

# Дискретизация тока и магнитного поля сверхпроводящей структурой с асимметричным квантовым интерферометром

С.И. Бондаренко, В.Н. Фенченко, В.П. Коверя, А.В. Кревсун

*Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины  
пр. Науки, 47, г. Харьков, 61103, Украина  
E-mail: bondarenko@ilt.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 3 января 2019 г., опубликована онлайн 26 июня 2019 г.

Построена математическая модель квантовых процессов в асимметричном интерферометре сверхмалой индуктивности  $L_0 \approx 10^{-13}$  Гн, шунтированном сверхпроводящим высокоиндуктивным контуром  $L_1 \gg L_0 \cdot 10^7$ . Проведена верификация модели путем сравнения расчетных параметров модели с экспериментально измеренными величинами.

Ключевые слова: асимметричный квантовый интерферометр, точечный контакт Джозефсона, дискретизация тока и магнитного поля.

## Введение

Устройства на основе сверхпроводящих квантовых интерферометров, называемых СКВИДами, находят широкое применение для высокочувствительных магнитных измерений [1–4], а в последние годы все большее внимание уделяется применению СКВИДов в качестве элементов вычислительной техники [5]. Одним из важных направлений такого применения является создание сверхпроводящих устройств, обеспечивающих преобразование аналоговых электрических величин в их дискретные значения. Такое дискретное преобразование аналоговых значений тока и магнитного поля может обеспечить предложенная нами структура [6–8], представляющая асимметричный сверхпроводящий квантовый интерферометр постоянного тока, шунтированный относительно большой сверхпроводящей индуктивностью.

После открытия эффекта Джозефсона [9] распределение тока в сверхпроводящих контурах с контактами Джозефсона, их токовое и магнитное состояние изучали в основном в квантовых интерферометрах постоянного тока, индуктивности ветвей которых ограничены соотношением  $E_M \gg E_T$  между магнитной энергией контура квантования  $E_M \approx \Phi_0^2 / (2L_0)$  ( $L_0$  — индуктивность интерферометра,  $\Phi_0$  — квант магнитного потока) и энергией возмущающих тепловых процессов  $E_T \approx kT$  ( $k$  — постоянная Больцмана,  $T$  — температура). В част-

ности, для работы интерферометра при  $T = 4,2$  К необходимо, чтобы его индуктивность  $L_0$  была меньше  $10^{-9}$  Гн. Если индуктивность интерферометра больше, то он теряет свои свойства из-за термических флуктуаций. Это послужило причиной отсутствия интереса к изучению критических токовых состояний и реакции на внешнее магнитное поле сверхпроводящих контуров с контактами Джозефсона, имеющих значительно большие значения индуктивности, чем индуктивность интерферометров.

Между тем, в таких контурах обнаруживаются ранее неизвестные квантовые явления — этим объясняется растущий в последнее время интерес к исследованию их токовых характеристик. В частности, асимметричные сверхпроводящие квантовые интерферометры постоянного тока (с двумя точечными контактами Джозефсона с различными критическими токами), шунтированные сверхпроводящей индуктивностью значительной величины, позволяют одновременно измерять ключевые параметры сверхпроводников — ширину их энергетической щели и время релаксации сверхпроводящего состояния. Ширина энергетической щели, как известно, определяет максимально возможную скорость перемещения куперовских пар и, тем самым, плотность критического тока сверхпроводника, а время релаксации сверхпроводящего состояния ограничивает максимальную скорость быстрогодействия устройств на основе сверхпроводников. Такие измерения базируются

на двух базовых концепциях — теоретическом предсказании А. Сильвера и Дж. Циммермана [10–12] о том, что импульс напряжения на сверхпроводящем квантовом интерферометре во время дискретного переключения циркулирующего тока в нем пропорционален энергетической щели сверхпроводника и предложенном в [8] продлении длительности импульса напряжения к хорошо измеряемой величине путем шунтирования интерферометра большой сверхпроводящей индуктивностью (значительно больше, чем  $10^{-9}$  Гн).

Заметим, что исследования токовых состояний квантовых интерферометров, шунтированных индуктивностями [13], проводились и ранее. Но при этом рассматривались индуктивности только из несверхпроводящих металлов. А математическое описание процессов, проходящих в квантовом интерферометре, шунтированном сверхпроводящей индуктивностью, пока отсутствует, что ограничивает применение метода одновременного измерения энергетической щели сверхпроводника и времени релаксации сверхпроводящего состояния.

Целью настоящей работы явилось построение теории процессов, происходящих в асимметричном сверхпроводящем квантовом интерферометре постоянного тока с предельно малой индуктивностью  $L_0 \approx 10^{-13}$  Гн, шунтированного большой сверхпроводящей индуктивностью  $L_1 \gg L_0 \cdot 10^7$ , при пропускании через нее постоянного тока или при воздействии на нее постоянного магнитного поля.

### 1. Математическая модель шунтированного асимметричного интерферометра

Основными характеристиками асимметричного интерферометра (рис. 1), шунтированного сверхпроводящим высокоиндуктивным контуром, являются зависимость тока, протекающего через шунтирующий контур, от величины транспортного тока и потока внешнего магнитного поля через шунтирующий контур, а также величина и длительность возникающих на шунтирующем контуре импульсов напряжения.

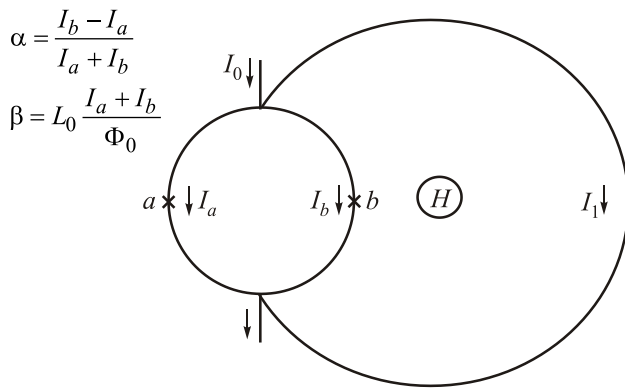


Рис. 1. Асимметричный интерферометр, шунтированный сверхпроводящей индуктивностью.

Так как индуктивность интерферометра много меньше индуктивности шунтирующего контура, то до достижения критической величины ток  $I_i$ , протекающий через интерферометр, практически представляет сумму транспортного тока  $I_0$  и вызванного внешним магнитным полем  $H$  тока в шунтирующем контуре  $I_1$

$$I_i = I_0 + I_1. \quad (1)$$

С другой стороны, ток  $I_i$  представляет собой сумму токов, протекающих через параллельно включенные контакты Джозефсона. Поэтому в силу стационарного эффекта Джозефсона в случае синусоидальной зависимости тока контактов от разности фаз

$$I_i = I_a \sin \varphi_a + I_b \sin \varphi_b, \quad (2)$$

где  $\varphi_a, \varphi_b$  — разности фаз параметра порядка на контактах, а  $I_a, I_b$  — критические токи контактов.

Уравнение (1) должно быть дополнено условием однозначности волновой функции при обходе контура интерферометра

$$\frac{\varphi_a - \varphi_b}{2\pi} = -\frac{\Phi}{\Phi_0}, \quad (3)$$

где  $\Phi = \Phi_e + L_0 I_s$  — полный магнитный поток через контур интерферометра,  $\Phi_e$  — внешний магнитный поток,  $L_0$  — индуктивность интерферометра, а  $I_s$  — циркулирующий экранирующий ток в интерферометре. Он связан с джозефсоновскими токами, текущими через контакты, соотношением [14]

$$I_s = \frac{L_a I_a \sin \varphi_a - L_b I_b \sin \varphi_b}{L_0}, \quad (4)$$

где коэффициенты  $L_a, L_b$  соответствуют индуктивностям плеч интерферометра. Таким образом, условие однозначности волновой функции при обходе контура интерферометра в предположении одинаковой индуктивности левого и правого плеча интерферометра и нулевого внешнего магнитного потока  $\Phi_e$  имеет вид

$$\frac{\varphi_a - \varphi_b}{\pi} + L_0 \frac{I_a \sin \varphi_a - I_b \sin \varphi_b}{\Phi_0} = 0. \quad (5)$$

Здесь следует обратить внимание, что для анализа протекающих в интерферометрах токов, в том числе и в асимметричных, в известных нам работах других авторов необходимым параметром являлся внешний магнитный поток  $\Phi_e$  [14,15]. В нашем случае этот поток равен нулю. Величина критического тока интерферометра, распределение токов в интерферометре и магнитный поток в нем определяются только суммарным транспортным током через интерферометр и степенью асимметрии критических токов его контактов. Это потребовало разработки нового метода анализа токовых состояний асимметричного интерферометра, изложенного ниже.

Нормируем токи на сумму критических токов контактов, определим параметр асимметрии интерферометра  $\alpha = (I_b - I_a) / (I_b + I_a)$ ,  $|\alpha| < 1$  и введем параметр  $\beta = L_0 (I_b + I_a) / \Phi_0$ , тогда токи  $i_a, i_b$ , протекающие в плечах интерферометра, определяются следующими выражениями:

$$\begin{cases} i_a = \frac{1-\alpha}{2} \sin \varphi_a, \\ i_b = \frac{1+\alpha}{2} \sin \varphi_b, \end{cases} \quad (6)$$

суммарный ток через интерферометр равен

$$i = \frac{(1-\alpha) \sin \varphi_a + (1+\alpha) \sin \varphi_b}{2}, \quad (7)$$

величина циркулирующего тока

$$i_s = \frac{(1-\alpha) \sin \varphi_a - (1+\alpha) \sin \varphi_b}{4}, \quad (8)$$

магнитный поток

$$f_s = \beta \frac{(1-\alpha) \sin \varphi_a - (1+\alpha) \sin \varphi_b}{4}, \quad (9)$$

а условие однозначности волновой функции при обходе контура интерферометра имеет вид

$$\varphi_a - \varphi_b + \frac{\pi\beta}{2} [(1-\alpha) \sin \varphi_a - (1+\alpha) \sin \varphi_b] = 0. \quad (10)$$

Определение критического тока интерферометра сводится к нахождению максимума транспортного тока с условием однозначности волновой функции при обходе контура интерферометра. Эта задача может быть решена методом неопределенных множителей Лагранжа, который заключается в сведении этой задачи к задаче поиска безусловного экстремума вспомогательной функции [16]. Эта функция представляет собой линейную комбинацию выражения для транспортного тока  $f$  и условия  $\varphi_i$  однозначности волновой функции, взятого  $\lambda_i$  с коэффициентом  $\lambda$ , называемым множителем Лагранжа,

$$F = \frac{(1-\alpha) \sin \varphi_a + (1+\alpha) \sin \varphi_b}{2} + \lambda \left\{ \varphi_a - \varphi_b + \frac{\pi\beta}{2} [(1-\alpha) \sin \varphi_a - (1+\alpha) \sin \varphi_b] \right\}, \quad (11)$$

и составим систему уравнений, приравняв к нулю частные производные полученной функции по  $\varphi_a, \varphi_b, \alpha$  и  $\lambda$

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial \varphi_a} = \frac{(1-\alpha) \cos \varphi_a}{2} + \lambda \left\{ 1 + \frac{\pi\beta}{2} (1-\alpha) \cos \varphi_a \right\} = 0, \\ \frac{\partial F}{\partial \varphi_b} = \frac{(1+\alpha) \cos \varphi_b}{2} - \lambda \left\{ 1 + \frac{\pi\beta}{2} (1+\alpha) \cos \varphi_b \right\} = 0, \\ \frac{\partial F}{\partial \lambda} = \varphi_a - \varphi_b + \frac{\pi\beta}{2} [(1-\alpha) \sin \varphi_a - (1+\alpha) \sin \varphi_b] = 0. \end{cases} \quad (12)$$

Исключая  $\lambda$ , преобразуем систему к виду

$$\begin{cases} \frac{\cos \varphi_a}{1+\alpha} + \frac{\cos \varphi_b}{1-\alpha} + \pi\beta \cos \varphi_a \cos \varphi_b = 0, \\ \varphi_a - \varphi_b + \frac{\pi\beta}{2} [(1-\alpha) \sin \varphi_a - (1+\alpha) \sin \varphi_b] = 0. \end{cases} \quad (13)$$

Значения разности фазы параметра порядка на контактах, соответствующие экстремуму функции (11) при выполнении условия (10), которые обозначим  $\varphi_a^*, \varphi_b^*$ , находятся среди решений системы (13). В частности, достаточным условием этого является отрицательность второго дифференциала функции Лагранжа.

Для симметричного интерферометра в отсутствие внешнего поля критический ток равен сумме критических токов контактов Джозефсона, и этот ток, очевидно, не создает никакого магнитного потока.

Для асимметричного интерферометра критический ток

$$i_c = i_a \sin \varphi_a^* + i_b \sin \varphi_b^* \quad (14)$$

вообще говоря, меньше, чем сумма критических токов контактов, а создаваемый критическим током магнитный поток отличен от нуля

$$f_s = \beta \frac{i_a \sin \varphi_a^* - i_b \sin \varphi_b^*}{2}. \quad (15)$$

Заметим, что если разница в критических токах контактов Джозефсона невелика ( $|\alpha\beta| \ll 1$ ), то, как следует из системы (13), разности фаз параметра порядка на обоих контактах Джозефсона отличаются незначительно:

$$\varphi_a^* \approx \frac{\pi}{2}, \quad \varphi_b^* \approx \frac{\pi}{2}, \quad (16)$$

критический ток интерферометра близок к сумме критических токов контактов Джозефсона, а создаваемый этим током магнитный поток мал

$$i_c \approx 1, \quad f_s \approx \frac{\alpha\beta}{2} \ll 1. \quad (17)$$

Если же разница в критических токах контактов Джозефсона значительна ( $\pi\beta(1-|\alpha|) \ll 1$ ), то для такого интерферометра (примем для определенности  $I_b > I_a$ )

$$\varphi_a^* \approx \frac{\pi}{2}(1+2\beta), \quad \varphi_b^* \approx \frac{\pi}{2} \quad (18)$$

и, следовательно, критический ток и создаваемый этим током магнитный поток лежат в пределах

$$\alpha \leq i_c \leq 1, \quad \frac{\alpha\beta}{2} \leq f_s \leq \frac{\beta}{2}. \quad (19)$$

Рассматриваемый интерферометр отличается значительной асимметрией критических токов контактов Джозефсона. Для такого интерферометра изменение разностей фаз параметра порядка на «слабом» контакте

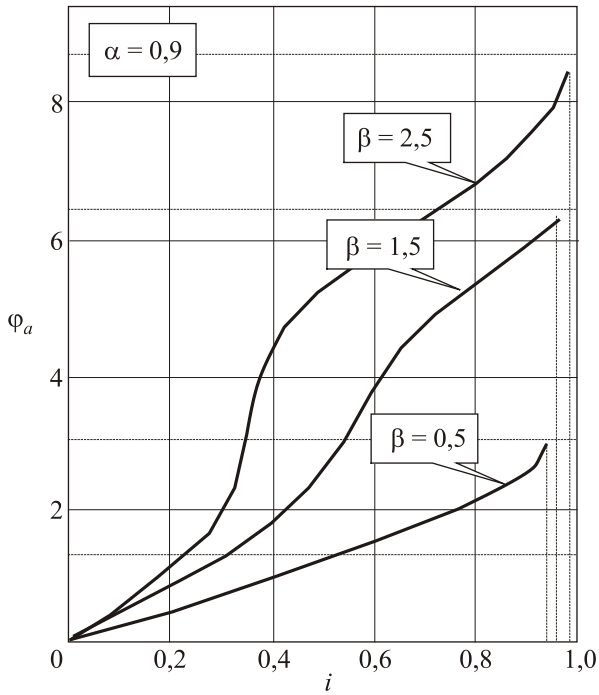


Рис. 2. Зависимости разности фаз  $\varphi$  параметра порядка на «слабом» контакте интерферометра от тока через интерферометр.

Джозефсона (на «сильном» контакте Джозефсона разность фаз близка к  $\pi/2$ ) по мере увеличения тока через интерферометр вплоть до критического значения для характерных значений параметра  $\beta$  показано на рис. 2. Типичные зависимости критического тока интерферометра от степени асимметрии  $\alpha$  и параметра  $\beta$ , а также создаваемого этим током магнитного потока  $f_s$  от параметра  $\beta$  показаны на рис. 3, 4.

На рис. 4, в частности, видно, как значительные увеличения магнитного потока  $f_s$ , создаваемого разностью транспортных токов в ветвях интерферометра при значениях  $\alpha = 0,55-0,75$ , вызывают значительное и соответствующее рассматриваемой модели процессов

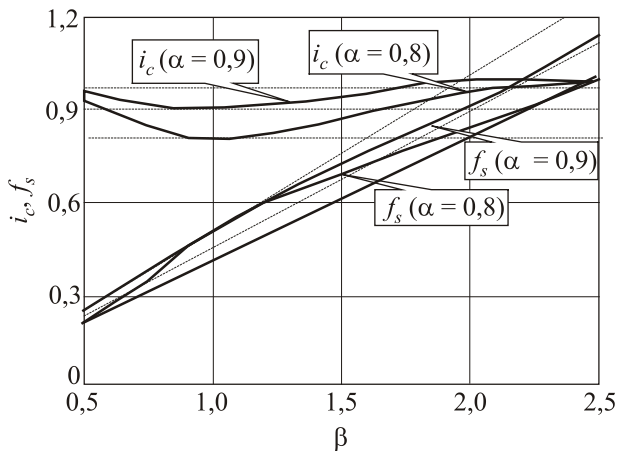


Рис. 3. Зависимости критического тока и создаваемого им магнитного потока интерферометра от параметра  $\beta$ .

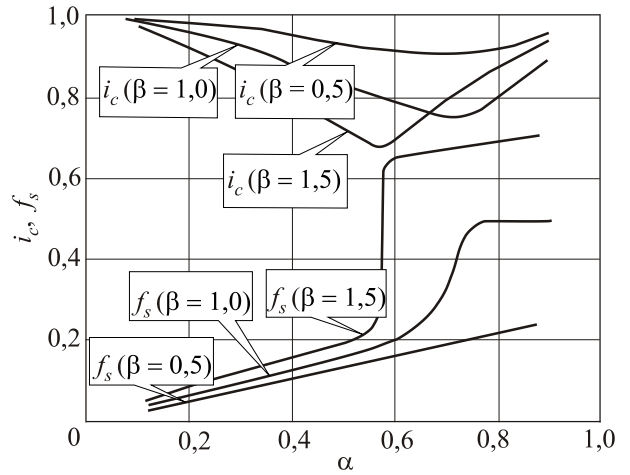


Рис. 4. Зависимости критического тока и создаваемого им магнитного потока интерферометра от асимметрии.

в интерферометре уменьшение его критического тока  $i_c$ . Это означает, что увеличенное значение потока возбуждает увеличенное значение циркулирующего тока в интерферометре, что приводит к уменьшению величины транспортного тока, необходимого для достижения критического состояния контактов интерферометра.

Воспользовавшись выражением (9) для магнитного потока и условием однозначности волновой функции (10), получим связь магнитного потока с разностями фазы параметра порядка на контактах Джозефсона:

$$f_s = \beta \frac{(1-\alpha) \sin(\varphi_b - 2\pi f_s) - (1+\alpha) \sin \varphi_b}{4} = \beta \frac{(1-\alpha) \sin \varphi_a - (1+\alpha) \sin(\varphi_a - 2\pi f_s)}{4}. \quad (20)$$

Так как для рассматриваемого интерферометра значение коэффициента асимметрии  $|\alpha|$  близко к единице, то из (20) следует, что ток через интерферометр однозначно определяется значениями разностей фазы параметра порядка на контактах Джозефсона, если параметр  $\beta$  таков, что критический ток создает магнитный поток через контур интерферометра, меньший половины кванта потока [8].

Таким образом, значениям разностей фазы параметра порядка, отвечающим критическому току интерферометра, соответствует единственное квантовое состояние интерферометра с током, равным критическому. Как только ток через интерферометр превысит критическое значение, контакты Джозефсона переходят в резистивное состояние, на них появляется напряжение, и ток начинает поступать в шунтирующую индуктивность, а ток через интерферометр, соответственно, начинает уменьшаться. При уменьшении тока через интерферометр до критического значения контакты Джозефсона вновь переходят в сверхпроводящее состояние и поступление тока в шунтирующую индуктивность прекращается. Таким образом, ток в интерферометре оста-

ется равным критическому значению, а в шунтирующей индуктивности ток растет пропорционально росту транспортного тока.

Если же критический ток в сильно асимметричном интерферометре создает магнитный поток через контур интерферометра, большой половины кванта потока, то одинаковым значениям разностей фаз параметра порядка могут соответствовать разные величины магнитного потока через контур интерферометра и, следовательно, разные значения тока через интерферометр. В частности, значениям разностей фаз параметра порядка, отвечающим критическому току интерферометра, соответствует как минимум два квантовых состояния интерферометра (при больших значениях  $\beta$  таких состояний может быть, вообще говоря, несколько) — одно состояние с током, равным критическому, а другое с током, меньшим критического на некоторую величину  $\delta i$ . При увеличении тока через интерферометр свыше критического значения на контактах Джозефсона появляется напряжение, и ток начинает поступать в шунтирующую индуктивность, а ток через интерферометр начинает уменьшаться. Но теперь уменьшение тока через интерферометр и, соответственно, рост тока в шунтирующей индуктивности происходит пока интерферометр не перейдет в квантовое состояние с наименьшим током. Это квантовое состояние интерферометра существует пока ток через него снова не достигнет критического значения. Для этого, очевидно, транспортный ток должен увеличиться на  $\delta i$ . Таким образом, в шунтирующей индуктивности формируются характерные «ступени» тока, величина которых в приведенных значениях равна [8]

$$\delta i = \frac{1}{2\beta}. \quad (21)$$

Это соответствует в физических единицах условию появления дискретных переключений тока в интерферометре и шунтирующей индуктивности

$$\delta I_c = \delta I_1 \equiv \delta I = \frac{\Phi_0}{2L_0}. \quad (22)$$

При этом нам представляется, что процесс переключения состоит из двух явлений — в шунтирующую индуктивность переходит ток, определяемый соотношением (22), но поток в интерферометре изменяется на квант потока.

В момент скачка тока в контуре интерферометра генерируется импульс напряжения  $\delta u = \Phi_0 / \tau$ , где  $\tau$  — время релаксации токового состояния контактов интерферометра. Этот импульс непосредственно связан с энергетической щелью сверхпроводника  $\delta u \approx \Delta / e$  и, значит, величину энергетической щели сверхпроводника можно оценить по формуле

$$\Delta \approx e \delta u. \quad (23)$$

Так как характерное время перехода интерферометра в новое квантовое состояние определяется индуктивностью шунтирующего контура  $L_1$ , то оно намного больше, чем время релаксации

$$\delta t = \frac{L_1}{L_0} \tau, \quad (24)$$

и легко может быть измерено. Используя теперь следующую из (22) оценку индуктивности интерферометра, получаем:

$$L_0 = \frac{1}{2\delta i} \frac{\Phi_0}{I_a + I_b}, \quad (25)$$

а также расчетную формулу для оценки времени релаксации

$$\tau = \frac{\Phi_0}{2L_1} \frac{\delta t}{\delta i (I_a + I_b)}. \quad (26)$$

### 1.1. Управление транспортным током

Рассмотрим вначале случай, когда ток через интерферометр растет только за счет изменения транспортного тока, а внешнее магнитное поле отсутствует.

Пока транспортный ток меньше критического, ток в интерферометре растет, а ток в шунтирующей индуктивности практически отсутствует в силу закона Лауэ [17]. Заметим, что если транспортный ток мал, токи в плечах интерферометра близки и, следовательно, магнитный поток через контур интерферометра незначителен. По мере роста транспортного тока из-за возрастания параметрической индуктивности [18] контактов Джозефсона разница токов в плечах интерферометра растет и, соответственно, увеличивается магнитный поток через контур интерферометра.

Если асимметрия интерферометра относительно невелика и при увеличении транспортного тока до критической величины магнитный поток через контур интерферометра не превышает половину кванта потока, то дискретные изменения тока в шунтирующей индуктивности отсутствуют (рис. 5(a)). После достижения критического значения ток в интерферометре остается равным критическому значению, а ток в шунтирующей индуктивности растет пропорционально росту транспортного тока

$$I_1 = \begin{cases} 0, & I < I_c, \\ I - I_c, & I > I_c, \end{cases} \quad I_i = \begin{cases} I, & I \leq I_c, \\ I_c, & I > I_c, \end{cases} \quad (27)$$

где  $I_c$  — критический ток интерферометра.

Если затем начать уменьшать транспортный ток, то, так как индуктивность интерферометра намного меньше шунтирующей индуктивности, ток в интерферометре начинает уменьшаться, а ток в шунтирующей индуктивности при этом не меняется. После уменьшения тока в

интерферометре до отрицательного по знаку критического значения, начинает уменьшаться ток в шунтирующей индуктивности и когда транспортный ток уменьшится до нуля, в шунтирующем контуре останется ток, равный по величине критическому току интерферометра. При этом в интерферометре существует критический ток противоположного знака (см. рис. 5(б)).

Если асимметрия интерферометра достаточно велика и критический ток создает магнитный поток, бóльший половины кванта потока, то при достижении критического значения тока интерферометра в шунтирующей индуктивности появляются дискретные скачки тока  $\delta I_1 = \delta I$  (22), сопровождаемые импульсами напряжения (рис. 5(в)).

Эти скачки тока в шунтирующей индуктивности начинаются, когда транспортный ток превысит критическое значение, они имеют величину  $\delta I = \Phi_0 / (2L_0 I_c)$  и происходят каждый раз при увеличении транспортного тока на  $\delta I$  ( $k = 1, 2, \dots$ ):

$$I_1 = \begin{cases} 0, & I \leq I_c \\ k\delta I, & k\delta I < I - I_c < (k+1)\delta I, \end{cases} \quad (28)$$

$$I_i = \begin{cases} I, & I \leq I_c \\ I - (k+1)\delta I, & k\delta I < I - I_c < (k+1)\delta I. \end{cases}$$

Если после достижения транспортным током некоторого значения начать его уменьшать, то, так как индуктивность интерферометра много меньше шунтирующей индуктивности, вначале при достижении критического

тока интерферометра магнитный поток в контуре интерферометра уменьшается, соответственно, уменьшается экранирующий ток в нем. Часть транспортного тока переходит из шунтирующей индуктивности в интерферометр, и контакты Джозефсона снова переходят в сверхпроводящее состояние. При уменьшении транспортного тока до нуля в шунтирующем контуре останется ток, который был в нем при транспортном токе, равном  $I_0 = 2I_c$ , т.е. ток  $I_0$ , равный критическому току интерферометра  $I_c$  (рис. 5(г)). Именно такой ток регистрируется в эксперименте.

Заметим, что если поток внешнего магнитного поля через шунтирующую индуктивность отличен от нуля, то характер изменения тока останется прежним, однако скачки тока начнутся при меньшем или большем значении транспортного тока в зависимости от вызванного внешним полем направления тока в шунтирующей индуктивности.

### 1.2. Управление внешним магнитным полем

Рассмотрим теперь случай, когда ток через интерферометр  $I_i$  растет за счет изменения внешнего магнитного поля через контур шунтирующей индуктивности.

Если асимметрия интерферометра невелика, так что при увеличении внешнего магнитного поля до величины, при которой ток через интерферометр достиг критического значения, магнитный поток через его контур не превышает половины кванта потока то, так как контакты Джозефсона перешли в резистивное состояние, ток в шунтирующей индуктивности падает до нуля, а

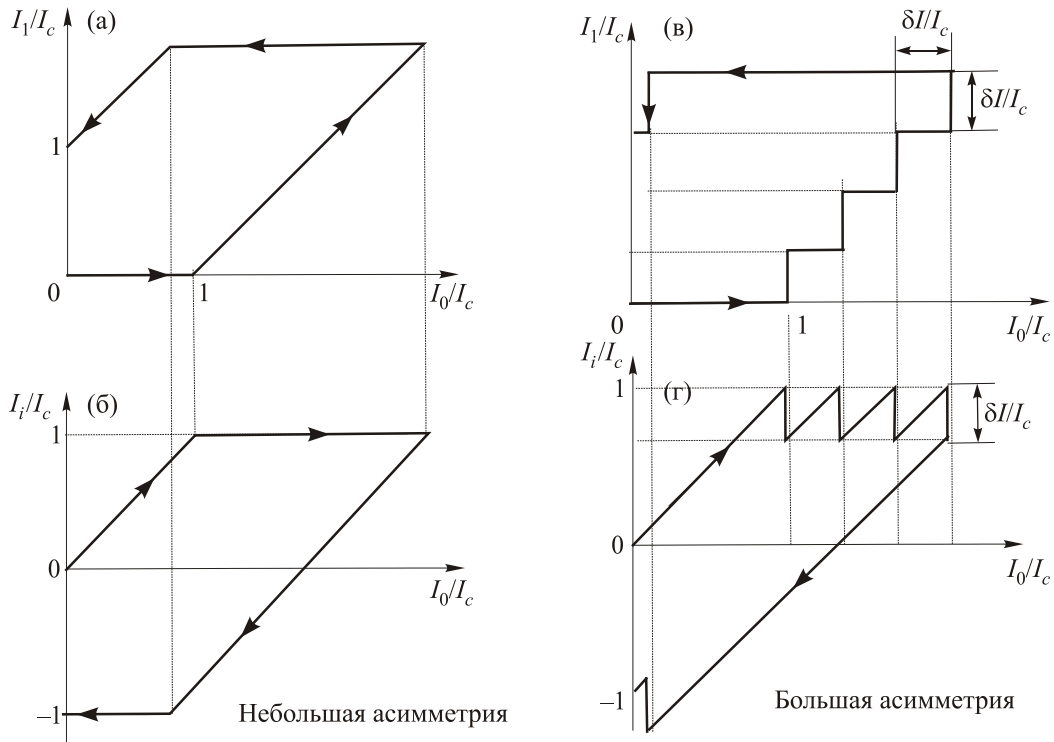


Рис. 5. Зависимость тока в шунтирующей индуктивности  $I_1 / I_c$  и интерферометре  $I_i / I_c$  от транспортного тока.

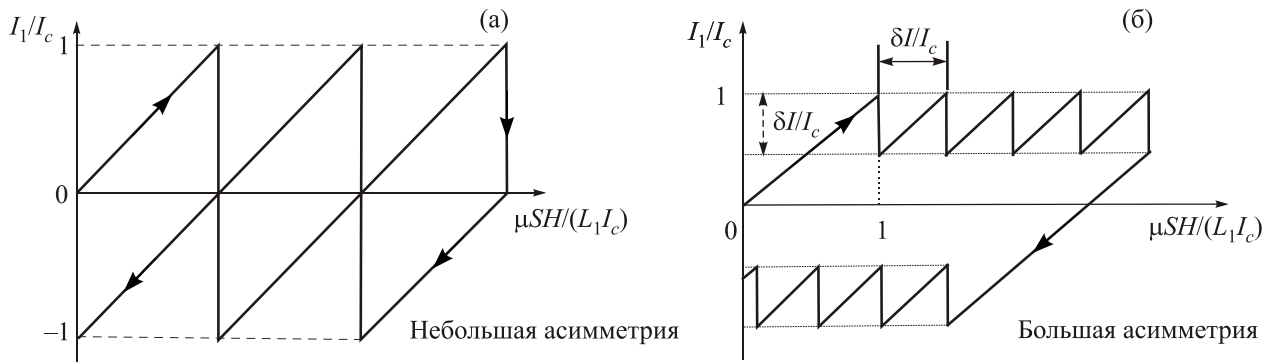


Рис. 6. Зависимость тока в шунтирующей индуктивности  $I_1 / I_c$  от внешнего магнитного поля при малой (а) и сильной (б) асимметрии. Ток в интерферометре  $I_i / I_c$  совпадает с током в индуктивности.

контакты Джозефсона возвращаются в сверхпроводящее состояние (рис. 6(а)). Ток, протекающий через интерферометр, очевидно, совпадает с током в шунтирующей индуктивности

$$I_1 = \frac{\mu S}{L_1} H - k I_c, \quad \frac{L_1 I_c}{\mu S} k < H < \frac{L_1 I_c}{\mu S} (k + 1), \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (29)$$

где  $\mu = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м — магнитная проницаемость вакуума,  $S$  — площадь шунтирующего контура,  $H$  — внешнее (ортогональное к плоскости шунтирующего контура) магнитное поле, а  $I_c$  — критический ток интерферометра.

Если асимметрия интерферометра достаточно велика, так что при увеличении внешнего магнитного поля до величины, при которой ток через интерферометр достиг критического значения, магнитный поток через его контур, превышает половину кванта потока, то при достижении критического значения тока интерферометра в шунтирующей индуктивности появляются дискретные скачки тока (рис. 6(б)). Эти скачки тока начинаются, когда ток через интерферометр превысит критическое значение, они имеют величину  $\delta I$  и происходят каждый раз при увеличении циркулирующего тока в шунтирующей индуктивности на  $\delta I$

$$I_1 = \begin{cases} \frac{\mu S}{L_1} H, & H < \frac{L_1 I_c}{\mu S}, \\ I_c - \delta I + \left( \frac{\mu S}{L_1 \delta I} H - k I_c \right), & \frac{L_1 I_c}{\mu S} \delta I k < H < \frac{L_1 I_c}{\mu S} \delta I (k + 1) \end{cases}, \quad k = 1, 2, \dots \quad (30)$$

Заметим, что если при изменении магнитного поля транспортный ток имеет отличное от нуля значение, то характер зависимости тока в шунтирующей индуктивности остается прежним, но скачки тока, естественно, начинаются при другом значении магнитного поля.

## 2. Верификация модели

Контур экспериментального интерферометра сформирован из ниобиевого микропровода диаметром 70 мкм, концы которого укладывались друг на друга крестообразно и сжимались механически. В месте их пересечения возникал прижимной контакт Джозефсона. Дж. Циммерман и А. Сильвер [10] первыми обратили внимание на то, что микроструктура прижимного точечного контакта такова, что он обычно представляет собой своеобразный сверхминиатюрный сверхпроводящий квантовый интерферометр с несколькими микроконтактами

с различными критическими токами, соединенными параллельно.

Высокоиндуктивный шунтирующий контур был выполнен из ниобиевого микропровода и содержал две последовательно включенные сверхпроводящие катушки. Сумма их индуктивностей в основном определяет геометрическую индуктивность шунтирующего контура, которая составляет  $L_1 \approx 1,6 \cdot 10^{-6}$  Гн. Одна катушка с индуктивностью  $0,6 \cdot 10^{-6}$  Гн намотана на сердечнике датчика феррозонда, который предназначен для регистрации тока в шунтирующем контуре по величине магнитного поля, измеряемого феррозондом. Вторая катушка с индуктивностью  $1,0 \cdot 10^{-6}$  Гн является первичной обмоткой криогенного импульсного трансформатора, который предназначен для преобразования скачка тока в шунтирующем контуре в импульс напряжения на вторичной обмотке трансформатора.

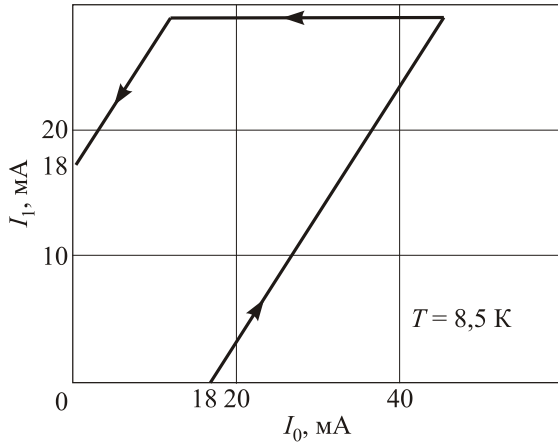


Рис. 7. Зависимость тока в шунтирующем контуре от транспортного тока при температуре 8,5 К.

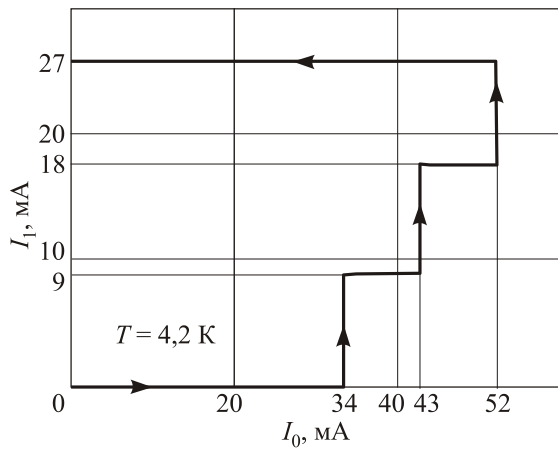


Рис. 8. Зависимость тока в шунтирующем контуре от транспортного тока при температуре 4,2 К.

Методика изготовления интерферометра и проведения измерений подробно описаны в [6–8], а на рис. 7–9 и в табл. 1 приведены экспериментально полученные зависимости тока в шунтирующем контуре от транспортного тока и соответствующие скачки напряжения.

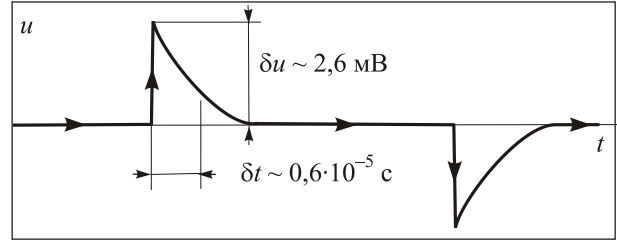


Рис. 9. Скачки напряжения на шунтирующей индуктивности от транспортного тока при температуре 4,2 К.

Зависимость, приведенная на рис. 7 отвечает случаю «малой» асимметрии интерферометра. Эта зависимость была получена при размещении интерферометра в парах гелия, что вызвало повышение его температуры до 8,5 К и, следовательно, привело к уменьшению критического тока контактов Джозефсона и создаваемого критическим током магнитного потока.

Рост тока в шунтирующем контуре начался при увеличении транспортного тока до  $I_c^{8.5} \approx 18$  мА, поэтому это критический ток интерферометра при температуре  $T = 8,5$  К. Дискретных скачков тока в шунтирующем контуре при такой температуре не наблюдалось, следовательно, созданный этим критическим током магнитный поток был менее половины кванта, т.е. выполняется неравенство  $\Phi_x^{8.5} < \Phi_0 / 2$ .

Зависимость, приведенная на рис. 8 отвечает случаю «большой» асимметрии интерферометра. Эта зависимость была получена при температуре интерферометра 4,2 К. При такой температуре критические токи контактов Джозефсона увеличились и, соответственно, увеличился создаваемый магнитный поток. Скачки тока в шунтирующем контуре составили  $\delta I_{4.2} \approx 9$  мА и начались при токе  $I_c^{4.2} \approx 34$  мА, это, очевидно, критический ток интерферометра при температуре  $T = 4,2$  К. При этом токе происходят дискретные скачки тока в шунтирующем контуре, то, следовательно, должно выполняться неравенство  $\Phi_x^{4.2} \geq \Phi_0 / 2$ . С другой сторо-

Таблица 1. Данные экспериментально полученных зависимостей

Температура интерферометра, К	Критический ток, мА	Скачки тока в шунтирующей индуктивности, мА	Скачки напряжения на шунтирующей индуктивности, мВ	Продолжительность импульса на шунтирующей индуктивности, мкс
8,5	18±0,3	—	—	—
4,2	34±0,3	9±0,2	2,6±0,2	6±1

Таблица 2. Сопоставление результатов расчетов с литературными данными

Расчетная индуктивность интерферометра, пГн	Расчетное время релаксации, мкс	Расчетная ширина энергетической щели, мэВ
0,06–0,18 (> 0,04, по данным [8])	0,4 · 10 <sup>-12</sup> (10 <sup>-12</sup> , по данным [12])	2,6 (2,8, по данным [19])



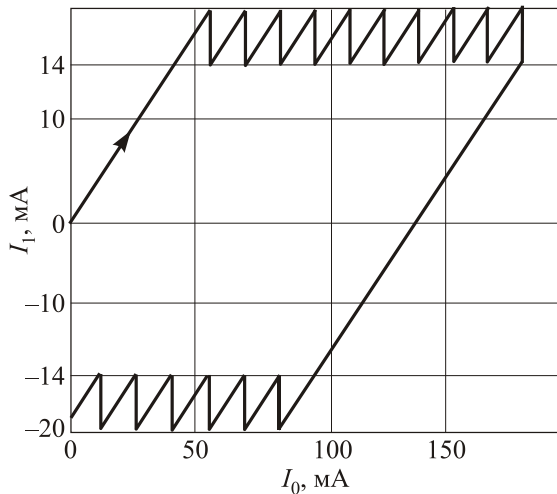


Рис. 10. Зависимость тока в шунтирующей индуктивности от тока, возбуждающего магнитное поле.

ны, так как магнитный поток интерферометра возрастает пропорционально росту критического тока, то  $\Phi_x^{4,2} \approx \Phi_x^{8,5} I_c^{4,2} / I_c^{8,5} < 0,95\Phi_0$ , т.е. магнитный поток, созданный критическим током, при температуре  $T = 4,2$  К заведомо не превосходил кванта потока, значит при достижении критического значения тока в контуре интерферометра поток изменялся только на один квант потока.

Измеренное традиционным четырехзондовым методом нормальное сопротивление изолированного прижимного контакта Джозефсона составляло около  $R_n \approx 0,25$  Ом, что позволяет оценить диаметр «пятна» прижимного контакта  $d \approx 4 \cdot 10^{-8}$  м. Поскольку расстояние между контактами Джозефсона в рассматриваемом интерферометре соизмеримо с их диаметрами, то его индуктивность  $L_0 > 0,4 \cdot 10^{-13}$  Гн [8].

Для оценки индуктивности интерферометра по результатам экспериментов можно воспользоваться формулой  $L_0 = \Phi_0 / 2\delta I \approx 1,1 \cdot 10^{-13}$  Гн, полученный результат хорошо согласуется с приведенной выше оценкой индуктивности.

На рис. 9 показана осциллограмма скачков напряжения на шунтирующем контуре. Величина скачков напряжения составила  $\delta u \approx 2,6$  мВ, тогда энергетическая щель ниобия  $\Delta \approx e\delta u \approx 2,6$  мэВ, что близко к значению  $\Delta \approx 2,8$  мэВ, измеренному туннельным методом [19].

Наконец, время релаксации при измеренной продолжительности  $\delta t = 0,6 \cdot 10^{-5}$  с импульса напряжения на шунтирующей индуктивности  $\tau \approx (\Phi_0 / 2L_1)(\delta t / \delta I) \approx 0,4 \cdot 10^{-12}$  с, что близко к расчетной оценке этой величины, приведенной в [12].

Результаты расчетов и их сопоставление с литературными данными приведены в табл. 2.

На рис. 10 приведена полученная в другом эксперименте [7] зависимость тока в шунтирующем контуре от внешнего магнитного поля (на рисунке показан ток в катушке, создающей поле). Эта зависимость была

получена при температуре  $T = 4,2$  К и отвечает случаю «большой» асимметрии интерферометра. Для создания магнитного поля над поверхностью шунтирующего контура располагали катушку с током, создающую поле, а для ослабления влияния внешних магнитных полей случайного происхождения область расположения исследуемой структуры экранировалась ферромагнитным экраном.

Скачки тока в шунтирующей индуктивности составили  $\delta I \approx 6,0$  мА при критическом токе интерферометра  $I_c^{4,2} \approx 18$  мА.

Оценка индуктивности интерферометра, проведенная по результатам эксперимента  $L_0 \approx 1,7 \cdot 10^{-13}$  Гн, хорошо согласуется с оценкой индуктивности, полученной из геометрических соображений.

### Выводы

Построена математическая модель протекания тока в асимметричном сверхпроводящем квантовом интерферометре постоянного тока на основе прижимного контакта, шунтированного сверхпроводящей индуктивностью.

Определен критерий появления дискретных квантовых переходов тока из интерферометра в шунтирующую индуктивность.

Объяснены зависимости тока в шунтирующей индуктивности от транспортного тока и внешнего магнитного поля.

Верификация модели путем сравнения расчетных зависимостей с экспериментально измеренными показывает их соответствие.

1. С.И. Бондаренко, Б.И. Веркин, Е.А. Голованев, В.В. Кравченко, П.П. Павлов, *Сборник «Геофизическая аппаратура»*, вып. 69, 3 (1979).
2. Б.И. Веркин, С.И. Бондаренко, Я.Я. Биезайс, В.В. Стогний, В.Н. Фенченко, В.И. Шеремет, *Геология и геофизика* **11**, 42 (1980).
3. Б.И. Веркин, С.И. Бондаренко, Ю.Ф. Карев, Н.Н. Романов, В.Н. Фенченко, *Геология и геофизика* **11**, 36 (1981).
4. Б.И. Веркин, С.И. Бондаренко, А.В. Лукашенко, А.А. Шабло, И.В. Свечкарев, Г.Е. Курилов, В.А. Комашко, *ФНТ* **13**, 998 (1987) [*Low Temp. Phys.* **13**, 576 (1987)].
5. Hideo Suzuki, *News Lett. Supercond. Electron.* **3**, 3 (2009).
6. V.P. Koverya, S.I. Bondarenko, A.V. Krevsun, N.M. Levchenko, and I.S. Bondareko, *Fiz. Nizk. Temp.* **36**, 759 (2010) [*Low Temp. Phys.* **36**, 605 (2010)].
7. V.P. Koverya, A.V. Krevsun, S.I. Bondarenko, and N.M. Levchenko, *Fiz. Nizk. Temp.* **38**, 44 (2012) [*Low Temp. Phys.* **38**, 35 (2012)].
8. S.I. Bondarenko, V.P. Koverya, A.V. Krevsun, and L.V. Gnezdilova, *Fiz. Nizk. Temp.* **41**, 235 (2015) [*Low Temp. Phys.* **41**, 179 (2015)].
9. B. D. Josephson, *Phys. Lett.* **1**, 251 (1962).

10. A.H. Silver and J.E. Zimmerman, *Phys. Rev. Lett.* **15**, 888 (1965).
  11. J.E. Zimmerman and A.H. Silver, *Phys. Rev.* **141**, 367 (1966).
  12. A.H. Silver and J.E. Zimmerman, *Phys. Rev.* **157**, 317 (1967).
  13. H. Frohlich, H. Koch, W. Vodel, D. Wachter, und O. Frauenberger, *Wissenschaftliche Zeitschrift* **1/2**, 197 (1973).
  14. A.Th.A.M. De Waele and R. De Bruyn Ouboter, *Physica* **41**, 225 (1969).
  15. T.A. Fulton, L.N. Dunkleberger, and R.C. Dynes, *Phys. Rev. B* **6**, 855 (1972).
  16. Michael T. Heath, *Scientific Computing: An Introductory Survey*, McGraw-Hill (2005).
  17. D.B. Sullivan and J.E. Zimmerman, *Am. J. Phys.* **39**, 1504 (1971).
  18. К.К. Лихарев, Б.Т. Ульрих, *Системы с джозефсоновскими контактами*, изд-во Московского университета, Москва (1978).
  19. P. Townsend and J. Sutton, *Phys. Rev.* **128**, 591 (1962).
- 

Дискретизация струму та магнітного поля надпровідною структурою з асиметричним квантовим інтерферометром

С.І. Бондаренко, В.М. Фенченко, В.П. Коверя,  
О.В. Кревсун

Побудовано математичну модель квантових процесів в асиметричному інтерферометрі надмалої індуктивності  $L_0 \approx 10^{-13}$  Гн, який шунтується надпровідним контуром значної індуктивності  $L_1 \gg L_0 \cdot 10^7$ . Проведено верифікацію моделі шляхом зіставлення розрахованих параметрів моделі з одержаними експериментальним шляхом.

Ключові слова: асиметричний квантовий інтерферометр, точковий контакт Джозефсона, дискретизація струму та магнітного поля.

Sampling of a current and magnetic field by superconducting structure with asymmetric quantum interferometer

S.I. Bondarenko, V.N. Fenchenko, V.P. Koverya,  
and A.V. Krevsun

A mathematical model of quantum processes in an asymmetric interferometer of ultra-small inductance  $L_0 \approx 10^{-13}$  H, shunted by a superconducting highly inductive circuit  $L_1 \gg L_0 \cdot 10^7$ , is constructed. The model was verified by comparing the calculated model parameters with the experimentally measured values.

Keywords: asymmetric quantum interferometer, Josephson point contact, current and magnetic field discretization.