

Динамика вынужденных колебаний вихря Абрикосова: роль частоты, действующих сил и параметров вихря

В.Ф. Русаков¹, В.В. Чабаненко², А. Nابیałeк³, А.Н. Чумак^{2,3}, R. Puźniak³

¹Донецкий национальный университет им. Василя Стуса МОН Украины
ул. 600-летия, 21, г. Винница, 21021, Украина

²Донецкий физико-технический институт им. А.А. Галкина НАН Украины
пр. Науки, 46, г. Киев, 03680, Украина
E-mail: vikchabanenko@gmail.com

³Institute of Physics, Polish Academy of Sciences, Al. Lotników 32/46, 02-668 Warsaw, Poland

Статья поступила в редакцию 14 марта 2019 г., опубликована онлайн 26 июля 2019 г.

Построены и проанализированы траектории движения изолированного вихря Абрикосова в анизотропном сверхпроводнике $YBa_2Cu_3O_7$ под действием внешней периодической, затухающей вглубь образца силы с учетом инертных свойств вихря и действующих на него сил: пиннинга, Лоренца, упругости и вязкости. Установлена иерархия влияния различных сил в широком диапазоне частот (до ~ 1 ТГц) вынуждающей силы на форму и размер траектории. Рассчитанное поглощение энергии вихрем, как функция частоты, имеет резонансные пики: один низкочастотный, связанный с модой de Gennes и Matricon, второй высокочастотный с учетом эффективной массы вихря. Проанализированы отличия в проявлении вынужденных колебаний вихря для разных ориентаций поля в $YBa_2Cu_3O_7$ и для изотропного низкотемпературного сверхпроводника NbTi.

Ключевые слова: динамика вихря Абрикосова, траектория вихря, упругость вихря, сила Лоренца.

1. Введение

Известно, что в диапазоне магнитных полей между первым и вторым критическими полями ($H_{c1} < H < H_{c2}$) магнитный поток входит в сверхпроводники II рода в виде вихрей Абрикосова, которые являются основным структурным элементом смешанного состояния сверхпроводника. Электромагнитные свойства сверхпроводников в значительной мере определяются движением вихревой системы. В некоторой области магнитных полей, близких к первому критическому, вихри располагаются достаточно далеко друг от друга и их можно рассматривать как изолированные. Вихрь Абрикосова, диаметр ко́ра которого составляет $\sim 10^{-9}$ м, является, по сути, наноразмерным объектом.

В то время как динамическое поведение медленных вихрей было тщательно исследовано с помощью применения магнитооптики и кинокамер, физика сверхбыстрых вихрей в условиях сильных вынуждающих воздействий остается в значительной степени неизученной. Это связано в основном с недостатком экспериментальной техники, способной отследить отдельные вих-

ревые траектории. Определенным прорывом в данном направлении было применение наноразмерного сканирующего сверхпроводящего квантового интерференционного микроскопа для получения изображения отдельных вихрей [1,2]. Эта техника позволила изучать динамику одиночных вихрей и измерить величину пиннинга дефектами материала. При этом высокая чувствительность техники позволила измерять очень малые смещения вихря под действием переменного тока вдоль двух ортогональных направлений [1]. Другим важным результатом явилась регистрация движения вихрей с частотами в десятки ГГц, проникающих в сверхпроводящую пленку и движущихся со скоростями десятки километров в секунду [2]. К этому следует добавить, что ранее при исследовании динамики потока в пленках при лавинах дендритообразной формы регистрировались скорости фронта магнитного потока величиной в 140 км/с, которые намного превышают скорость звука [3–5]. Более того, такие значения скоростей превышают значение скорости распаривания, полученное из теоретических оценок [2–6]. Это обозначает, что при такой динамике просто не должно существовать куперовских пар, а

следовательно, и сверхпроводящего состояния. Этот парадокс делает исследования высокочастотных свойств актуальным и интригующим.

Траектории вынужденных колебаний одиночных вихрей Абрикосова удалось наблюдать в высокотемпературном сверхпроводящем монокристалле $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6,991}$ с помощью иглы магнитного силового микроскопа (MFM — Magnetic Force Microscope) [7]. Здесь движение вихря, захваченного иглой (рис. 1), модулировалось в плоскости в двух направлениях — колебания вдоль оси OX и медленная протяжка вдоль оси OY . Толщина образца была больше, чем глубина проникновения магнитного поля, поэтому двигалась только верхняя часть вихря при остающейся закрепленной нижней части. Оси OX и OY выбраны в направлении осей a и b кристалла, магнитное поле направлено вдоль оси c (направление оси OZ). Таким образом, индуцировалось сложное движение вихря под действием внешней переменной неоднородной силы.

В результате при равных по величине вдоль двух осей амплитуд вынуждающих сил было найдено неожиданное и значительное повышение подвижности вихря в продольном направлении при покачивании его в поперечном направлении. Кроме этого, эксперимент выявил значительную анизотропию как сил упругости, так и сил пиннинга. Оценка величины фактора анизотропии показала, что его значение $\zeta \approx 1,6$ выше, чем предсказанное в работе [8] ($\zeta \approx 1,3$).

При анализе результатов авторами [7] считалось, что закрепленные на центрах пиннинга вихри являются упругими струнами [9], приводимыми в движение иглой магнитного силового микроскопа. Кроме этого, авторы предположили, что источником столь значительной

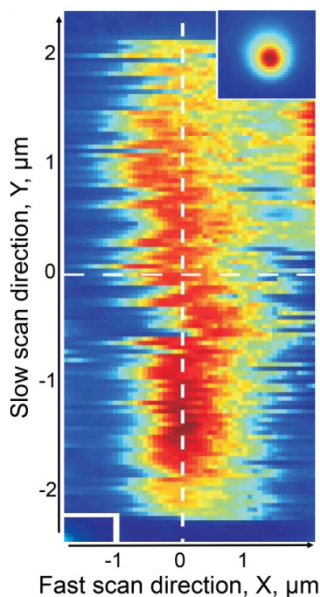


Рис. 1. (Онлайн в цвете) Изображение колебаний вихря под действием иглы MFM микроскопа. На вставке сверху — покачивающийся вихрь (из работы [7]).

анизотропии пиннинга является наноразмерная кластеризация вакансий кислорода вдоль Cu-O цепочки, b -оси кристалла. Этим объясняется большее смещение вихря вдоль этой оси (оси медленного сканирования).

Объяснение результатов эксперимента [7] было дано в [10–12]. Проведенные в работе [10] расчеты показывают, что происхождение анизотропного движения вихря под действием магнитной иглы можно качественно понять в рамках простой двумерной модели, в которой учтены анизотропия силы упругости и пиннинга. Таким образом, результаты манипулирования отдельными вихрями показывают важность изучения движения изолированных вихрей.

Отметим, что частота покачивания вихря была порядка десятков килогерц. При этих частотах средняя скорость вихря составляет порядка $0,1$ м/с и для таких скоростей, с учетом параметров изучаемого материала, сила Лоренца и сила вязкости существенной роли не играют.

В работах [13,14] нами рассмотрены решения уравнений, описывающих собственные и вынужденные колебания упругой вихревой линии в сверхпроводнике при учете сил Лоренца и вязкости дополнительно к вышеперечисленным силам упругости и пиннинга. В уравнение также включены инертные свойства вихря, обусловленные различными механизмами массивности. Показано [14], что в случае собственных колебаний спектр состоит из двух ветвей: низко- и высокочастотной. Низкочастотная ветвь совпадает с модой de Gennes и Matricon [15] с параболическим законом дисперсии. По оценкам авторов [15], частота колебаний вихря порядка мегагерца. Учет в уравнении движения эффективной массы вихря, обусловленной, например, квазичастицами, локализованными в коре вихря [16], приводит к возникновению высокочастотной ветви в спектре колебаний. Ее частота, например в $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ (YBaCuO), при температуре $T = 0$ К лежит в районе ~ 1 ТГц [17]. Траектория свободных колебаний вихря, выведенного из положения равновесия, построена в [18]. При учете всех действующих на него сил, она имеет вид сходящейся спирали, что характерно для затухающих колебаний.

В настоящей работе для схемы эксперимента [7] построены и проанализированы траектории установившихся колебаний изолированного вихря Абрикосова в анизотропном сверхпроводнике YBaCuO под действием внешней периодической, затухающей вглубь образца силы с учетом инертных свойств вихря и действующих на него сил: пиннинга, Лоренца, упругости и вязкости. Установлена иерархия влияния различных воздействий в широком диапазоне частот вынуждающей силы на форму и размер траектории. Рассчитанное поглощение энергии вихрем, как функция частоты, имеет резонансные пики, один низкочастотный, связанный с модой de Gennes и Matricon, второй высокочастотный — с эффективной массой вихря. Проанализированы отличия в

проявлении вынужденных колебаний вихря для разных ориентаций поля в YBaCuO и для изотропного низкотемпературного сверхпроводника NbTi.

2. Уравнение вынужденных колебаний вихря

Движение изолированного вихря Абрикосова во внешнем магнитном поле происходит под действием изменяющейся в плоскости XY и затухающей вглубь образца внешней силы

$$\mathbf{f}(x, y, z) = \mathbf{i} f_{0x} e^{-z/\lambda} \cos \omega t + \mathbf{j} f_{0y} e^{-z/\lambda} \sin \Omega t, \quad \Omega \ll \omega$$

здесь: f_{0x} и f_{0y} — амплитудные значения, ω и Ω — частоты соответствующих проекций внешней силы, λ — глубина проникновения магнитного поля. В уравнениях движения нами учтена инертность вихря (μ_{eff} — эффективная масса на единицу его длины) и указанные выше, действующие на него в сверхпроводнике, силы. В случае малых отклонений в плоскости $\mathbf{S} = (S_x, S_y, 0)$ сила линейного натяжения вихря, с учетом анизотропии [11] имеет следующий вид:

$$\mathbf{F}_{\text{el}} = \left(J_x \frac{\partial^2 S_x}{\partial z^2}, J_y \frac{\partial^2 S_y}{\partial z^2} \right),$$

$J_x = J\zeta, J_y = J/\zeta, \zeta$ — фактор анизотропии, величина J , введенная в [15], есть:

$$J = \frac{\Phi_0^2}{4\pi\mu_0\lambda^2} \ln \left(\frac{\lambda}{\xi} \right),$$

где Φ_0 — квант магнитного потока, ξ — длина когерентности, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Г/м. Сила Лоренца, действующая на вихрь, определяется следующим соотношением: $\mathbf{F}_L = (\alpha V_y, -\alpha V_x, 0)$; $\alpha = (m_0^* \Phi / \mu_0) \lambda^2 e$, где m^* — эффективная масса носителя заряда в куперовской паре, e — заряд электрона, скорость $\mathbf{V} = \partial \mathbf{S} / \partial t$. Силу пиннинга в некотором приближении можно записать в виде $\mathbf{F}_p = -(\beta_x S_x, \beta_y S_y)$, β_i — определяет макроскопическую величину плотности критического тока. (Такое представление для пиннинга применяется в случае колоннообразных дефектов, возникающих в высокотемпературных сверхпроводниках при облучении нейтронами [19].) Сила вязкого трения в линейном приближении по скорости: $\mathbf{F}_v = -\eta \mathbf{V}$, где η , согласно, [20,21] имеет вид $\eta = (1/2) B_{c2} \sigma_n$, B_{c2} — второе критическое поле, σ_n — проводимость в нормальном состоянии. Численные значения параметров для сверхпроводников YBaCuO и NbTi приведены в табл. 1 [17].

Уравнение движения в проекциях на координатные оси в этом случае приобретает вид

$$\begin{cases} \mu_{\text{eff}} \frac{\partial^2 S_x}{\partial t^2} = J_x \frac{\partial^2 S_x}{\partial z^2} + \alpha \frac{\partial S_y}{\partial t} - \eta \frac{\partial S_x}{\partial t} - \beta_x S_x + f_{0x} e^{-z/\lambda} \cos \omega t, \\ \mu_{\text{eff}} \frac{\partial^2 S_y}{\partial t^2} = J_y \frac{\partial^2 S_y}{\partial z^2} - \alpha \frac{\partial S_x}{\partial t} - \eta \frac{\partial S_y}{\partial t} - \beta_y S_y + f_{0y} e^{-z/\lambda} \sin \Omega t. \end{cases} \quad (1)$$

Решение системы (1) можно искать в виде

$$S_x(z, t) = S_x^*(t) e^{-z/\lambda}, \quad (2)$$

$$S_y(z, t) = S_y^*(t) e^{-z/\lambda}. \quad (3)$$

Подставляя (2) и (3) в исходную систему (1), после сокращения на экспоненту получим систему уже обыкновенных дифференциальных уравнений относительно $S_x^*(t)$ и $S_y^*(t)$. Учитывая, что уравнения линейные и решения однородных уравнений затухают [18] (благодаря наличию силы вязкого трения), установившиеся решения можно искать в виде линейной комбинации периодических функций с соответствующими частотами.

3. Анализ траекторий движения вихря

Траектории вынужденных колебаний вихря рассматриваются нами в диапазоне частот от 10^4 до 10^{12} Гц. В этом диапазоне для вынужденных колебаний, как и в случае свободных колебаний, при учете инертности вихря имеются две резонансные моды. Они определяют положение максимумов на графике частотной зависимости поглощения энергии вихрем Абрикосова (рис. 2) в YBaCuO сверхпроводнике при ориентации $H \parallel c$.

Первый резонансный максимум поглощения, низкочастотный (НЧ), соответствует моде de Gennes и Matignon [15], второй, высокочастотный (ВЧ), обусловлен учетом инертности вихря [14]. Учет силы упругости

Таблица 1. Параметры сверхпроводников YBaCuO и NbTi при $T = 0$ К

Параметры	J , кг·м/с ²	α , кг/(м·с)	η , кг/(м·с)	β , кг/(м·с ²)	μ_{eff} , кг/м	λ , м
YBaCuO, $H \parallel c$	$5,54 \cdot 10^{-11}$	$4,15 \cdot 10^{-7}$	$2,48 \cdot 10^{-9}$	3	$5 \cdot 10^{-19}$	$150 \cdot 10^{-9}$
YBaCuO, $H \perp c$	$5,5 \cdot 10^{-12}$	$2,59 \cdot 10^{-8}$	$3,35 \cdot 10^{-9}$	0,1	$2,4 \cdot 10^{-19}$	$600 \cdot 10^{-9}$
NbTi	$3,85 \cdot 10^{-11}$	$3,69 \cdot 10^{-6}$	$3,56 \cdot 10^{-7}$	0,1	$1 \cdot 10^{-18}$	$60 \cdot 10^{-9}$

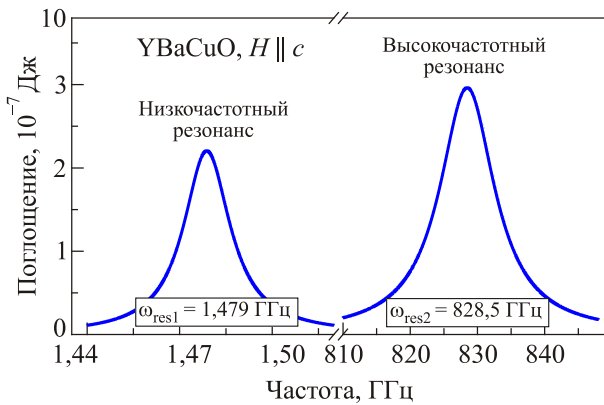


Рис. 2. Поглощение энергии вихрем в YBaCuO при $H \parallel c$ (расчет).

вихря в уравнениях динамики привел к значительному смещению (почти на три порядка) низкочастотного максимума (по сравнению со случаем действия однородной внешней силы [14]) в область более высоких частот $\omega_{res1} = 1,479 \cdot 10^9$ Гц. В то же время ВЧ максимум, как и в [14], практически не изменил своего положения ($\omega_{res2} = 8,285 \cdot 10^{11}$ Гц) и лежит вблизи циклотронной частоты вихря. В ВЧ максимуме поглощается почти на 25% энергии больше, чем в НЧ.

Полученные решения системы (1) позволяют построить во всем частотном диапазоне траектории вихря для различных сверхпроводников (используя соответствующие значения параметров, табл. 1) при различной ориентации поля. Кроме того, полученное выражение позволяет проанализировать, как меняется вид траектории и ее размеры с изменением частоты внешней силы, установить какую роль играет каждая из рассмотренных сил как вдали от резонансов, так и на резонансной частоте.

В качестве объектов исследования нами рассмотрены сверхпроводники YBaCuO при двух ориентациях внешнего магнитного поля ($H \parallel c$ и $H \perp c$) и NbTi. Все рисунки построены для временного интервала, равного периоду колебаний вдоль оси OY. Соотношение частот выбрано 1:25 с тем, чтобы в течение одного цикла движения вдоль оси OY вихрь успел совершить достаточное количество колебаний вдоль оси OX, как это было в эксперименте [7]. В сверхпроводнике YBaCuO, как утверждается в этой работе, такое покачивание способствует депиннингу вихря.

3.1. Сверхпроводник YBaCuO, ориентация поля $H \parallel c$

Набор вихревых траекторий установившегося режима колебаний при изменении частоты вынуждающей силы представлен на рис. 3. При низких частотах, вплоть до 10^7 Гц, (рис. 3(a),(b)), отчетливо видна роль увеличения силы натяжения вихря при увеличении его отклонения от положения равновесия: по мере увеличения отклонения вдоль оси OY величина смещения с каждым шагом уменьшается, тем сильнее, чем дальше от-

клоняется вихрь. При значениях амплитуды внешней вынуждающей силы, близких к значениям, использованным в эксперименте [7], полученные нами максимальные значения смещений вдоль осей OX и OY по порядку величины совпадают со значениями, наблюдаемыми на монокристалле YBaCuO при $H \parallel c$ [7] (рис. 1).

При дальнейшем увеличении частоты внешней силы (рис. 3(в)–(и)) наблюдаются существенные изменения как формы траектории вихря, так и амплитуды его смещений. При этом можно выделить несколько диапазонов по частоте, где эти изменения выражены наиболее ярко. Так, с ростом частоты переменной силы до величины 10^9 Гц траектории приобретают более сложную, спиралевидную форму, а амплитуда колебаний вдоль оси OY возрастает, вдоль OX несколько уменьшается. Начиная с этой же частоты, происходит смещение точки локального положения равновесия вихря от оси ординат. Эти изменения являются следствием возросшего влияния силы Лоренца, которая увеличилась пропорционально увеличению скорости движения вихря с увеличением частоты.

Влияние силы Лоренца, как будет показано ниже, будет нарастать и далее с увеличением частоты. В этом диапазоне частот на траекториях также проявляется и роль анизотропии силы упругости вихря: при одинаковых амплитудах проекций вынуждающей силы смещение конца вихря вдоль оси OY в некоторой области частот больше смещения вдоль оси OX.

Переход в диапазон частот $\omega \sim 10^{11}$ Гц привел к сильной частотной зависимости как амплитуды колебаний, так и смещений по обеим осям. Для сравнения амплитуд смещений на рис. 3(ж) в одном масштабе показаны траектории вихря для двух частот: $\omega = 1 \cdot 10^{10}$ Гц и $\omega = 3 \cdot 10^{11}$ Гц. Видно, смещение вихря вдоль оси OY уменьшилось на два порядка, в то время как вдоль оси OX — только в два раза. При этом смещение вдоль оси OX стало больше, чем вдоль OY. Эта тенденция сохраняется и при дальнейшем увеличении частоты, рис. 3(и). Оценка скорости вихря на этой частоте дает значение порядка $4 \cdot 10^3$ м/с. При такой скорости в рассматриваемой ориентации магнитного поля сила Лоренца становится несколько больше внешней вынуждающей силы. Кроме того, при таких частотах начинает проявляться инертность вихря. Эти два фактора и приводят как к перестройке формы вихревой траектории, так и к изменению соотношения между амплитудами смещений вдоль соответствующих осей. Следует отметить, что выравнивание силы Лоренца и вынуждающей силы происходит на частоте $\omega \approx 10^9$ Гц, когда началось существенное закручивание формы траектории.

На рис. 3(и) представлена траектория вихря при частоте $\omega = 8 \cdot 10^{11}$ Гц, близкой к верхней резонансной частоте. Отсюда видно, что начинается перестройка формы траектории (вихрь начинает спиралевидное движение вокруг положения равновесия), и несколько воз-

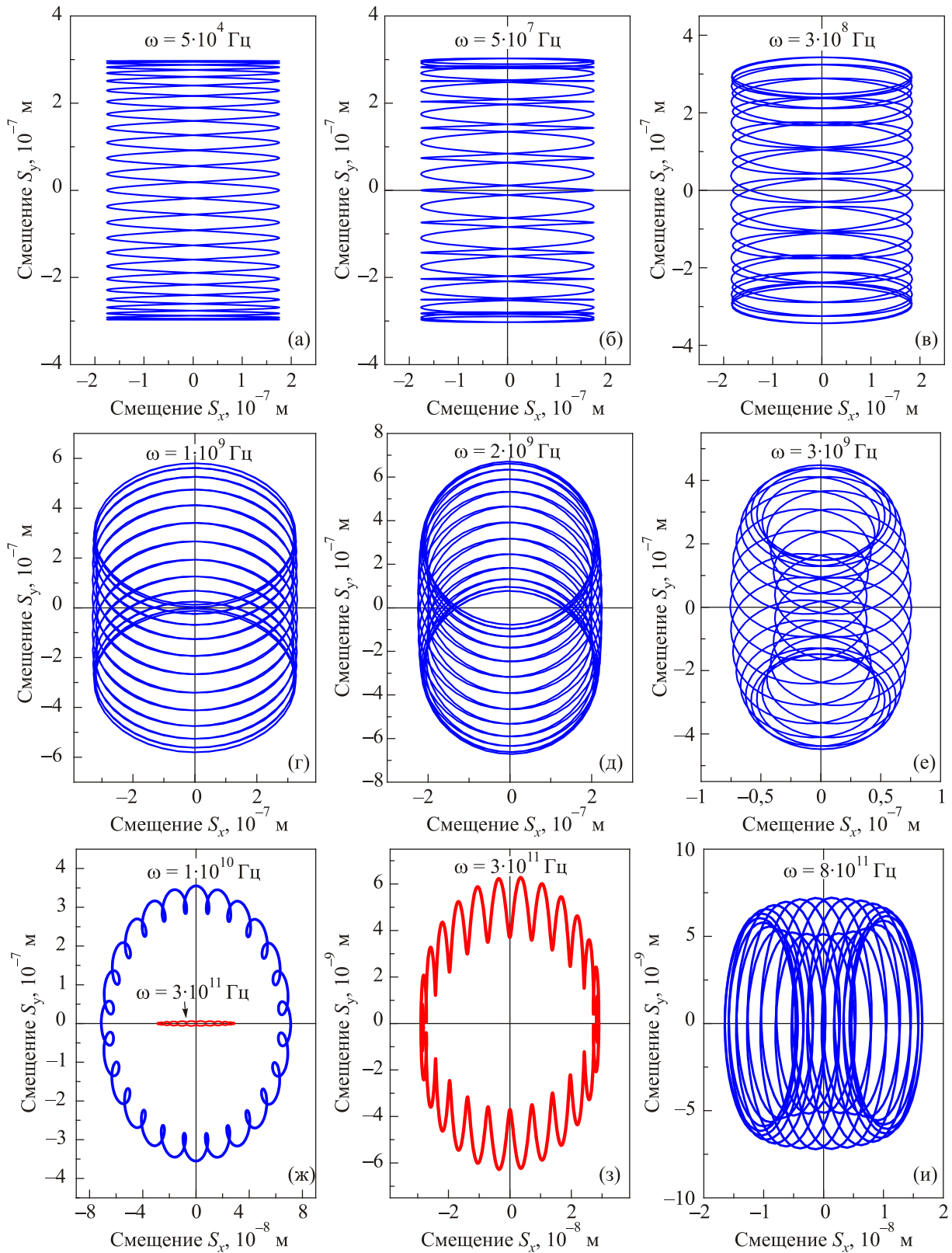


Fig. 3. (Онлайн в цвете) Эволюция траектории вихря в YBaCuO с ростом частоты вынужденных колебаний при учете эффективной массы μ_{eff} вихря и действующих на него сил: пиннинга, Лоренца, упругости и вязкости, $H||c$.

растет амплитуда колебаний вдоль OY по сравнению с частотой $\omega = 3 \cdot 10^{11}$ Гц.

На рис. 4 представлен анализ влияния различных сил на форму траектории вихря при среднем значении

частоты из рассмотренного диапазона: $\omega = 3 \cdot 10^9$ Гц. Рисунок 4(а) наглядно демонстрирует определяющую роль силы Лоренца в формировании траектории вихря, так как при выключении этой силы форма траектории

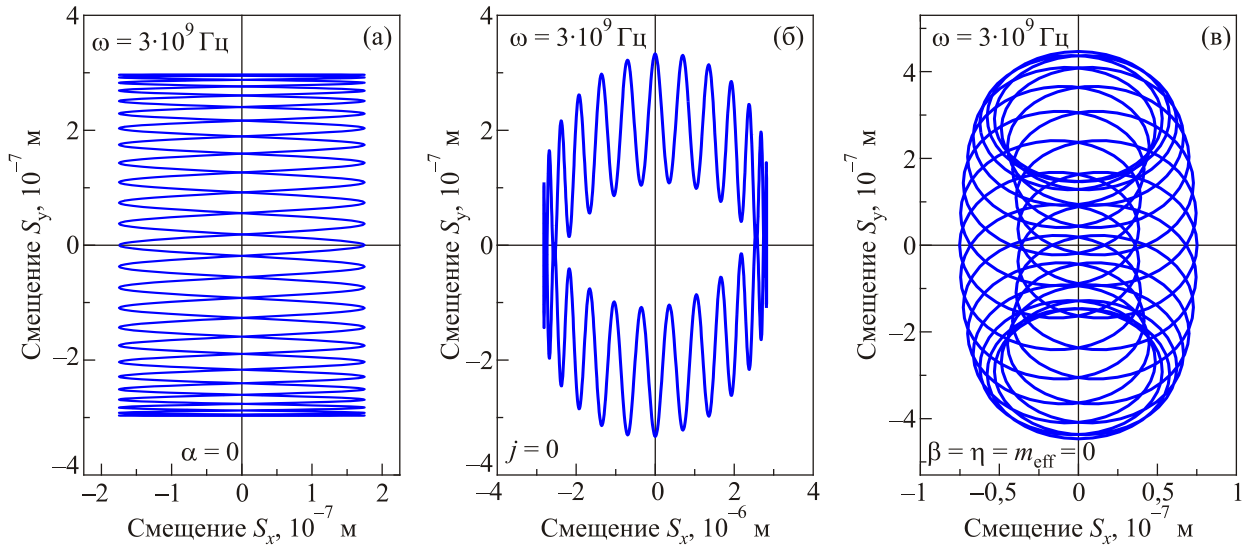


Рис. 4. (Онлайн в цвете) Траектория вихря в YBaCuO при $H \parallel c$ на частоте $\omega = 3 \cdot 10^9$ Гц: без учета силы Лоренца (а); без учета силы упругости (б); без учета сил пиннинга, вязкости и инертности вихря; траектория практически не изменилась (см. рис. 3(е)) (в).

практически совпадает с представленной на рис. 3(а), где из-за низкой скорости движения вихря сила Лоренца практически не проявляется. Следует отметить, что этот факт наблюдается при всех рассмотренных частотах.

На рис. 4(б) представлена траектория вихря без учета силы упругости. Меняется как форма траектории, так и амплитуда, которая значительно увеличивается, смещения становятся порядка межвихревого расстояния, что показывает важность учета силы упругости. Аналогичное поведение наблюдается при всех исследованных частотах. Рисунок 4(в) представляет траекторию вихря без учета сил пиннинга, вязкости и инертности вихря.

В этой области частот их роль мала, траектория практически не изменилась, см. рис. 3(д). Этот факт можно объяснить тем, что при таких и меньших частотах величина этих сил, по крайней мере на два порядка меньше внешней вынуждающей силы и силы Лоренца.

Представленные результаты свидетельствуют о том, что при низких частотах роль силы Лоренца мала, что, впрочем, имеет простое объяснение: при низких частотах мала скорость движения вихря. В этой области основную роль играет сила натяжения вихря, при выключении этой силы смещения конца вихря превосходят межвихревые расстояния. В области высоких частот ($\omega \geq 10^7$ Гц) форма траектории, в основном, определя-

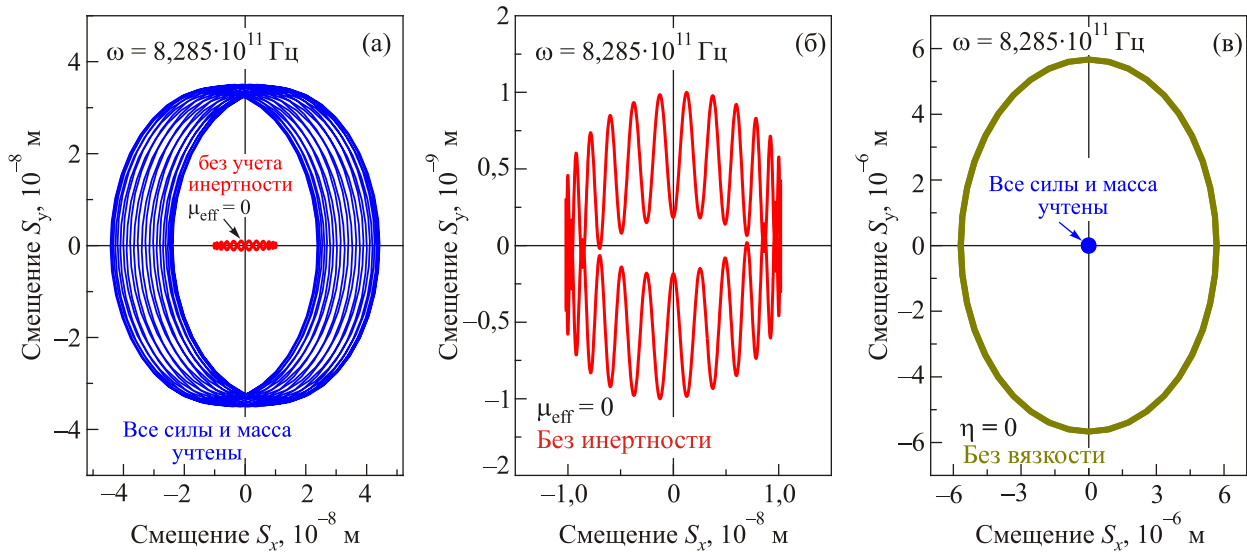


Рис. 5. (Онлайн в цвете) Сравнение амплитуд колебаний с учетом (основной рисунок) и без учета инертности вихря (вставка в центре) (а); траектория вихря без учета его инертности ($\mu_{\text{eff}} = 0$) при оптимальном масштабе (б); без учета силы вязкости ($\eta = 0$) — основной рисунок, в центре траектория при учете всех сил, превратившаяся в этом масштабе в точку (в); частота $\omega_{\text{res}2} = 8,285 \cdot 10^{11}$ Гц.

ется силой Лоренца, смещение вдоль оси OX несколько уменьшается из-за закручивания траектории.

Рассмотрим влияние различных сил на траекторию движения вихря на верхней резонансной частоте ($\omega_{\text{res}2} = 8,285 \cdot 10^{11}$ Гц). На рис. 5(а), где представлена траектория вихря, видно, что вихрь совершает спиралевидное движение вокруг положения равновесия. При этом амплитуда колебаний вдоль OY значительно возросла (почти в 5 раз) по сравнению с частотой $\omega = 3 \cdot 10^{11}$ Гц, кроме того, на 2 порядка возросла скорость движения вихря.

В области частот $\omega \leq 10^{10}$ Гц роль инертности вихря была незначительна. Анализ показывает, что она начинает проявляться в области частот $\omega \sim 10^{11}$ Гц, рис. 5(б). Видно, что и амплитуда, и форма траектории значительно отличаются от представленных на рис. 5(а). При таких частотах сила инерции порядка внешней силы, чем и объясняется ее значительное влияние на траекторию вихря. На рис. 5(а) представлено сравнение амплитуд колебаний с учетом и без учета инертности вихря (вставка в центре рисунка) на верхней резонансной частоте в одном масштабе.

На рис. 5(в) показана траектория вихря при резонансной частоте $\omega_{\text{res}2} = 8,285 \cdot 10^{11}$ Гц без учета силы вязкости ($\eta = 0$). Видно, что амплитуда в отсутствие силы вязкости значительно возрастает, как, впрочем, и должно быть при резонансе. Вихрь при этом совершает круговые движения вокруг исходного положения равновесия, в отличие от ситуации вязкого движения, когда траектория имеет спиралевидную форму, рис. 5(а). Траектория вихря при резонансной частоте с учетом всех сил в этом масштабе изображается практически точкой в центре рис. 5(в). В работе [22] было показано, что в сверхчистом пределе сила Лоренца значительно превосходит силу вязкости и возможно вращение вихря вокруг центров пиннинга. Заметим, что в этой работе авторы в уравнении свободных колебаний вихря не учитывали силу упругости вихря.

3.2. Сверхпроводник YBaCuO, ориентация поля $H \perp c$

При построении траекторий с параметрами сверхпроводника в этой геометрии выяснилось, что смещения порядка 10^{-6} м возникают при амплитуде внешней вынуждающей силы на порядок меньшей, чем в случае $H \parallel c$. Этот факт может иметь достаточно простое объяснение. Глубина проникновения в этом случае значительно больше (в 4 раза), чем при $H \parallel c$, в движение вовлечена часть вихря большей длины, а следовательно, величина абсолютного смещения верхнего конца вихря, а именно ее мы и определяем, при заданном значении действующей силы больше. Кроме того, при этой ориентации магнитного поля силы Лоренца и натяжения на порядок меньше (табл. 1). Частотная зависимость формы траектории и роль сил, ее определяющих, аналогична случаю $H \parallel c$.

Для ориентации поля $H \perp c$, также было рассмотрено поглощение энергии. Высокочастотный максимум находится ниже по частоте ($\omega_{\text{res}2} = 1,06 \cdot 10^{11}$ Гц) из-за изменения значений параметров материала, но также лежит вблизи циклотронной частоты вихря в этой ориентации поля.

3.3. Сверхпроводник NbTi-50%

При рассмотрении динамики вихря в NbTi было установлено, что реализация эксперимента [7] в этом материале может оказаться проблематичной. Дело в том, что выбрав в расчетах амплитуду внешней вынуждающей силы, близкую к значениям, используемым в эксперименте, для YBaCuO при $H \parallel c$ мы получаем максимальные значения смещений вихря Абрикосова вдоль обеих осей OX и OY , по порядку величины совпадающими с данными эксперимента (рис. 1). Но глубина проникновения магнитного поля в сверхпроводящем NbTi на порядок меньше, чем в YBaCuO при $H \perp c$. На два порядка возрастают силы Лоренца и вязкости (см. табл. 1). Из-за малой глубины проникновения поля значительно меньшая длина вихря участвует в движении, и для заметного отклонения от положения равновесия, как в YBaCuO при $H \parallel c$, необходимо приложить силу $\sim 10^{-3} - 10^{-2}$ Н/м. При действии силы $\sim 5 \cdot 10^{-4}$ Н/м в этом сверхпроводнике максимальное смещение, по крайней мере, в 15 раз меньше, чем в YBaCuO при $H \parallel c$ и является практически не наблюдаемым визуально. Тем не менее, вихрь совершает вынужденные колебания, о чем свидетельствует наличие поглощения энергии. Установлено также, что частотная зависимость формы траектории и роль сил, действующих на вихрь, аналогична представленным выше для YBaCuO.

4. Выводы

Траектории колебаний одиночного вихря Абрикосова построены на основе решения уравнений вынужденных колебаний вихря при учете всех сил, на него действующих. Параметры расчета динамики вихря выбраны для двух классических сверхпроводников: анизотропного высокотемпературного — YBaCuO и низкотемпературного — NbTi.

В YBaCuO в геометрии $H \parallel c$ анализ формы траектории вихря в широком диапазоне частот вынуждающей силы позволил установить следующее. На частотах $\omega \geq 3 \cdot 10^7$ Гц заметные отклонения от стандартной формы для вынужденных колебаний гармонического осциллятора связаны с влиянием упругих свойств вихря (натяжения вихревой линии). Показано, что преобразование формы траектории от гармонической на низких частотах к спиралевидной при $\omega \sim 10^9$ Гц связано с возросшим влиянием силы Лоренца. Увеличение силы Лоренца обусловлено возрастанием скорости вихря при увеличении частоты вынуждающей силы. Таким образом, в этом частотном диапазоне траектория вихря Аб-

риковского в основном определяется силой Лоренца и силой упругости. При этом инертность вихря, силы пиннинга и вязкости на форму и размер траектории практически не влияют. Влияние инертности вихря начинает проявляться при частотах $\omega \sim 2 \cdot 10^{11}$ Гц. Сила вязкости здесь существенно изменяет траекторию при резонансной частоте (рис. 5(в)).

Поглощение энергии имеет два характерных максимума. Учет силы натяжения вихря и неоднородности действующей силы приводит к значительному смещению низкочастотного резонанса (моды de Gennes и Matricon) в область более высоких частот, в отличие от результатов [14], где рассматривалось движение вихря под действием однородной внешней силы. Высокочастотный пик поглощения по-прежнему находится вблизи циклотронной частоты вихря [14], которая определяется инертностью вихря.

Указанные особенности формы траектории сохраняются и в ориентации $H \perp c$ для YBaCuO. Однако из-за изменения на порядок параметров сверхпроводника в этой геометрии (на порядок уменьшаются сила Лоренца и сила натяжения вихря) уже при частотах $\omega \sim 10^{11}$ Гц заметно проявляется влияние силы вязкости.

При рассмотрении динамики вихря в NbTi было установлено, что реализация эксперимента [7] в этом материале может оказаться проблематичной.

Несмотря на то, что диапазон верхних ГГц (гигагерцевых) и нижних ТГц (терагерцевых) частот в подобных экспериментах сейчас относительно слабо развит и труднодоступен, эти результаты моделирования поведения вихрей в нанометрическом масштабе могут подсказать расширение возможностей в управляемом манипулировании вихрями, а также прогнозировать их возможное применение, например, в конструировании квантовых вычислительных устройств.

1. L. Embon, Y. Anahory, A. Suhov, D. Halbertal, J. Cuppens, A. Yakovenko, A. Uri, Y. Myasoedov, M.L. Rappaport, M.E. Huber, A. Gurevich, and E. Zeldov, *Sci. Rep.* **5**, 7598 (2015).
2. L. Embon, Y. Anahory, Ž.L. Jelić, E.O. Lachman, Y. Myasoedov, M.E. Huber, G.P. Mikitik, A.V. Silhanek, M.V. Milošević, A. Gurevich, and E. Zeldov, *Nature Commun.* **8**, 85 (2017).
3. P. Leiderer, J. Boneberg, P. Brüll, V. Bujok, and S. Herminghaus, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 2646 (1993).
4. B.U. Bolz, B. Biehler, D. Schmidt, B.-U. Runge, and P. Leiderer, *Europhys. Lett.* **64**, 517 (2003).
5. B. Biehler, B.-U. Runge, and P. Leiderer, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 024532 (2005).
6. N. Kopnin, *Theory of Nonequilibrium Superconductivity*, Oxford University Press (2001).
7. O.M. Auslaender, L. Luan, E.W.J. Straver, and J.E. Hoffman, *Nature Phys.* **5**, 35 (2009).
8. G. Blatter, M.V. Feigel'man, V.B. Geshkenbein, A.I. Larkin, and V.M. Vinokur, *Rev. Mod. Phys.* **66**, 1125 (1994).

9. E.H. Brandt and G.P. Mikitik, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 027002 (2002).
10. G.P. Mikitik and E.H. Brandt, *Phys. Rev. B* **79**, 020506(R) (2009).
11. E.H. Brandt, G.P. Mikitik, and E. Zeldov, *Phys. Rev. B* **80**, 054513 (2009).
12. E.H. Brandt, G.P. Mikitik, and E. Zeldov, *Physica C* **470**, 782 (2010).
13. В.Ф. Русаков, В.В. Чабаненко, А. Nabialek, А.Н. Чумак, *ФНТ* **43**, 843 (2017) [*Low Temp. Phys.* **43**, 670 (2017)].
14. С.В. Васильев, В.В. Чабаненко, Н.В. Кузовой, В.Ф. Русаков, *ФНТ* **39**, 139 (2013) [*Low Temp. Phys.* **39**, 102 (2013)].
15. P.G. De Gennes and J. Matricon, *Rev. Mod. Phys.* **36**, 45 (1964).
16. N.B. Kopnin, *Rep. Progr. Phys.* **65**, 1633 (2002).
17. S. Vasiliev, V.V. Chabanenko, N. Kuzovoi, V.F. Rusakov, A. Nabialek, and H. Szymczak, *J. Supercond. Novel Magnet.* **26**, 2033 (2013).
18. V.F. Rusakov, V.V. Chabanenko, S. Vasiliev, A. Yurov, A. Nabialek, S. Piechota, H. Szymczak, and R. Luxemburg, *Acta Phys. Pol. A* **109**, 641 (2006).
19. M. Konczykowski and F. Rullier-Albenque, *Phys. Rev. B* **44**, 7167 (1991).
20. B.Y. Kim, C.F. Hempstead, and A.R. Strnad, *Phys. Rev.* **131**, 2486 (1963).
21. A.R. Strnad, C.F. Hempstead, and Y.B. Kim, *Phys. Rev. Lett.* **13**, 26 (1964).
22. A. Kasatkin and B. Rosenstein, *Phys. Rev. B* **60**, 14907 (1999).

Динаміка вимушених коливань вихорів Абрикосова: роль частоти, сил, що діють, та параметрів вихору

В.Ф. Русаков, В.В. Чабаненко, А. Nabialek, О.М. Чумак, R. Puźniak

Побудовано та проаналізовано траєкторії руху ізольованого вихору Абрикосова в анізотропному надпровіднику YBa₂Cu₃O₇ під дією зовнішньої періодичної сили, яка загасає вглиб зразка, з урахуванням ефективної маси вихору та сил, які діють на нього: пінінга, Лоренца, пружності та в'язкості. Встановлено ієрархію впливу різних сил у широкому діапазоні частот (до ~ 1 ТГц) зовнішньої сили на форму та розмір траєкторії. Розраховане поглинання енергії вихором, як функція частоти, має два резонансних піки, які відповідають низько- та високочастотній модам спектра коливань: перший відповідає моді de Gennes та Matricon, другий пов'язан з інертністю вихору. Проаналізовано відмінності в прояві вимушених коливань вихору для різних орієнтацій поля в YBa₂Cu₃O₇ та для ізотропного низькотемпературного надпровідника NbTi.

Ключові слова: динаміка вихору Абрикосова, траєкторія вихору, пружність вихору, сила Лоренца.

**Dynamics of Abrikosov's vortex forced oscillations:
role of frequency, acting forces and vortex
parameters**

**V.F. Rusakov, V.V. Chabanenko, A. Nabialek,
O.M. Chumak, and R. Puźniak**

The trajectories of motion of an isolated Abrikosov vortex in the anisotropic $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ superconductor under the influence of an external periodic force, damping into the sample, were constructed and analyzed, taking into account the inert properties of the vortex and the forces acting on it: pinning, Lorentz, elasticity and viscosity. The hierarchy of the influence of various forces in

a wide frequency range (~ 1 THz) of the driving force on the shape and size of the trajectory is established. The calculated energy absorption by the vortex, as a function of frequency, taking into account the effective mass of the vortex, has resonant peaks: one at low frequency associated with the de Gennes and Matricon mode, the second high frequency. The differences, manifested in the manifestation of vortex-induced oscillations for different field orientations in $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ and for the isotropic low-temperature superconductor NbTi, are analyzed.

Keywords: Abrikosov's vortex dynamics, trajectory of vortex oscillation, vortex elasticity, Lorentz force.