УДК 621.833

Шевченко С.В., к.т.н., Мазнев Е.А., к.т.н.,
Муховатый А.А., к.т.н., Панкратов Д.А. , аспирант

МОДИФИЦИРОВАННОЕ ЧЕРВЯЧНОЕ ЗАЦЕПЛЕНИЕ

Постановка проблемы и нализ последних достижений и публикаций. Широкое применение червячных передач в силовых приводах технологического и транспортного оборудования связано с их основными достоинствами: большими передаточными числами при небольших габаритах, плавностью и малошумностью. В то же время, значительные контактные напряжения σ_H в передачах с классическими видами червяков ZA, ZJ, $ZN1$, $ZN2$ ограничивают их нагрузочную способность. Следствием высоких значений σ_H являются повышенная интенсивность износа зубьев колеса и недостаточный ресурс передачи. В работах [1-10] предложены различные способы повышения нагрузочных характеристик червячных передач – за счет рациональной формы контактных линий, путем удаления неблагоприятных зон из поля зацепления, локализацией контакта и др.

Постановка задачи. Исследовать некоторые геометрические характеристики червячной передачи с пониженным уровнем контактных напряжений.

Изложение основного материала. Поставленная задача в данном случае достигается за счет того, что осевой профиль червяка выполняется комбинированным: от ножки витка до начального цилиндра он вогнутый и очерчен дугой окружности, а от начального цилиндра до вершины витка он выпуклый и представляет собой осевое сечение червяка ZJ ГОСТ 18498-89. Червяк с таким комбинированным профилем обозначим ZCJ (буква «C» указывает на то, что профилем ножки витка является окружность – «Circle»).

В первой фазе зацепления червяка ZCJ с колесом контактируют вогнутая ножка витка ZCJ с выпуклой головкой зуба колеса. Во второй фазе зацепления выпуклая головка витка ZCJ, (фактически, это головка витка червяка ZJ), контактирует с выпуклой ножкой зуба колеса. Естественно, что обе части зуба колеса являются огибающими соответствующих участков витка ZCJ. Следует ожидать, что контакт вогнутой и выпуклой поверхностей в первой фазе зацепления даст при прочих равных условиях меньшие значения приведенной кривизны, чем контакт в этот период зацепления двух выпуклых поверхностей. Элементы комбинированного профиля ZCJ и используемые в расчетах системы координат представлены на рис. 1.

1. Расчет приведенной кривизны $\chi_{ïð(C)}$ при контакте вогнутого профиля ножки витка – дуга AB на рис. 1, с выпуклым зубом колеса.

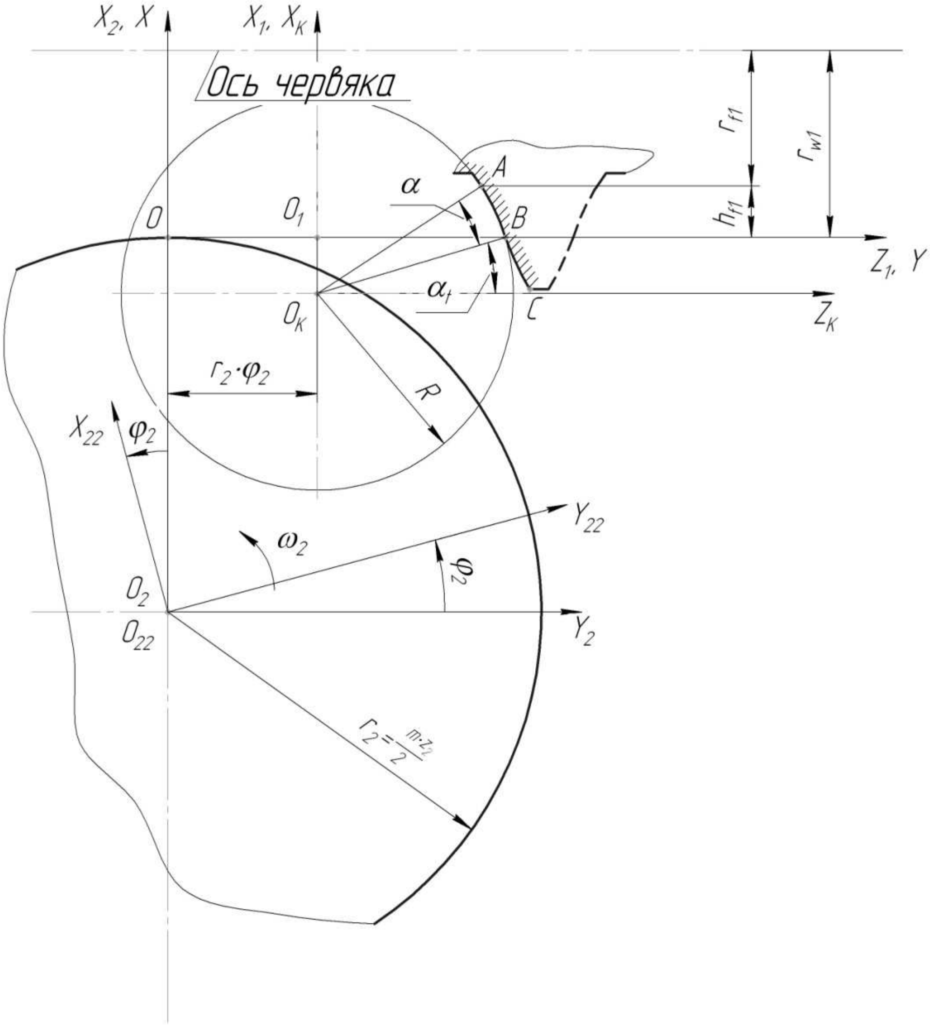

Рисунок 1 – Системы координат и осевой профиль червячной передачи ZCJ

Уравнение дуги AB в системе координат $S_K\left\{X_K; Z_K\right\}$:

$$\vec{r}_K = \vec{r}_K(\alpha) = R\cdot\left[\sin(\alpha_t+\alpha)\cdot\vec{i}_K + \cos(\alpha_t+\alpha)\cdot\vec{k}_K\right]; \qquad (1)$$

здесь: R – радиус дуги окружности для ножки витка ZCJ; $\alpha_t = Const$ – угол осевого профиля витка на делительном цилиндре ZCJ, задаваемый конструктивно (в расчетах $\alpha_t = 20^\circ$); α – переменный угол, определяющий положение точки контакта на дуге AB.

Пределы изменения $\alpha = [0,\ \alpha_{\max}]$, где

$$\alpha_{\max} = \arcsin\left(h_{f1}/R + \sin\alpha_t\right) - \alpha_t = \arcsin\left(m/R + \sin\alpha_t\right) - \alpha_t;$$

$h_{f1} = m$ – рабочая высота ножки витка ZCJ, то есть, без учета радиального зазора в зацеплении; m – осевой модуль червяка.

Приведенная кривизна двух сопряженных профилей, один из которых вогнутый – ножка витка, а второй выпуклый – головка зуба:

$$\chi_{\text{пр}(C)} = \chi_{1(C)} - \chi_{2(C)}; \qquad (2)$$

где $\chi_{1(C)}$ и $\chi_{2(C)}$ – кривизны вогнутого и выпуклого профилей соответственно.

Так как $R = Const$, а значит и $\chi_{1(C)} = 1/R = Const$, то расчет $\chi_{\text{пр}(C)}$ сводится к определению $\chi_{2(C)} = 1/\rho_2$, где ρ_2 – радиус кривизны головки зуба:

$$\rho_2 = \frac{\left(\dot{X}_{22}^2 + \dot{Y}_{22}^2\right)^{3/2}}{\left|\dot{X}_{22} \cdot \ddot{Y}_{22} - \ddot{X}_{22} \cdot \dot{Y}_{22}\right|}. \tag{3}$$

Представим в развернутом виде параметры, входящие в ρ_2.

$$\begin{cases} \dot{X}_{22} = \dot{X}_2 \cdot \cos\varphi_2 + \dot{Y}_2 \cdot \sin\varphi_2 + \left(Y_2 \cdot \cos\varphi_2 - X_2 \cdot \sin\varphi_2\right) \cdot \dot{\varphi}_2; \\ \dot{Y}_{22} = \dot{Y}_2 \cdot \cos\varphi_2 - \dot{X}_2 \cdot \sin\varphi_2 - \left(Y_2 \cdot \sin\varphi_2 + X_2 \cdot \cos\varphi_2\right) \cdot \dot{\varphi}_2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ddot{X}_{22} = \ddot{X}_2 \cdot \cos\varphi_2 + \ddot{Y}_2 \cdot \sin\varphi_2 + \left(Y_2 \cdot \cos\varphi_2 - X_2 \cdot \sin\varphi_2\right) \cdot \ddot{\varphi}_2 + \\ \qquad + \left[2 \cdot \left(\dot{Y}_2 \cdot \cos\varphi_2 - \dot{X}_2 \cdot \sin\varphi_2\right) - \left(X_2 \cdot \cos\varphi_2 + Y_2 \cdot \sin\varphi_2\right) \cdot \dot{\varphi}_2\right] \cdot \dot{\varphi}_2; \\ \ddot{Y}_{22} = -\ddot{X}_2 \cdot \sin\varphi_2 + \ddot{Y}_2 \cdot \cos\varphi_2 - \left(Y_2 \cdot \sin\varphi_2 + X_2 \cdot \cos\varphi_2\right) \cdot \ddot{\varphi}_2 - \\ \qquad - \left[2 \cdot \left(\dot{Y}_2 \cdot \sin\varphi_2 + \dot{X}_2 \cdot \cos\varphi_2\right) + \left(Y_2 \cdot \cos\varphi_2 - X_2 \cdot \sin\varphi_2\right) \cdot \dot{\varphi}_2\right] \cdot \dot{\varphi}_2. \end{cases}$$

Зависимости для X_2 и Y_2 получены путем последовательного перехода от системы координат $S_K\left\{X_K; Z_K\right\}$ к системе координат $S_2\left\{X_2; Z_2\right\}$:

$$S_K\left\{X_K; Z_K\right\} \to S_1\left\{X_1; Z_1\right\} \to S_0\left\{X; Z\right\} \to S_2\left\{X_2; Z_2\right\}.$$

В результате

$$\vec{r}_2 = \left(X_K - R \cdot \sin\alpha_t + r_2\right) \cdot \vec{i}_2 + \left(Z_K + r_2 \cdot \varphi_2\right) \cdot \vec{j}_2.$$

Соответственно, переход от $S_2\left\{X_2; Z_2\right\}$ к системе координат $S_{22}\left\{X_{22}; Z_{22}\right\}$ дает уравнение поверхности зуба колеса $\vec{r}_{22} = \vec{r}_{22}\left(X_2; Y_2\right)$:

$$\vec{r}_{22} = \left(X_2 \cdot \cos\varphi_2 + Y_2 \cdot \sin\varphi_2\right) \cdot \vec{i}_{22} + \left(Y_2 \cdot \cos\varphi_2 - X_2 \cdot \sin\varphi_2\right) \cdot \vec{j}_{22}.$$

Угол поворота колеса φ_2 получим из уравнения зацепления витков с зубьями, записанного в системе координат $S_1\left\{X_1; Z_1\right\}$: $\vec{n}_1 \cdot \vec{V}_1^{(12)} = 0$. В развернутом виде оно записывается следующим образом:

$$Z_1 \cdot \dot{Z}_1 + r_2 \cdot \varphi_2 \cdot \dot{Z}_1 + X_1 \cdot \dot{X}_1 = 0;$$

где $X_1 = X_K - R \cdot \sin\alpha_t$, $Z_1 = Z_K$ – координаты ножки витка в системе координат $S_1\left\{X_1; Z_1\right\}$.

Откуда следует $\varphi_2 = -\left(X_1 \cdot \dot{X}_1 + Z_1 \cdot \dot{Z}_1\right) \Big/ \left(r_2 \cdot \dot{Z}_1\right)$.

Соответственно:

$$\dot{\varphi}_2 = \frac{\partial\varphi_2}{\partial\alpha} = \frac{\ddot{Z}_1 \cdot \left[X_1 \cdot \dot{X}_1 + Z_1 \cdot \dot{Z}_1\right] - \dot{Z}_1 \cdot \left[\dot{X}_1^2 + \dot{Z}_1^2 + X_1 \cdot \ddot{X}_1 + Z_1 \cdot \ddot{Z}_1\right]}{r_2 \cdot \ddot{Z}_1^2};$$

$$\ddot{\varphi}_2 = \frac{\partial^2\varphi_2}{\partial\alpha^2} = \frac{\ddot{Z}_1^2 \cdot \left(\dot{t}_1 + \dot{t}_2\right) - 2 \cdot \ddot{Z}_1 \cdot \dddot{Z}_1 \cdot \left(t_1 + t_2\right)}{r_2 \cdot \ddot{Z}_1^4}.$$

Здесь:

$$\begin{cases} t_1 = -\dot{Z}_1 \cdot \left(\dot{X}_1^2 + \dot{Z}_1^2 + X_1 \cdot \ddot{X}_1 + Z_1 \cdot \ddot{Z}_1 \right); \\ t_2 = \ddot{Z}_1 \cdot \left(X_1 \cdot \dot{X}_1 + Z_1 \cdot \dot{Z}_1 \right); \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{t}_1 = -\dot{Z}_1 \cdot \left[3 \cdot \left(\dot{X}_1 \cdot \ddot{X}_1 + \dot{Z}_1 \cdot \ddot{Z}_1 \right) + \dot{X}_1 \cdot \dddot{X}_1 + \dot{Z}_1 \cdot \dddot{Z}_1 \right] - \\ \quad - \ddot{Z}_1 \cdot \left(\dot{X}_1^2 + \dot{Z}_1^2 + X_1 \cdot \ddot{X}_1 + Z_1 \cdot \ddot{Z}_1 \right); \\ \dot{t}_2 = \dddot{Z}_1 \cdot \left(X_1 \cdot \dot{X}_1 + Z_1 \cdot \dot{Z}_1 \right) + \ddot{Z}_1 \cdot \left(\dot{X}_1^2 + \dot{Z}_1^2 + X_1 \cdot \ddot{X}_1 + Z_1 \cdot \ddot{Z}_1 \right). \end{cases}$$

В приведенных выше зависимостях величины $\dot{X}_1$, $\dot{Z}_1$, $\ddot{X}_1$, $\ddot{Z}_1$, $\dddot{X}_1$, $\dddot{Z}_1$ являются частными производными координат X_1 и Z_1 по переменной α. Поскольку из рис. 1 следует, что: $X_1 = X_K - R \cdot \sin \alpha_t$, $Z_1 = Z_K$, то с учетом уравнения (1) имеют место очевидные соотношения между этими производными:

$$\begin{cases} \dot{X}_1 = -\dddot{X}_1 = -\ddot{Z}_1 = R \cdot \cos\left(\alpha_t + \alpha \right); \\ \dddot{Z}_1 = -\dot{Z}_1 = -\ddot{X}_1 = R \cdot \sin\left(\alpha_t + \alpha \right). \end{cases}$$

2. Расчет приведенной кривизны $\chi_{\text{ïð}(J)}$ при контакте выпуклого профиля ножки витка – дуга BC на рис. 1, с выпуклым зубом колеса.

Уравнение осевого сечения витка на дуге BC в системе координат $S_1\left\{ X_1; Z_1 \right\}$ [12]:

$$\vec{r}_1 = \left(r_{W1} - \frac{r_0}{\cos \nu} \right) \cdot \vec{i}_1 + P \cdot \left(\operatorname{tg} \nu - \nu \right) \cdot \vec{k}_1,$$

здесь: $r_0 = P \Big/ \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha_u + \operatorname{tg}^2 \gamma}$ – радиус основного цилиндра червяка ZJ; (как было уже сказано, на дуге BC профиль витка является осевым сечением червяка ZJ); $P = r_1 \cdot \operatorname{tg} \gamma$ – параметр винта с делительным радиусом r_1 и углом подъема витков γ на делительном цилиндре червяка ZJ .

Пределы изменения переменной $\nu = \left[\nu_{\text{í à÷}}; \nu_{\text{êî í}}\right]$ находятся из следующих условий:

$$\nu_{\text{í à÷}} = \arccos\left(-\frac{r_0}{r_{W1}}\right); \ \nu_{\text{êî í}} = \arccos\left(-\frac{r_0}{r_{f1}}\right)$$

Производные от функции $\vec{r}_1 = \vec{r}_1\left(\nu\right)$:

$$\dot{\vec{r}}_1 = \frac{\partial \vec{r}_1}{\partial \nu} = -\frac{r_0 \cdot \operatorname{tg}\nu}{\cos\nu} \cdot \vec{i}_1 + P \cdot \operatorname{tg}^2 \nu \cdot \vec{k}_1;$$

$$\ddot{\vec{r}}_1 = \frac{\partial^2 \vec{r}_1}{\partial \nu^2} = -\frac{r_0 \cdot \left(1 + 2 \cdot \operatorname{tg}^2 \nu\right)}{\cos\nu} \cdot \vec{i}_1 + \frac{2 \cdot P \cdot \operatorname{tg}\nu}{\cos^2 \nu} \cdot \vec{k}_1.$$

$$\begin{cases} \ddot{X}_{22} = X_{22A} + X_{22B}; \\ \ddot{Y}_{22} = Y_{22A} + Y_{22B}. \end{cases}$$

Здесь:

$$\begin{cases} X_{22A} = \left[\ddot{X}_1 + 2 \cdot \left(\dot{Z}_1 + r_2 \cdot \dot{\varphi}_2\right) \cdot \dot{\varphi}_2\right] \cdot \cos\varphi_2 + \left(\ddot{Z}_1 + r_2 \cdot \ddot{\varphi}_2 - 2 \cdot \dot{X}_1 \cdot \dot{\varphi}_2\right) \cdot \sin\varphi_2; \\ X_{22B} = \left(Z_1 + r_2 \cdot \varphi_2\right) \cdot \left[\cos\varphi_2 \cdot \ddot{\varphi}_2 - \sin\varphi_2 \cdot \dot{\varphi}_2^2\right] - \\ \qquad - \left(X_1 + r_2\right) \cdot \left[\sin\varphi_2 \cdot \ddot{\varphi}_2 + \cos\varphi_2 \cdot \dot{\varphi}_2^2\right]; \\ Y_{22A} = -\left[\ddot{X}_1 + 2 \cdot \left(\dot{Z}_1 + r_2 \cdot \dot{\varphi}_2\right) \cdot \dot{\varphi}_2\right] \cdot \sin\varphi_2 + \left(\ddot{Z}_1 + r_2 \cdot \ddot{\varphi}_2 - 2 \cdot \dot{X}_1 \cdot \dot{\varphi}_2\right) \cdot \cos\varphi_2; \\ Y_{22B} = -\left(Z_1 + r_2 \cdot \varphi_2\right) \cdot \left[\sin\varphi_2 \cdot \ddot{\varphi}_2 + \cos\varphi_2 \cdot \dot{\varphi}_2^2\right] - \\ \qquad - \left(X_1 + r_2\right) \cdot \left[\cos\varphi_2 \cdot \ddot{\varphi}_2 - \sin\varphi_2 \cdot \dot{\varphi}_2^2\right]. \end{cases}$$

Из уравнения зацепления головки витка с сопряженным участком зуба колеса находим связь между переменными φ_2 и ν :

$$\varphi_2 = \frac{t_0}{r_2 \cdot r_0} - \frac{Z_1}{r_2}$$

где $t_0 = P \cdot X_1 \cdot \sin\nu$ – вспомогательная переменная.

$$\dot{\varphi}_2 = \frac{\partial \varphi_2}{\partial \nu} = \frac{\dot{t}_0}{r_2 \cdot r_0} - \frac{\dot{Z}_1}{r_2};$$

$$\ddot{\varphi}_2 = \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial \nu^2} = \frac{\ddot{t}_0}{r_2 \cdot r_0} - \frac{\ddot{Z}_1}{r_2}.$$

Здесь:

$$\dot{t}_0 = \frac{\partial t_0}{\partial \nu} = P \cdot \left(\dot{X}_1 \cdot \sin\nu + X_1 \cdot \cos\nu \right);$$

$$\ddot{t}_0 = \frac{\partial^2 t_0}{\partial \nu^2} = P \cdot \left[\left(\ddot{X}_1 - X_1 \right) \cdot \sin\nu + 2 \cdot \dot{X}_1 \cdot \cos\nu \right].$$

Приведенная кривизна при контакте выпуклой части витка (дуга BC) с сопряженным выпуклым зубом определяется выражением

$$\chi_{ïð(J)} = \chi_{1(J)} + \chi_{2(J)} = 1/\rho_{1(J)} + 1/\rho_{2(J)}. \qquad (4)$$

Радиусы кривизны профиля зуба колеса $\rho_{2(J)}$ на участке контакта с выпуклой частью витка рассчитывались по зависимости (3). Радиусы кривизны профиля витка $\rho_{1(J)}$ также определялись по формуле (3) при соответствующей замене параметров $\dot{X}_{22}$, $\dot{Y}_{22}$, $\ddot{X}_{22}$, $\ddot{Y}_{22}$ на $\dot{X}_1$, $\dot{Y}_1$, $\ddot{X}_1$, $\ddot{Y}_1$.

Расчеты $\chi_{\text{ïð}(C)}$ и $\chi_{\text{ïð}(J)}$ выполнены для 3-х червячных передач с различными параметрами зацепления:

I . $a_w = 400$ мм, $m = 12,5$ мм, $q = 12,5$, $z_1/z_2 = 1/53$, $x = -0,75$;

II . $a_w = 500$ мм, $m = 14$ мм, $q = 14$, $z_1/z_2 = 1/56$, $x = 0,7143$;

III . $a_w = 400$ мм, $m = 10$ мм, $q = 14$, $z_1/z_2 = 2/66$, $x = 0$.

В графическом виде результаты расчетов представлены на рис. 2.

Цифрам I , II , II соответствуют номера передач, параметры которых даны выше.

Для удобства анализа графики на рис. 2 представляют собой безразмерные функции $\left|\chi_{\text{ïð}} \cdot m \cdot 100\right|$, пропорциональные $\chi_{\text{ïð}}$ и без учета знака приведенной кривизны $\chi_{\text{ïð}}$.

Анализ полученных результатов показывает, что на участке зацепления вогнутой ножки витка с сопряженной головкой зуба приведенная кривизна на 34…57 % меньше, чем при зацеплении выпуклой головки витка с выпуклым зубом. Это дает снижение контактных напряжений соответственно на 18…31 %. Расчеты выполнялись для $R = \left(24\ldots26\right) \cdot m$.

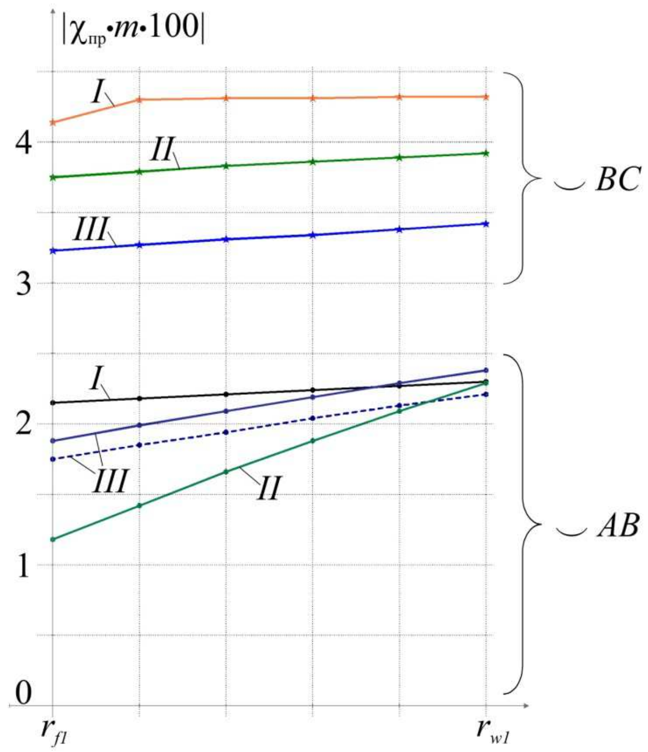

Рисунок 2 – Приведенная кривизна синтезированных червячных передач ZCJ

Следует отметить, что величина $\chi_{ïð} \cdot m \cdot 100$, а, следовательно, и $\chi_{ïð(C)}$, сильно зависит от заданного значения R. Так, при переходе от $R = 26 \cdot m$ к $R = 27 \cdot m$ величина $\chi_{ïð(C)}$ для передачи III снижается примерно на 8…9 %. Это видно, если сопоставить на рис. 2 сплошную и пунктирную линии III (для $\cup AB$), которые получены для одной и той же передачи с указанными значениями R.

Выводы. Замена части осевого профиля витка у червяка ZJ на вогнутый профиль снижает на первой фазе зацепления червяка с колесом приведенную кривизну сопряженных поверхностей на 34…57 %. Это приводит к уменьшению контактных напряжений между витками и зубьями на 18…31 %, что, в свою очередь, будет снижать интенсивность износа взаимодействующих поверхностей и, соответственно, увеличит ресурс передачи в целом. При этом уровень сложности в изготовлении червяка ZCJ сопоставим с червяком ZJ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Niemann G. Untersuchungen an Schneckengetrieben / G. Niemann, E. Heyer // VDI. – 1953. – № 6.
2. Новые виды цилиндрических червячных передач. – М.-Л.: Машгиз, 1962. – 102 с.
3. O. Ufert. Dynamische Drehfehlermessungen an Walzerfrasmazchinen und ihr Einfluss auf die Genauigkrit gefraster Grobgetrieberader. VDI, № 103, 1956.
4. Литвин Ф.Л. Определение и исключение неблагоприятных зон зацепления в цилиндрических червячных передачах / Ф.Л. Литвин, И.П. Бернацкий // Вестн. Машиностроения. – 1976. – № 12. – С. 14-16.
5. Бернацкий И.П. Исследование червячной передачи повышенной грузоподъемности с конволютным червяком новой разновидности / И.П. Бернацкий // Тр. Ленингр. политехн. ин-та. – 1965. – № 254. – С. 42-53.
6. Верховский А.В. Исследование условий работы червячных передач с замкнутыми линиями контакта: дис. … кандидата техн. наук / А.В. Верховский. – Москва, 1978. – 269с.
7. Парубец В.И. Анализ и синтез червячных передач с управляемым контактом, локализованным в заданной зоне: дис. … кандидата техн. наук / В.И. Парубец. – Киев, 1985. – 233с.
8. Шевченко С.В. К выбору параметров выпукло-вогнутого профиля червяка / С.В. Шевченко // Изв. вузов. Машиностроение. – 1974. – № 2. – С. 79-83.
9. Мазнев Е.А. Повышение нагрузочной способности цилиндрических червячных передач применением выпукло-вогнутого профиля витков червяка: дис. … кандидата техн. наук: 05.02.02 / Евгений Александрович Мазнев. – Луганск, 2010. – 289с.
10. А.с. 904410, МКИ F16H. Червячная передача /С.В. Шевченко, В.П. Шишов, В.И. Подройко. – 2911046/24-28. Заявл. 21.04.1980. Опубл. в бюл. №15, 1982.
11. Шевченко С.В., Ткач П.Н. Локализация контакта в червячном зацеплении на базе стандартных элементов передачи // Підйомно-транспортна техніка: науково-технічний та виробничий журнал. – Дніпропетровськ, 2010.- №1 – С. 49-55.
12. Герасимов Б.К. Нагрузочная способность и к.п.д. червячных передач с локализованным пятном контакта / Б.К. Герасимов, В.Н. Комков // Тр. Ленингр. политехн. ин-та. – Л., 1983. – № 396. – С. 41-44.
13. Корн Г. Справочник по математике / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1970. – 720 с.
14. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука, 1968. – 584 с.