\mu_B H \sum_n S_x. \quad (1)$$

Здесь \mathbf{S}_n — классический спин на узле с номером n , J — константа обменного взаимодействия, A и D — константы легкоосной и легкоплоскостной анизотропии соответственно, H — постоянное магнитное поле, g — гиромагнитное отношение и μ_B — магнетон Бора. Спиновая конфигурация, соответствующая кластеру, ограниченному изинговскими доменными границами, представлена на рис. 1. Размер кластера, т.е. число спинов, составляющих кластер, равно $m = 2l + 1$, причем индекс l является целым и полуцелым соответственно для кластеров с нечетным и четным числом спинов. Энергия кластера в магнитном поле, отсчитанная от основного состояния, зависит от его размера очевидным образом

$$E = 4JS_0^2 + 2g\mu_0 HS_0 m. \quad (2)$$

Видно, что в отсутствие магнитного поля, когда $H = 0$, энергия кластера равна сумме энергий двух изинговских доменных границ. Для легкоосного ферромагнетика, как частного случая модели (1) с параметром $D = 0$, решения, соответствующие 180° доменным границам изинговского типа, были исследованы в [2], и были получены спектры их локализованных колебаний. Было показано, что потеря устойчивости изинговской границей происходит при обменах, превышающих критическое значение $J_0 = 3A/4$. При $J = J_0$ обращается в нуль частота локализованного колебания и такая внутренняя мода становится модой неустойчивости. Процесс преобразования коллинеарной изинговской границы вблизи границы устойчивости в дискретную неколлинеарную структуру и трансформация их спектров внутренних мод были изучены в [3].

В случае сильной легкоплоскостной анизотропии $D \gg A$, когда допускается возможность только слабого выхода вектора \mathbf{S}_n из легкой плоскости, гамильтониан (1), следуя схеме, изложенной в [4] для случая $H = 0$, может быть приближенно сведен к гамильтониану модели Такено–Хомма [19]:

$$\mathcal{H} = \frac{\hbar^2}{2DS_0^2} \sum_{n=1}^N \dot{\phi}_n^2 - J \sum_{n=1}^N \cos(\phi_n - \phi_{n-1}) - \frac{1}{2} A \sum_{n=1}^N \cos^2(\phi_n) - \frac{g\mu_0 H}{S_0} \sum_{n=1}^N \cos(\phi_n). \quad (3)$$

Такая модель описывается одной скалярной переменной — азимутальным углом ϕ_n , точка в выражении (2) означает дифференцирование по времени, S_0 — величина спина.

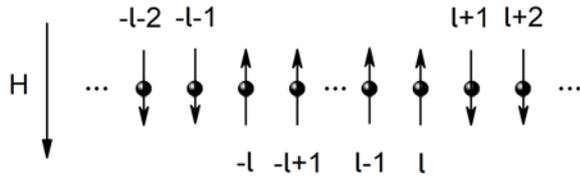


Рис. 1. Спиновый кластер, ограниченный изинговскими доменными границами, в магнитном поле H .

Динамика модели с гамильтонианом (3) описывается уравнением Такено–Хомма:

$$\frac{d^2\phi_n}{dt^2} + \lambda(\sin(\phi_n - \phi_{n-1}) - \sin(\phi_{n+1} - \phi_n)) + \cos(\phi_n)\sin(\phi_n) + h\sin(\phi_n) = 0. \quad (4)$$

Уравнение представлено в безразмерном виде с помощью введения безразмерных параметров обмена $\lambda = J/A$ и магнитного поля $h = g\mu_0 H/(AS_0)$, а также единицы измерения времени $t_0 = \hbar/(S_0\sqrt{DA})$.

Авторы модели (3) впервые предложили ее для описания структуры и динамики ДНК [18,19]. Однако в дальнейшем основное ее применение связано с изучением нелинейных эффектов в теории магнетизма. Уравнение (4) полностью учитывает обменное взаимодействие между спинами, что приводит к существованию в нем статических решений, отвечающих спиновым кластерам, ограниченным изинговскими границами. Для кластера, изображенного на рис. 1, распределение азимутального угла имеет вид

$$\phi_n^0 = 0, n < -l; \quad \phi_n^0 = \pi, -l \leq n \leq l; \quad \phi_n^0 = 0, 2\pi, n > l. \quad (5)$$

Выбор для спинового кластера нулевого значения азимутального угла или равного 2π при $n \rightarrow \infty$ очевидно эквивалентен. Решение (5) для кластера сохраняется и в отсутствие внешнего магнитного поля, когда уравнение (4) сводится к следующему уравнению:

$$\frac{d^2\phi_n}{dt^2} + \lambda(\sin(\phi_n - \phi_{n-1}) - \sin(\phi_{n+1} - \phi_n)) + \cos(\phi_n)\sin(\phi_n) = 0. \quad (6)$$

В [20] это уравнение было названо π -решеточным уравнением синус-Гордон (π РУСГ) благодаря наличию в нем π -солитонов, т.е. 180° доменных границ, что было продемонстрировано авторами численными и приближенными аналитическими методами для немалых значений параметра обмена. В рамках уравнения (6) в [4] были исследованы устойчивость и спектр внутренних мод 180° доменных границ и односпинового кластера, а в [5] точно решены спектральная задача для локализованных колебаний спинового кластера произвольного размера и задача рассеяния спиновых волн на таком

кластере. В частности, в [5] было показано, что после потери устойчивости кластер с нулевыми граничными условиями трансформируется в неколлинеарную солитон-антисолитонную структуру, а кластер с асимптотикой, стремящейся к 2π , — в 360° доменную границу.

Частные случаи уравнения Такено–Хомма исследовались его авторами методами, разработанными для анализа интегрируемых уравнений, с целью поиска точных солитонных решений [20]. Моделирование динамики модели (3) с помощью численного интегрирования уравнения (4) позволило выявить в нем нелинейные возбуждения солитонного и бризероподобного типа для немалых значений обмена [21]. При сравнимых значениях констант обмена и анизотропии исследованию этого уравнения посвящена лишь численная работа [22], в которой изучена неколлинеарная 360° доменная граница и ее линейные моды колебаний для фиксированного значения $\lambda = 1$ и нескольких значений параметра h . Устойчивость и спектр возбуждений спиновых кластеров (5) в рамках уравнения (4) в работах [21,22] не обсуждались. В следующих разделах эти задачи решаются точно и выясняется определяющая роль магнитного поля во внутренней динамике спиновых кластеров.

3. Спектральная задача для колебаний спиновых кластеров в магнитном поле

Задача о спектре малых колебаний спиновых кластеров и проблема их устойчивости решаются в рамках уравнения (4), линеаризованного вблизи решения (5). Используя стандартную процедуру линеаризации [5], т.е. полагая, что решение уравнения (4) отличается от кластерного решения на малую величину $\Delta\phi_n(t) = \phi_n(t) - \phi_n^0 \ll 1$, и выделяя явную зависимость от времени $\Delta\phi_n(t) = \psi_n \exp(i\omega t)$, получаем систему алгебраических уравнений для амплитуд ψ_n

$$\lambda \left[(\psi_n - \psi_{n-1}) \cos(\phi_n^0 - \phi_{n-1}^0) - (\psi_{n+1} - \psi_n) \cos(\phi_{n+1}^0 - \phi_n^0) \right] + \left[\cos(2\phi_n^0) + h \cos(\phi_n^0) \right] \psi_n = \omega^2 \psi_n. \quad (7)$$

Система уравнений (7), дополненная граничными условиями, представляет собой спектральную задачу на собственные значения параметра квадрата частоты $\varepsilon = \omega^2$. Положительные значения ε отвечают колебательным модам, а отрицательные $\varepsilon = -v^2$ соответствуют модам неустойчивости, приводящим к экспоненциальному росту добавок $\Delta\phi_n(t) = \psi_n \exp(vt)$. Используя аналитический подход и интересуясь колебаниями, локализованными внутри кластера, будем предполагать в дальнейшем конечное произвольное в нем число спинов и бесконечный размер цепочки. Это исключает влияние выбора граничных условий на краях цепочки и адекватно моделирует ситуацию в квазиодномерных ферромагнетиках. Как будет показано ниже, спектр

внутренних мод колебаний спиновых нанокластеров в замкнутых магнитных молекулах дается этими же результатами благодаря сильной локализации колебаний.

После подстановки распределения углов (5) в уравнение (7) его вид в разных областях цепочки будет следующим: для спинов вне кластера и внутри кластера получим соответственно

$$\lambda(2\psi_n - \psi_{n-1} - \psi_{n+1}) + (1+h)\psi_n = \omega^2\psi_n, |n| > l+1, \quad (8)$$

$$\lambda(2\psi_n - \psi_{n-1} - \psi_{n+1}) + (1-h)\psi_n = \omega^2\psi_n, |n| < l, \quad (9)$$

а также два уравнения для граничных спинов на правом краю кластера

$$\lambda(\psi_{l+1} - \psi_{l-1}) + (1-h)\psi_l = \omega^2\psi_l, \quad (10)$$

$$\lambda(\psi_l - \psi_{l+2}) + (1+h)\psi_{l+1} = \omega^2\psi_{l+1} \quad (11)$$

и аналогичные уравнения на левом краю кластера. Полная система уравнений после деления их на λ и введения обозначений

$$s = h/\lambda, \quad b = (1+h-\omega^2)/\lambda \quad (12)$$

может быть записана как одно уравнение в форме, пригодной для использования метода локальных возмущений И.М. Лифшица [23]:

$$\begin{aligned} & 2\psi_n - \psi_{n-1} - \psi_{n+1} + b\psi_n = \\ & = 2\left[(\delta_{n,-l-1} + (1+s)\delta_{n,-l} + s(\delta_{n,-l+1} + \dots + \delta_{n,l-1}) + \right. \\ & \quad \left. + (1+s)\delta_{n,l} + \delta_{n,l+1})\psi_n - \right. \\ & \quad \left. - (\delta_{n,-l} + \delta_{n,l+1})\psi_{n-1} - (\delta_{n,-l-1} + \delta_{n,l})\psi_{n+1} \right], \quad (13) \end{aligned}$$

где индексы от $-l$ до l отвечают номерам граничных спинов в кластере (рис. 1). Это уравнение следует рассматривать как спектральную задачу на собственные значения параметра b , которые, как видно, зависят только от размера кластера и параметра s — отношения величины магнитного поля к константе обмена. Очевидно, что делокализованным колебаниям сплошного спектра соответствуют отрицательные b , т.е. $\omega^2 \geq 1+h$, а локализованным колебаниям — положительные b , т.е. $\omega^2 < 1+h$. Методом Лифшица спектральная задача о малых колебаниях спиновых кластеров была точно решена в [5] в отсутствие магнитного поля. В этом случае закон дисперсии колебаний в областях вне кластера и внутри кластера совпадает, параметр $s = 0$, и возмущение действительно носит локальный характер, затрагивая только связи на краях кластера. Число локализованных мод для кластера любого размера оказывается равным двум, и «смягчение» нижайшей по частоте моды ведет к неустойчивости кластера. В случае поля, отличного от нуля, и произ-

вольного размера кластера возмущение сложно назвать локальным, число переменных в системе уравнений Лифшица равно $m+2$, что предполагает такое же максимальное число внутренних мод с локальными частотами, и получение аналитических результатов при таком подходе является трудновыполнимой задачей.

Однако выясняется, что спектральная задача для внутренних мод колебаний кластера в форме уравнений (8)–(11) может быть полностью решена, поскольку явный вид собственных функций можно найти точно.

4. Устойчивость спиновых кластеров в магнитном поле

В присутствии магнитного поля область частот локализованных состояний разделяется на два интервала: $\omega^2 < 1-h$ и $1-h \leq \omega^2 < 1+h$. При слабых обменах фактически существуют две подсистемы спинов — спины кластера и спины матрицы, с разными неперекрывающимися диапазонами собственных частот колебаний. С ростом величины обмена следует ожидать перекрытия и взаимодействия их спектров.

Анализ спектра внутренних мод начнем с области частот $\omega^2 < 1-h$. Выбор начала координат в центре кластера позволяет рассматривать отдельно четные и нечетные собственные функции уравнений (8)–(11), при этом достаточно выполнить их построение только на положительной полуоси. Решение уравнения (8), убывающее на бесконечности, — это просто экспонента, показатель которой очевидным образом связан с частотой колебаний:

$$\psi_n = A \exp(-\kappa_1 n), \quad (14)$$

$$\omega^2 = 1+h-2\lambda(\operatorname{ch} \kappa_1 - 1). \quad (15)$$

Четное решение уравнения (9) в области спинов кластера и его параметр имеют вид

$$\psi_n = B \operatorname{ch}(\kappa_2 n), \quad (16)$$

$$\omega^2 = 1-h-2\lambda(\operatorname{ch} \kappa_2 - 1). \quad (17)$$

Явный функциональный вид решения показывает, что данная мода описывает колебания, локализованные вблизи его границ, что становится очевидным с ростом размера кластера. Подставляя функции (14) и (16) в уравнения (10) и (11) для сшивки решений, получаем систему уравнений для коэффициентов $\tilde{A} = A \exp(-\kappa_1(l+1))$ и $\tilde{B} = B \operatorname{ch}(\kappa_2 l)$

$$(\omega_1^2 - \omega^2)\tilde{A} + \lambda\tilde{B} = 0, \quad (18)$$

$$\lambda\tilde{A} + (\omega_2^2 - \omega^2)\tilde{B} = 0, \quad (19)$$

где введены характерные квадраты частот, зависящие от параметров κ_1 и κ_2 :

$$\omega_1^2 = 1 + h - \lambda \exp(-\kappa_1), \quad \omega_2^2 = 1 - h - \lambda \frac{\text{ch}(\kappa_2(l-1))}{\text{ch}(\kappa_2 l)}. \quad (20)$$

Подставляя в уравнения (18) и (19) вместо квадрата частоты ω^2 соответственно выражения из формул (15) и (17), получаем, как условие разрешимости системы, связь между параметрами κ_1 и κ_2 :

$$(\exp(\kappa_1) - 2) \left(\frac{\text{ch}(\kappa_2(l+1))}{\text{ch}(\kappa_2 l)} - 2 \right) = 1. \quad (21)$$

Из формул (15) и (17) следует также соотношение между этими параметрами

$$\text{ch } \kappa_1 = \text{ch } \kappa_2 + s. \quad (22)$$

Исключая с помощью этого соотношения из уравнения (21) либо параметр κ_1 , либо κ_2 , получаем уравнение для нахождения κ_2 и κ_1 соответственно как функций параметра s и, используя формулы (15) и (17), найдем в конечном итоге наименьшую частоту локализованных колебаний для кластера произвольного размера.

Рассмотрим теперь предельную ситуацию нанокластеров минимального размера. Для односпинового кластера вместо уравнений (9) и (10) получается одно уравнение:

$$-\lambda(2\psi_0 - \psi_{-1} - \psi_1) + (1-h)\psi_0 = \omega^2 \psi_0, \quad (23)$$

а также уравнение (11) в виде

$$\lambda(\psi_0 - \psi_2) + (1+h)\psi_1 = \omega^2 \psi_1. \quad (24)$$

Внутреннее колебание, соответствующее четной моде, описывается решением, в котором (16) сводится к константе $\psi_0 = B$, $\psi_1 = \psi_{-1} = A \exp(-\kappa)$, $\psi_2 = A \exp(-2\kappa)$, и связь $\kappa \equiv \kappa_1$ с квадратом частоты дается формулой (15). После подстановки этого решения в систему (23) и (24), как условие ее совместности, получим уравнение для нахождения параметра κ :

$$(\exp(\kappa) - 2)(\text{ch } \kappa - s - 2) = 1. \quad (25)$$

Замечательно, что система уравнений (21) и (22) сводится к этому же уравнению, если в ней положить $l = 0$, что соответствует размеру кластера $m = 1$! Это означает, что если для односпинового кластера ввести параметр κ_2 , согласно формуле (22), то выражение для квадрата частоты через этот параметр совпадет с (17).

В результате замены переменной $x = \exp(\kappa_1) > 1$ уравнение (25) сводится к кубическому уравнению, которое представим в виде, удобном для графического анализа:

$$s = \frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{x} \right) - \frac{1}{x-2} - 2. \quad (26)$$

Легко убедиться, что при всех s существуют три вещественных решения, которые могут быть записаны в

явном, но очень громоздком виде. Зная результат, что в случае отсутствия поля [5] при $s = 0$ имеется точный корень $x_1 = (5 + \sqrt{17})/2$, отвечающий моде с минимальной частотой, можно по соответствующей зависимости корня $x(s)$ уравнения (26) построить квадрат частоты как функцию λ при фиксированном значении поля. Графический анализ (26) показывает, что для $x > x_1$ функция $x(s)$ является монотонно растущей, быстро выходящей на линейную зависимость при больших s , т.е. $h \approx \lambda \text{ch } \kappa$. В этом пределе зависимость (15) дает для квадрата частоты асимптотику $\omega^2 \rightarrow 1 - h$. Заметим, наконец, что наиболее простой способ графического воспроизведения точной зависимости $\omega_{\min}^2(h, \lambda)$ состоит в представлении отношения h/λ как функции параметра κ

$$h/\lambda = \text{ch } \kappa - 2 + (2 - \exp(\kappa))^{-1} \quad (27)$$

и последующем использовании зависимости (27) совместно с формулой (15) для нахождения параметрической зависимости квадрата частоты от λ при фиксированном h и наоборот.

Чтобы получить аналитическое приближенное выражение для корня уравнения (26), воспользуемся тем, что он не мал, и, переписав (26) в виде

$$x^2 - 2(3+s)x + 7 + 4s = \frac{2}{x}, \quad (28)$$

решим его методом последовательных приближений, используя в качестве нулевого приближения решение квадратного уравнения в левой части (28). Тогда для произвольного s получим аналитическое выражение, совпадающее с точным значением корня до десятой доли процента:

$$x(s) = 3 + s + \sqrt{(1+s)^2 + 1 + \frac{2}{3+s + \sqrt{(1+s)^2 + 1}}}. \quad (29)$$

Подстановка (29) в формулу (15) дает очень хорошее аналитическое приближение для минимальной частоты $\omega_{\min}(h, \lambda)$ колебаний односпинового кластера. Точная и аналитическая зависимости представлены на рис. 2 (линия 1) для $h = 0,25$, и они визуально неразличимы.

Для двухспинового кластера условие совместности соответствующей системы уравнений для сшивки решений, отвечающих четным модам, приводит к уравнению

$$(\exp(\kappa) - 2)(2\text{ch } \kappa - 2s - 3) = 1. \quad (30)$$

Оно совпадает с уравнением, полученным из системы уравнений (21) и (22), если положить $l = 1/2$ в (21).

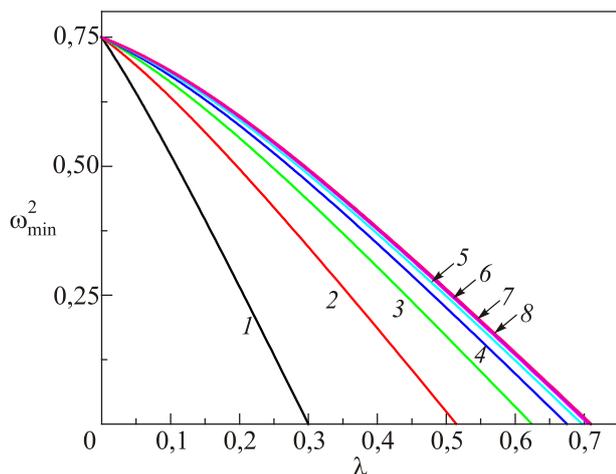


Рис. 2. (Онлайн в цвете) Квадраты наименьших частот внутренних колебаний нанокластеров с числом спинов от 1 до 8 как функции параметра λ при значении параметра поля $h = 0,25$.

Оно также сводится к кубическому уравнению для параметра $x = \exp(\kappa_1)$:

$$s = \frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{x} - \frac{1}{x-2} - 3 \right). \quad (31)$$

При $s = 0$ известен [5] точный корень этого уравнения, который равен $x_2 = 2 + \sqrt{2}$. Как и в случае односпинового кластера, графический анализ (31) показывает, что для $x > x_2$ функция $x(s)$ является монотонно растущей, быстро выходящей на линейную зависимость при больших s , т.е. $h \approx \lambda \text{ch } \kappa$, а следовательно, $\omega^2 \rightarrow 1 - h$. Переписав уравнение (31) в виде

$$x^2 - (5 + 2s)x + 2(3 + 2s) = \frac{2}{x}, \quad (32)$$

можно получить очень хорошее аналитическое приближение для нужного корня $x(s)$ и использовать его для нахождения соответствующего явного выражения для $\omega_{\min}^2(h, \lambda)$, визуально неотличимого от точной зависимости (рис. 2, линия 2). В результате для двухспинового кластера, как и для односпинового, и для всех остальных, зависимости $\omega_{\min}^2(\lambda)$ на рис. 2 начнутся с $1 - h$ и, как функции λ , монотонно убывают при всех значениях параметра h . Линии для кластеров размера $m \geq 3$ получены как параметрические зависимости, для построения которых при фиксированном h использовались формула (17) для $\omega_{\min}^2(\kappa_2, \lambda(\kappa_2))$ и зависимость (22) в виде

$$\lambda(\kappa_2) = \frac{h}{\text{ch } \kappa_1(\kappa_2) - \text{ch } \kappa_2}, \quad (33)$$

где функция $\kappa_1(\kappa_2)$ находилась из уравнения (21). Как видно на рис. 2, с ростом размера спинового кластера минимальные частоты быстро стремятся к предельной зависимости, соответствующей частоте локализован-

ного колебания уединенной изинговской границы в магнитном поле. При критических значениях λ все зависимости проходят через нуль, и этот тип локализованного колебания, который описывает противофазные колебания изинговских границ, образующих кластер, трансформируется в моду неустойчивости.

Таким образом, обращение в нуль частоты внутренней моды соответствует порогу устойчивости кластера. Для этого случая из формул (15) и (17) легко получить выражения для λ и h через параметры κ_1 и κ_2

$$\lambda = (\text{ch } \kappa_1 + \text{ch } \kappa_2 - 2)^{-1}, \quad (34)$$

$$h = (\text{ch } \kappa_1 - \text{ch } \kappa_2) / (\text{ch } \kappa_1 + \text{ch } \kappa_2 - 2). \quad (35)$$

Выразив $\text{ch } \kappa_1$ с помощью соотношения (21) через параметр κ_2 и подставив его в формулы (34) и (35), получим в параметрическом виде границы устойчивости кластеров на плоскости параметров h и λ . Диаграмма устойчивости для кластеров произвольного размера приведена на рис. 3. Заметим, что интервал значений, в котором следует брать параметр κ_2 для каждой кривой на диаграмме, заключен между точками κ_2^i и κ_2^f . Начальная точка κ_2^i — это решение уравнения (21) при $\kappa_1 = \kappa_2$, что соответствует полю $h = 0$ и набору критических значений λ_- , найденных в [5] для кластеров в отсутствие поля. Конечная точка κ_2^f есть решение уравнения $\text{ch}(\kappa_2(l+1)) = 2 \text{ch}(\kappa_2 l)$, которое зануляет вторую скобку в уравнении (21), поскольку в этом пределе $\kappa_1 \rightarrow \infty$ и $\lambda \rightarrow 0$, а $h \rightarrow 1$.

Из анализа диаграммы следует, что наименьшей областью устойчивости обладает односпиновый кластер, а границы устойчивости нанокластеров с $m > 5$ практически уже выходят на предельную зависимость, выше которой все кластеры с изинговскими границами неустойчивы. При фиксированном параметре λ с ростом поля h нанокластеры минимального размера последовательно теряют устойчивость, в то время как кластеры с немалым числом спинов, обладающие

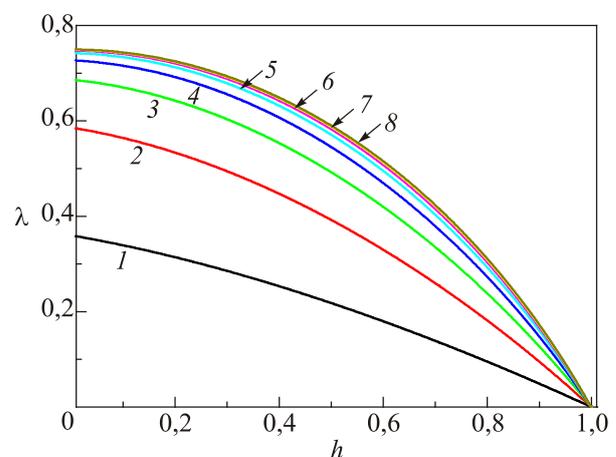


Рис. 3. (Онлайн в цвете) Диаграмма устойчивости нанокластеров с числом спинов от 1 до 8.

большей энергией (2), остаются устойчивыми. Это обстоятельство, очевидно, следует учитывать при построении термодинамики ферромагнитной цепочки со спиновыми кластерами в магнитном поле. Естественно также, что физический смысл имеет рассмотрение всех спектральных линий локализованных колебаний до тех пор, пока не потеряна устойчивость нанокластера.

В частотном диапазоне $\omega^2 < 1-h$ расположены и частоты нечетных мод локализованных колебаний, которые описывают синфазные колебания изинговских границ, ограничивающих кластер. Решение для таких мод в области внутри кластера имеет вид $\psi_n = B \text{sh}(\kappa_2 n)$, и в этом случае посредством последовательности действий, выполненной для четных мод, несложно прийти к соотношению между параметрами κ_1 и κ_2 , аналогичное формуле (21):

$$(\exp(\kappa_1) - 2) \left(\frac{\text{sh}(\kappa_2(l+1))}{\text{sh}(\kappa_2 l)} - 2 \right) = 1. \quad (36)$$

При этом все остальные соотношения между параметрами остаются прежними. Квадраты локальных частот нечетных мод данного типа полностью лежат ниже $1-h$ для кластеров с тремя и более спинами. Легко убедиться, что с ростом l формулы (21) и (36) быстро стремятся к одному пределу, что означает, в конечном счете, практическое слияние частотных зависимостей нижайших четных и нечетных мод колебаний, продемонстрированное в последующих рисунках данной работы. Полученная в результате предельная частотная зависимость соответствует колебанию, локализованному на границе, разделяющей полубесконечные области с разными состояниями ферромагнетика в магнитном поле.

Однако такое поведение частот не характерно для минимальных по размеру одно- и двухспиновых кластеров, которые следует рассматривать скорее как уединенные локальные дефекты, а не как минимально отстоящие друг от друга доменные границы. Квадраты частот нечетной моды таких нанокластеров оказываются ниже значения $1-h$, лишь начиная с конечных значений параметра λ . Оказывается, что квадрат частоты нечетной моды односпинового кластера отщепляется от верхнего края щели, и при произвольных h и λ он равен

$$\omega^2 = 1 + h - \frac{\lambda}{2}. \quad (37)$$

В данном локализованном колебании кластерный спин покоится, $\psi_0 = 0$, $\psi_1 = -\psi_{-1}$, и уравнение (23) обращается в нуль тождественно. Уравнение (24) дает связь $\omega^2 = 1 + h - \lambda \exp(-\kappa_1)$, и из сравнения с (15) следует, что $\exp(\kappa_1) = 2$. Полученное значение согласуется и с уравнением (36), так как при $l = 0$ является его точным решением. В результате из формулы для частоты (15) получается явная частотная зависимость (37) (прямая

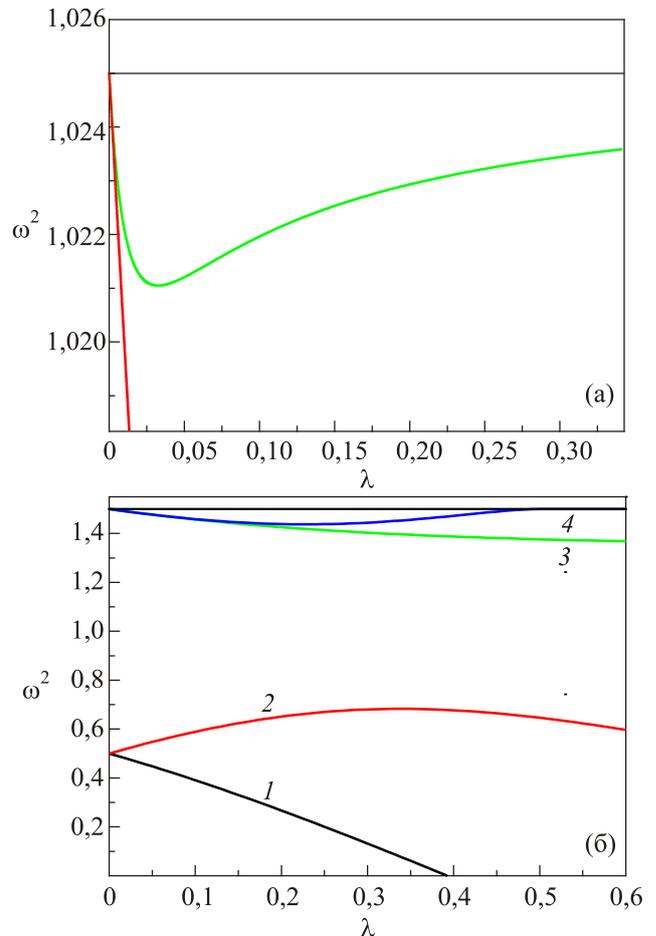


Рис. 4. (Онлайн в цвете) Зависимости квадратов частот внутренних мод от параметра обмена λ : две верхние по частотам моды для односпинового нанокластера при $h = 0,025$ (а); все локализованные моды для двухспинового нанокластера при $h = 0,5$ (б).

на рис. 4(а)). В двухспиновом кластере квадрат частоты нечетной моды колебания оказывается ниже $1-h$ при значениях λ , лежащих в пределах устойчивости кластера только при достаточно малых полях (сравни с рис. 4(б) для немалых полей, где эта область оказывается вне пределов рисунка). Остальные моды локализованных колебаний кластеров имеют квадраты частот, лежащие выше $1-h$, и особенности их поведения обсуждаются в следующем разделе.

5. Локализованные колебания в частотной щели, индуцированной магнитным полем

В магнитном поле снимается вырождение основного состояния ферромагнетика, и при наличии в нем кластера произвольного размера возникает область частот $1-h \leq \omega^2 < 1+h$, в которой разрешены колебания внутри кластера, но невозможно их распространение за его пределами. При этом существует локальная связь между колебаниями двух подсистем — спинами кластера и спинами матрицы. Взаимовлияние таких спектров с ростом константы связи, возможность их

пересечения и гибридизации — известная проблема в теории колебаний кристаллических решеток [23].

В рамках исследуемой модели эта проблема может быть решена точно. Наличие щели приводит к существованию внутренних колебаний кластера нового типа, не сводящихся к колебаниям, локализованным вблизи границ кластера. Описание таких внутренних мод проводится по методике, подробно изложенной в предыдущем разделе, поэтому приведем лишь основные формулы.

Решение вне кластера по-прежнему дается формулами (14) и (15), где можно опустить индекс u параметра $\kappa_1 \equiv \kappa$, а внутри кластера четным и нечетным модам его колебаний отвечают тригонометрические функции и соответствующий им закон дисперсии:

$$\psi_n = B \cos(kn) \text{ и } \psi_n = B \sin(kn), \quad (38)$$

$$\omega^2 = 1 - h + 2\lambda(1 - \cos k). \quad (39)$$

В результате шивки решений и анализа соответствующей системы алгебраических уравнений находятся связи между параметрами κ и k :

$$(\exp(\kappa) - 2) \left(\frac{\cos(k(l+1))}{\cos(kl)} - 2 \right) = 1, \quad (40)$$

$$(\exp(\kappa) - 2) \left(\frac{\sin(k(l+1))}{\sin(kl)} - 2 \right) = 1, \quad (41)$$

и, наконец, из (15) и (39) следует

$$\operatorname{ch} \kappa = \cos k + s. \quad (42)$$

Найдя с помощью соотношения (42) выражение для $\exp(\kappa)$ как функции k , используем его в (40) и (41) для получения уравнений, определяющих спектр разрешенных значений k . Графический анализ этих уравнений, домноженных соответственно на $\cos(kl)$ и $\sin(kl)$, и поиск их возможных корней оказывается достаточно простым в силу периодичности входящих в них функций. Оказывается, что максимальное число корней равно числу спинов в кластере, и, естественно, число соответствующих им внутренних мод растет с увеличением размера кластера. Подстановка найденных корней в выражение для квадрата частоты (39) дает спектр частот локализованных колебаний. Для построения графиков квадратов частот $\omega^2(h, \lambda)$ как функций λ при фиксированном h и наоборот, как и раньше, проще всего использовать их параметрическую зависимость через параметр k .

Замечательно, что уравнения (40)–(42) могут быть приближенно решены аналитически в случае немалых кластеров. Переписав их для четных и нечетных мод в виде

$$\operatorname{ctg} kl = -\rho(k), \quad \operatorname{tg} kl = \rho(k), \quad (43)$$

$$\rho(k) = \frac{\sin(k)}{2 - \cos(k) + 1/g(k)}, \quad (44)$$

$$g(k) = \exp(\kappa(k)) - 2 = s + k + \sqrt{(s+k)^2 - 1} - 2, \quad (45)$$

решим их методом последовательных приближений. В результате для корней этих уравнений получим следующие выражения:

$$k = k_p + \frac{1}{l} \operatorname{arctg} \rho(k_p), \quad (46)$$

где параметр k_p для четных и нечетных мод соответственно равен

$$k_p = \begin{cases} \frac{\pi}{l} \left(p - \frac{1}{2} \right), & p = 1, \dots, l-1. \\ \frac{\pi}{l} p \end{cases} \quad (47)$$

Подставляя найденные корни в формулу для квадрата частоты (39), получаем спектр внутренних мод, который с точностью до десятых долей процента совпадает с точными значениями частот для немалых кластеров.

В результате выясняется, что внутренним модам, описываемым решениями (38) и (39), соответствуют частотные зависимости, которые, как функции параметра обмена λ , начинаются со значения $1-h$ и на начальном этапе являются монотонно растущими функциями, как это видно на рис. 5 и 6 для кластеров с 4 и 7 спинами. При малых значениях λ , когда связь между спинами кластера и матрицы слабая, внутренние моды кластера большого размера как бы формируют сплошной спектр его колебаний, так же, как выше частоты $\sqrt{1+h}$ формируется истинный сплошной спектр. При немалых значениях λ зависимости с наибольшими частотами последовательно уходят в сплошной спектр и колебания делокализуются, т.е. не затухают за пределами кластера. Заметим, что на рис. 6 параметр магнитного поля выбран малым, для того, чтобы сделать относительно большой по параметру λ область устойчивости кластера из 7 спинов. Выясняется, что до потери устойчивости в сплошной спектр уходят 6 из 7 его внутренних мод, частоты которых лежат выше $\sqrt{1-h}$. Оказывается, что для всех приведенных на рис. 4–6 случаев внутренние моды перед вхождением в сплошной спектр действительно описываются выражениями (38) и (39).

Однако можно убедиться, что этим не исчерпываются все возможные типы внутренних колебаний кластеров. Рассмотрим колебания односпинового нанокластера при $\omega^2 > 1-h$. Оказывается, что уравнение (26) для четной моды односпинового кластера имеет ко-

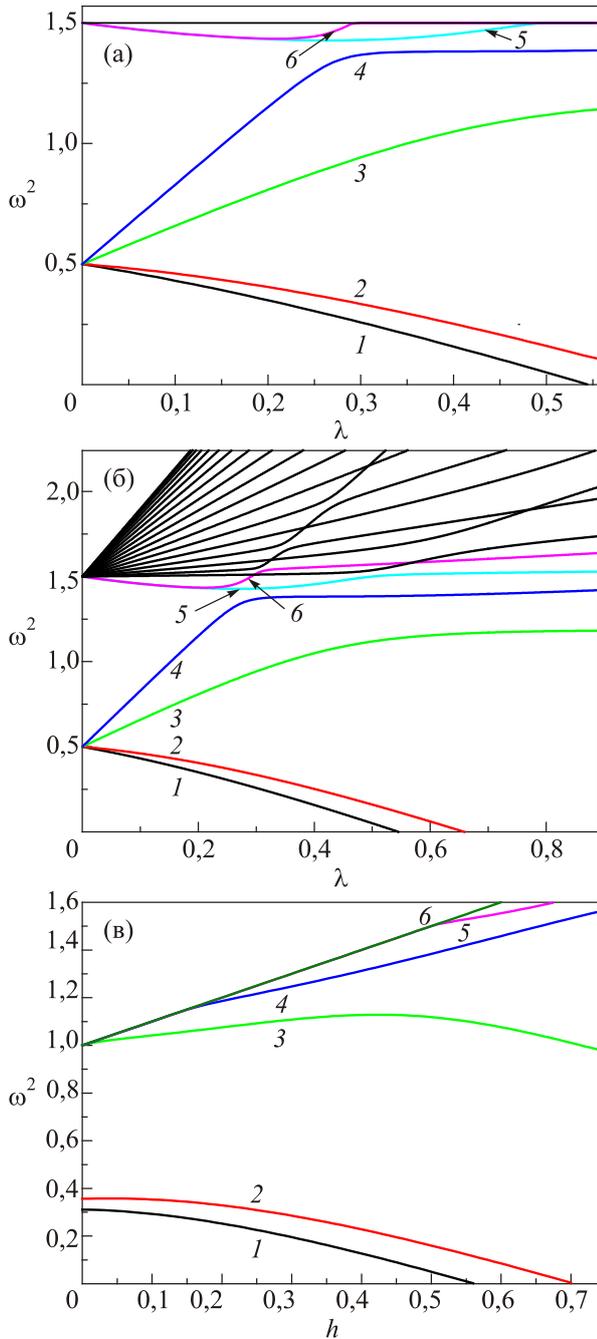


Рис. 5. (Онлайн в цвете) Зависимости квадратов частот от параметра обмена λ для внутренних мод 4-спиновой цепочки в бесконечной цепочке при $h = 0,5$ (а). Полный спектр возбуждений замкнутой цепочки из 24 спинов с 4-спиновым кластером при $h = 0,5$ (б). Частотные зависимости внутренних мод от поля h 4-спиновой цепочки при $\lambda = 0,5$ (в).

рень $x(s)$, меняющийся с ростом s от 1 до 2, в результате чего при $\kappa \rightarrow 0$ квадрат частоты стремится к $\omega^2 = 1+h$ и к $\omega^2 = 1+h-\lambda/2$ при $\kappa \rightarrow \ln 2$ соответственно. Построенная точная имеющая минимум немонотонная зависимость частоты такой моды от λ представлена на рис. 4(а), и она действительно имеет указанные асимптотики, причем при малых λ квадрат частоты нечетной моды является для нее касательной.

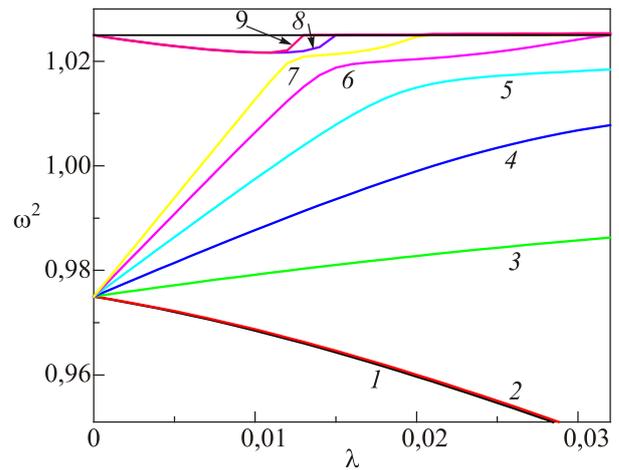


Рис. 6. (Онлайн в цвете) Зависимости квадратов частот от параметра λ внутренних мод нанокластера из 7 спинов при $h = 0,025$.

Этими зависимостями и линией 1 на рис. 2 исчерпывается спектр внутренних мод односпиновой цепочки.

Для четных мод двухспиновой цепочки (31) также имеется аналогичный корень $x(s)$, меняющийся в пределах от 1 до 2, который приводит к частотной зависимости от λ , отщепляющейся от края сплошного спектра и представленной на рис. 4(б), кривая 3.

Для нечетных мод двухспиновой цепочки уравнение для параметра κ имеет вид

$$(\exp(\kappa) - 2)(2 \operatorname{ch} \kappa - 2s - 1) = 1 \quad (48)$$

и переписанное в терминах $x = \exp(\kappa)$, как кубическое уравнение, выглядит так

$$s = \frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{x} - \frac{1}{x-2} - 1 \right). \quad (49)$$

Его графический анализ обнаруживает одно решение, стартующее с найденного в [5] точного корня при $s = 0$ ($x_3 \approx 2,52$) и далее монотонно растущего с ростом s . Ему отвечает частотная зависимость 2 на рис. 4(б), которая начинается с $1-h$, достигает максимума и далее убывает, как обсуждалось в предыдущем параграфе. Второе решение по-прежнему существует в пределах от 1 до 2, однако возникает оно, лишь начиная со значения параметра $s = 1$. Для зависимости квадрата частоты от λ это означает, что, отщепившись от сплошного спектра при малых λ , она достигает минимума, а затем входит в сплошной спектр при $\lambda = h$. Именно такое поведение демонстрирует кривая 4 на рис. 4(б). Очевидно, что такие частотные зависимости, как кривые 3 и 4, не описываются формулой (39) при малых значениях параметра обмена и немалых h . Согласно (39), в этом случае частоты должны были бы находиться существенно ниже края сплошного спектра. Вместе с тем такие моды существуют для кластеров любого размера (см. рис. 4–6).

Покажем, что этим состояниям отвечают собственные функции, которые в области внутри кластера $|n| \leq l$ имеют следующую структуру: для кластера с нечетным числом спинов амплитуды равны

$$\psi_n = B(-1)^n \operatorname{ch}(\kappa_2 n), \quad \psi_n = B(-1)^n \operatorname{sh}(\kappa_2 n) \quad (50)$$

соответственно для четных и нечетных внутренних мод колебаний, где n — целое, и для кластера с четным числом спинов амплитуды равны

$$\psi_n = B(-1)^{n+1/2} \operatorname{sh}(\kappa_2 n), \quad \psi_n = B(-1)^{n+1/2} \operatorname{ch}(\kappa_2 n) \quad (51)$$

соответственно для четных и нечетных внутренних мод колебаний, где n — полуцелое. При таком выборе амплитуды соседних спинов всегда имеют противоположные знаки, и уравнение внутри кластера дает нужное соотношение между ω^2 и κ_2 :

$$\omega^2 = 1 - h + 2\lambda (\operatorname{ch} \kappa_2 + 1). \quad (52)$$

Вне кластера решение дается формулами (14) и (15). В результате из (15) и (52) следует связь между параметрами κ_1 и κ_2

$$\operatorname{ch} \kappa_2 + \operatorname{ch} \kappa_1 = s, \quad (53)$$

из которой видно, что указанный тип решения существует только при $h > \lambda$. Уравнения, аналогичные (21) и (36), теперь выглядят так

$$(2 - \exp(\kappa_1)) \left(\frac{\operatorname{ch}(\kappa_2(l+1))}{\operatorname{ch}(\kappa_2 l)} + 2 \right) = 1, \quad (54)$$

$$(2 - \exp(\kappa_1)) \left(\frac{\operatorname{sh}(\kappa_2(l+1))}{\operatorname{sh}(\kappa_2 l)} + 2 \right) = 1. \quad (55)$$

При этом уравнения (54) и (55), как и ранее, служат для определения параметров соответственно четной моды и нечетной моды колебаний кластера с нечетным числом спинов, и наоборот, для кластера с четным числом спинов уравнение (54) отвечает нечетной моде, а уравнение (55) — четной моде. В частности, в случае $l=0$ уравнение (54) с учетом связи (53) сводится к уравнению (25) для четных мод односпинового кластера, а уравнение (15) дает точное решение для частоты его нечетной моды колебаний. При $l=1/2$ уравнение (55) с учетом связи (53) переходит в уравнение (30) для четных мод двухспинового кластера, а уравнение (54) — в уравнение (48) для нечетных мод. Таким образом, наивысшие по частоте внутренние моды колебаний кластеров отвечают полностью противофазным колебаниям составляющих их спинов, которые локализованы вблизи доменных границ. Они присутствуют в спектрах кластеров любого размера, как видно на рис. 4–6. Они возникают парами, их частоты при

малых обменах λ отщепляются от границы сплошного спектра, практически сливаясь в одну зависимость, затем расходятся и одна за другой возвращаются в сплошной спектр. Однако верхние по частотам моды, которым отвечают, например, приведенные на рис. 5(a) кривые 5 и 6 и кривые 8 и 9 на рис. 6, практически сразу после момента их резкого расхождения описываются не формулами (50) и (51), а решениями (38) и (39). Момент перехода от одной функциональной зависимости к другой зависит и от отношения параметров h и λ , и от размера кластера, и от четности моды. Эта трансформация функционального вида внутренних мод означает переход от локализации колебаний вблизи доменных границ к их распространению по всему спиновому кластеру с дальнейшей тенденцией к делокализации и уходу в сплошной спектр.

6. Заключение

Описав способы нахождения и характерные особенности каждого типа локализованных колебаний, остановимся на общих свойствах спектров внутренних мод спиновых кластеров. Как следует из анализа и видно на представленных рисунках, максимальное число внутренних мод кластера с числом спинов m равно $m+2$ и наблюдается оно при малых λ и фиксированном значении поля h . Кластеры с большим числом спинов обладают внутренними модами, которые состоят из трех групп локализованных колебаний: две моды, убывающие по параметру λ от значения $\sqrt{1-h}$, одна из которых становится модой неустойчивости, две моды противофазных колебаний, которые отщепляются от края сплошного спектра $\sqrt{1+h}$, и остальные моды, начинающиеся с $\sqrt{1-h}$ и растущие с параметром λ . Моды первой и третьей групп соответствуют колебаниям, локализованным у доменных границ. С ростом величины обмена между спинами меняется характер локализации — противофазные высокочастотные колебания распространяются по всему кластеру, однако не выходят за его пределы. В дальнейшем при сближении мод второй и третьей групп становится существенным их взаимное влияние и происходит гибридизация колебаний, снимающая возможность их вырождения — пересечения спектров локализованных колебаний. В результате меняется их функциональный вид, и колебания с наибольшими частотами уходят в сплошной спектр и делокализуются, выходя за границы кластера. Чтобы выяснить детали этого перехода, был численно исследован спектр замкнутой цепочки из 24 спинов с кластером из 4 частиц. Спектр системы представлен на рис. 5(б). Для внутренних мод он полностью совпадает со спектром для бесконечной цепочки, представленным на рис. 5(a). Это объясняется сильной локализацией колебаний и свидетельствует о применимости полученных в работе результатов к анализу спектров замкнутых магнитных молекул со спиновыми кластерами. С другой

стороны, на рис. 5(б) видно, как происходит вхождение мод в сплошной спектр, их гибридизация и пересечение спектров. Действительно, в результате наличия теперь точек вырождения в сплошном спектре наблюдаются интервалы нарушения по параметру λ последовательности четных и нечетных мод делокализованных колебаний. Для конкретного магнетика с определенными значениями обмена и анизотропии важной является зависимость спектров от магнитного поля. Такая зависимость для внутренних мод представлена на рис. 5(в). Видно, что с ростом магнитного поля происходит бифуркационное рождение новых внутренних мод, их выход из сплошного спектра и последующая локализация колебаний. Нанокластеры с одним и двумя спинами выделяются по свойствам, поскольку представляют собой не просто предельные случаи сближения изинговских границ, составляющих кластер, а фактически изолированные дефекты обмена и собственных частот в спиновой матрице, с которыми связано появление локализованных на них колебаний. Полученные результаты могут быть использованы для объяснения пиков локальных частот, лежащих ниже частоты однородного резонанса в квазиодномерных ферромагнетиках с дискретными доменными границами, образующими спиновые кластеры, и эффектов локализации возбуждений в магнитных метаматериалах. Наконец отметим, что вне области устойчивости спиновых кластеров возможны два сценария развития их неустойчивости, которые исследованы нами с помощью численного моделирования уравнения Такено–Хомма. Результаты представлены на рис. 7 в логарифмическом масштабе на плоскости параметров обмена и магнитного поля. Область I соответствует диаграмме устойчивости, приведенной на рис. 3. В области II спиновые кластеры полностью разрушаются и распадаются на дискретные

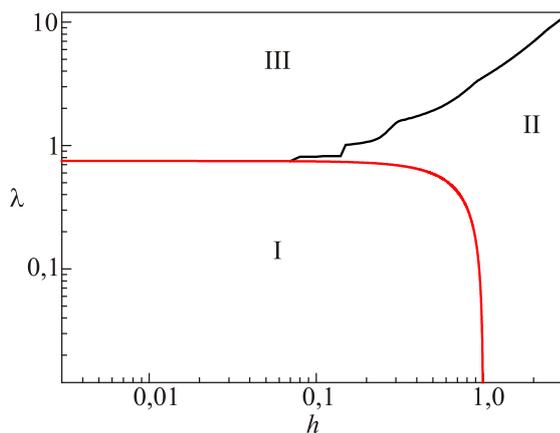


Рис. 7. Границы устойчивости неоднородных спиновых структур на плоскости безразмерных параметров обмена λ и магнитного поля h : в области I существуют устойчивые спиновые кластеры, в области II — не существуют устойчивые статические спиновые структуры, в области III существуют неколлинеарные доменные границы.

бризеры и спиновые волны. В области III они трансформируются в дискретные неколлинеарные солитон-антисолитонные структуры и 360° доменные границы, результатам исследования которых будет посвящена отдельная работа.

Работа поддержана ФФИ НАН Украины (грант № 1.4.10.26.4/Ф26-4) и НАН Украины (грант № 4/18-Н) и выполнена с использованием вычислительных ресурсов грид-кластера ФТИНТ им. Б.И. Веркина НАН Украины.

1. M. Date and M. Motokawa, *Phys. Rev. Lett.* **16**, 1111 (1966).
2. А.Н. Гончарук, А.А. Степанов, Д.А. Яблонский, *ФТТ* **31**, 132 (1989) [*Sov. Phys. Solid State* **31**, 2099 (1989)].
3. М.В. Гвоздикова, А.С. Ковалев, Ю.С. Кившарь, *ФНТ* **24**, 635 (1998) [*Low Temp. Phys.* **24**, 479 (1998)].
4. М.В. Гвоздикова, А.С. Ковалев, *ФНТ* **25**, 1295 (1999) [*Low Temp. Phys.* **25**, 972 (1999)].
5. О.В. Чаркина, М.М. Богдан, *ФНТ* **44**, 824 (2018) [*Low Temp. Phys.* **44**, 644 (2018)].
6. T. Egami, *Phys. Stat. Solidi B* **57**, 211 (1973).
7. E.M. Chudnovski, O. Iglesias, and P.C.E. Stamp, *Phys. Rev. B* **46**, 5392 (1992).
8. Kimin Hong and N. Giordano, *J. Phys. C* **8**, L301 (1996).
9. I.V. Krive and O.B. Zaslavskii, *J. Phys. C* **2**, 9457 (1990).
10. D. Gatteschi, R. Sessoli, and J. Villain, *Molecular Nanomagnets*, Oxford University Press, New York (2006).
11. V.V. Kostyuchenko, I.M. Markevtsev, A.V. Philippov, V.V. Platonov, V.D. Selemir, O.M. Tatsenko, A.K. Zvezdin, and A. Caneschi, *Phys. Rev. B* **67**, 184412 (2003).
12. J. Tejada, E.M. Chudnovsky, E. del Barco, J.M. Hernandez, and T.P. Spiller, *Nanotechnology* **12**, 181 (2001).
13. A. Müller, M. Luban, C. Schröder, R. Modler, P. Kögerler, M. Axenovich, J. Schnack, P. Canfield, S. Bud'ko, and N. Harrison, *Chem. Phys. Chem.* **2**, 517 (2001).
14. E. M. Chudnovsky and J. Tejada, *Macroscopic Quantum Tunneling of the Magnetic Moment*, Cambridge University Press, Cambridge (1998).
15. C. Dupas and J.P. Renard, *J. Phys. C* **10**, 5057 (1977).
16. А.Г. Андерс, С.В. Волоцкий, В.Г. Борисенко, Ю.В. Переверзев, *ФНТ* **15**, 39 (1989) [*Sov. J. Low Temp. Phys.* **15**, 21 (1989)].
17. R.S. Rubins, T.D. Black, A.Sohn, and J.E. Drumheller, *Phys. Rev. B* **49**, 15366 (1994).
18. S. Takeno and S. Homma, *Prog. Theor. Phys.* **70**, 308 (1983).
19. S. Homma and S. Takeno, *Prog. Theor. Phys.* **72**, 679 (1984).
20. S. Takeno and S. Homma, *J. Phys. Soc. Jpn.* **55**, 2547 (1986).
21. S. Homma and S. Takeno, *Prog. Theor. Phys.* **74**, 618 (1985).
22. В.В. Белошапкин, Г.П. Берман, А.Г. Третьяков, Е.В. Штуккерт, *ЖЭТФ* **100**, 1238 (1991) [*Sov. Phys. JETP* **73**, 683 (1991)].
23. А.М. Kossévich, *The Crystal Lattice (Phonons, Solitons, Dislocations)*, WILEY-VCH Verlag Berlin GmBH, Berlin (1999).

Вплив магнітного поля на стійкість та спектр збуджень спінових нанокластерів в анізотропних ферромагнітних ланцюжках

М.М. Богдан, В.І. Белан, О.В. Чаркіна

Точно вирішено спектральну задачу для внутрішніх мод коливань спінового нанокластера у анізотропному ферромагнітному ланцюжку, який знаходиться у магнітному полі, в рамках дискретної моделі Такено–Хомма. Побудовано діаграму стійкості на площині параметрів обміну та магнітного поля для спінових кластерів довільного розміру. Знайдено явні вирази для внутрішніх мод коливань нанокластерів та розраховано їхні частотні залежності від параметрів обміну та магнітного поля.

Ключові слова: ферромагнітний ланцюжок, спіновий кластер, магнітне поле, стійкість, внутрішні моди, рівняння Такено–Хомма.

Effect of magnetic field on stability and excitation spectrum of spin nanoclusters in anisotropic ferromagnetic chains

M.M. Bogdan, V.I. Belan, and O.V. Charkina

The spectral problem of the internal mode oscillations of a spin nanocluster in an anisotropic ferromagnetic chain placed in a magnetic field has been solved exactly within the framework of the discrete Takeno–Homma model. A stability diagram on the plane of parameters of the exchange and the magnetic field is constructed for spin clusters of arbitrary sizes. Explicit expressions for the internal mode oscillations of nanoclusters are found and the frequency dependences on parameters of the exchange and the magnetic field are calculated.

Keywords: ferromagnetic chain, spin cluster, magnetic field, stability, internal modes, Takeno–Homma equation.