# ИНФОРМАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ФИЗИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКОЙ УЧАЩИХСЯ

**УДК 519**

**ШУПИК Игорь Евгеньевич**
доцент, заведующий кафедрой физического воспитания Херсонского национального технического университета.
**Научные интересы:** информационные технологии.
**e-mail:** IgorShupik@kntu.net.ua

## ВВЕДЕНИЕ

Задача управления физической подготовкой учащейся молодежи относится к задачам создания оптимальных информационно-управляющих систем, причем объектом управления является организационная система. Движение в данной системе происходит как результат операции принятия решения [1]. То есть каждый из элементов системы имеет собственную функцию цели и действует таким образом, что бы достичь ее оптимума. Таким образом, моделируя процедурой оптимизации «разумность» каждого из элементов системы, получаем возможность формировать модель группы студентов, как объекта управления. При такой постановке открывается возможность оценить динамику изменения состояния отдельного члена группы, но и описать изменение состояния всего коллектива как движение динамической системы в пространстве состояний [2].

## ОБЗОР СОСТОЯНИЯ ВОПРОСА

Вопросы управления организационными системами занимают важное место в исследованиях социальных [3], экономических [4] и автоматизированных систем [5]. Сложная задача построения математической модели таких систем основывается на использовании методов теории искусственного интеллекта [6]. Задача построения математической модели динамики организационной системы является достаточно сложной проблемой [7]. В данной работе использована абстрактная модель поведения агента в организационной структуре, построенная на последовательности процедур принятия оптимального решения в процессах взаимодействия с внешними источниками информации. При этом рассматривается достаточно узкий круг проблем связанных с функционированием группы, как организационной системы, в процессе занятий по физическому воспитанию в период обучения в университете и используется оценка скорости сходимости градиентной процедуры на выпуклой функции цели [8], как оценка динамики объекта.

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В работе поставлена цель, основываясь на представлении о «разумности» элементов системы, как элементов объекта управления, движение которых определяется результатом решения задачи оптимизации, найти оптимальное управление группой студентов, как организационной системой. Причем учитывая, что управление в данной системе осуществляется посредством передачи информации, задача рассматривается в информационном пространстве.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Существенной особенностью системы является формирования управления как потока сообщений об ограничениях и рекомендуемых действиях, что при реализации экстремального управления обеспечивает адаптацию модели и функции цели к особенностям окружающей среды. Действительно, в контурах принятия решения реализуется процедура поиска оптимального решения, а следовательно, в системе имеется накопление информации как в контуре распознавания, так и в контуре принятия решения о поведении.

Однако необходимо учитывать, что передача управления в данной системе носит ярко выраженный информационный характер.

Для получения более простого описания поведения объекта возможно использование информационного пространства [9]. Исходя из специфики поведения объекта, заключающейся в том, что всегда выполняются действия, которые наиболее выгодны с точки зрения агента рассмотрим информацию *I* как причину получения выигрыша по отношению принятой агентом функции цели *f*:

$$f = f(I). \tag{1}$$

В таком случае достаточно предположить непрерывность и ограниченность функции цели или её аналитичность, чтобы записать связь функции цели и информации в окрестности:

$$\begin{aligned} f(I) &= f(I_0) + \frac{1}{1!}\frac{df(I)}{dI}\Big|_{I_0} \Delta I + \\ &+ \frac{1}{2!}\frac{d^2f(I)}{dI^2}\Big|_{I_0} \Delta I^2 + \ldots + R. \end{aligned} \tag{2}$$

Так как желательно получить линейную связь между информацией и значением целевой функции, используем первое приближение:

$$\frac{df(I)}{dI} = \varphi(I, f(I)). \tag{3}$$

Вопрос о правой части уравнения (3) решается или на основе исследований или на основе гипотезы.

В данном случае целесообразно предположить, что чем выгоднее событие, тем больше оно несет информации, тогда

$$\frac{df(I)}{dI} = \beta, \tag{4}$$

где β константа.

Тогда можно записать связь между информацией и выигрышем

$$dI = \frac{1}{\beta}df, \tag{5}$$

или при нулевых начальных условиях получаем простую связь

$$I = \frac{1}{\beta}f. \tag{6}$$

Естественно, единица измерения информации, в этом случае, совпадает с единицей измерения полезности. В этом случае константа *β* может трактоваться, как емкость носителя и тогда получим привычное измерение - единиц на бит.

Рассмотрим свойства информации. Поскольку функция цели всегда неотрицательна $f \geq 0$ и неотрицательна константа *β*, можно утверждать, что информация всегда неотрицательна $I \geq 0$.

Множество *F*, над которым определено информационное поле - это множество интересов агентов, или множество значений целевых функций

$$f_i \in F. \tag{7}$$

В таком случае норма в информационном поле, для данного случая определится как

$$\|I\| = \frac{1}{\beta}f_i. \tag{8}$$

При этом выполняются:

1. Требование неотрицательности:

$$\|I\| \geq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{\beta}f_i \geq 0. \tag{9}$$

2. Равенство нулю (выполняется так как $\beta < \infty$):

$$\|I\| = 0 \Leftrightarrow f_i = 0. \tag{10}$$

3. Аксиома однородности:

$$\|\alpha I\| = |\alpha|\|I\| \Leftrightarrow \alpha \geq 0, \quad I \geq 0. \tag{11}$$

4. Аксиома треугольника (выполняется в следствии неотрицательности информации):

$$\|I_i + I_j\| \leq \|I_i\| + \|I_j\|. \tag{12}$$

Таким образом, использование значения функции цели для оценки информации позволяет определить норму информационного пространства.

Для определения метрики учтем, что в информационном поле важен порядок, сообщение имеет приемник, и обратная передача информации отсутствует, так как источник, в общем случае, не обладает априорной информацией приемника.

1. Аксиома тождества для метрики $d(I_i, I_j) = (I_i - I_j)$ выполняется

$$d(I_i, I_j) = 0 \Leftrightarrow I_i = I_j. \tag{13}$$

2. Аксиома симметрии не выполняется в виду не реализуемости обратной передачи информации

$$d(I_i, I_j) \neq d(I_j, I_i). \tag{14}$$

3. Аксиома неотрицательности выполняется, так как в случае отрицательности меняется направление передачи информации

$$\begin{aligned} &if \quad \frac{1}{\beta} f_i \geq \frac{1}{\beta} f_j \Rightarrow d(I_i, I_j) \geq 0; \\ &if \quad \frac{1}{\beta} f_i < \frac{1}{\beta} f_j \Rightarrow d(I_j, I_i) > 0. \end{aligned} \tag{15}$$

4. Аксиома треугольника выполняется, вырождаясь в равенство:

$$d(I_i, I_j) = d(I_i, I_k) + d(I_k, I_j). \tag{16}$$

Так как

$$\begin{aligned} &\mathrm{d}(\mathrm{I}_\mathrm{i}, \mathrm{I}_\mathrm{j}) = \frac{1}{\beta}\mathrm{f}_\mathrm{i} - \frac{1}{\beta}\mathrm{f}_\mathrm{j}; \\ &\mathrm{d}(\mathrm{I}_\mathrm{i}, \mathrm{I}_\mathrm{k}) = \frac{1}{\beta}\mathrm{f}_\mathrm{i} - \frac{1}{\beta}\mathrm{f}_\mathrm{k}; \\ &\mathrm{d}(\mathrm{I}_\mathrm{k}, \mathrm{I}_\mathrm{j}) = \frac{1}{\beta}\mathrm{f}_\mathrm{k} - \frac{1}{\beta}\mathrm{f}_\mathrm{j}; \\ &\frac{1}{\beta}\mathrm{f}_\mathrm{i} - \frac{1}{\beta}\mathrm{f}_\mathrm{k} + \frac{1}{\beta}\mathrm{f}_\mathrm{k} - \frac{1}{\beta}\mathrm{f}_\mathrm{j} = \frac{1}{\beta}\mathrm{f}_\mathrm{i} - \frac{1}{\beta}\mathrm{f}_\mathrm{j}. \end{aligned} \tag{17}$$

Существенным достоинством представления модели объекта в информационном пространстве является простота. Так для описания всего процесса принятия решения достаточно рассмотреть две оптимизационные процедуры

$$\begin{aligned} &I_\varepsilon = d(I_x, I_y); \\ &A^{-1*} \to \min I_\varepsilon; \\ &I_y^* \to \max I_z, \end{aligned} \tag{18}$$

где $I_x$ – входная информация, $I_y$ – информация, содержащаяся в принимаемой гипотезе о входном сообщении, $I_\varepsilon$ – информация об отклонении гипотезы от входной информации, $A^{-1}$ – оператор восстановления входной информации, $I_z$ – информация, поступающая во внешнюю среду о действии объекта. Структурно получаем последовательность оптимизационных процедур, рис. 1.

Следовательно, при построении математической модели принятия решения объектом, достаточно рассмотреть последовательность двух оптимизационных задач в пространстве состояния – задачи распознавания внешнего сообщения и задачи выбора оптимального выходного сообщения.

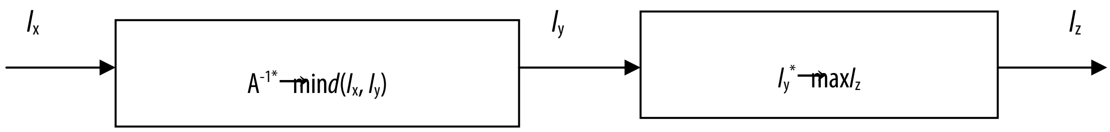



***Рисунок 1 – Структурная схема обработки информации***

Однако, при этом получаем последовательность шагов оптимизации, что вызывает необходимость учета динамики процесса.

Рассматривая динамику принятия решения объектом, считаем, что имеем линейную скорость сходимости оптимизационных процедур. В этом случае предполагается квадратичный вид функции цели. Действительно, для градиентной процедуры получаем:

$$\begin{aligned} &f(x) = \mu x^2; \\ &\frac{df(x)}{dx} = 2\mu x. \end{aligned} \tag{19}$$

Тогда считая, что шаг по оси $x$ занимает время пропорциональное величине шага

$$\frac{dx}{dt} = \eta, \tag{20}$$

можем записать

$$\frac{df(x)}{dt} = 2\eta\mu x = cx. \tag{21}$$

И в этом случае градиентная процедура принимает вид:

$$x_{i+1} = x_i + \alpha x_i. \tag{22}$$

В таком случае динамика оптимизационной процедуры может быть описана как движение инерционного звена первого порядка с передаточной функцией:

$$W(p) = \frac{k}{Tp+1}. \tag{23}$$

Естественно, постоянная времени индивидуальна для каждого объекта, но эта величина вполне идентифицируема. Таким образом, движение системы в точку оптимума $x^*$ принятия решения описывается дифференциальным уравнением:

$$\frac{df(x)}{dt} + \alpha x = x^*. \tag{24}$$

Переходя к описанию системы в информационном пространстве, можем записать:

$$\frac{dI_x}{dt} + \alpha I_x = I_y. \tag{25}$$

При этом константа α определяет скорость восприятия информации.

Так как в математической модели определены две последовательные оптимизационные процедуры – распознавание внешней информации и принятия решения о действии, в динамической модели целесообразно рассматривать последовательность звеньев:

$$W(p)=\frac{k_1}{T_1p+1}\frac{k_2}{T_2p+1}, \qquad (26)$$

где: $k_1$ – коэффициент восприятия информации,

$k_2$ – коэффициент выполнения решения,

$T_1$ – постоянная времени распознавания,

$T_2$ – постоянная времени принятия решения.

Структурная схема модели динамики объекта приведена на рис. 2.

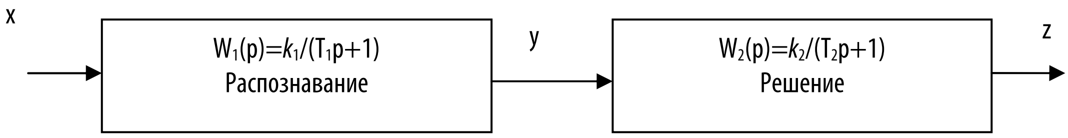



***Рисунок 2 – Модель динамики объекта***

Переходя к общей передаточной функции, получаем:

$$W(p)=\frac{k_1k_2}{(T_1T_2)p^2+(T_1+T_2)p+1}. \qquad (27)$$

И соответствующее дифференциальное уравнение в информационном пространстве:

$$(T_1T_2)\frac{d^2I_x}{dt^2}+(T_1+T_2)\frac{dI_x}{dt}+I_x=k_1k_2I_z. \qquad (28)$$

Характеристическое уравнение имеет вид:

$$(T_1T_2)\lambda^2+(T_1+T_2)\lambda+1=0. \qquad (29)$$

Характер движения в данном случае это монотонный апериодический процесс с корнями характеристического уравнения $\lambda_1=-1/T_1$, $\lambda_2=-1/T_2$. При этом постоянная времени в процессе распознавания меньше, чем в процессе принятия решения. Действительно, для того что бы понять указание преподавателя требуется немного времени, а вот для того что бы выполнить требуемые действия в первый раз, необходимо гораздо больше времени. В общем случае воздействия на объект нескольких источников в информационном пространстве получаем модель динамики в пространстве состояний:

$$\begin{aligned}&\frac{d\mathbf{I}_x}{dt}=A\mathbf{I}_x+B\mathbf{U};\\&\mathbf{I}_z=C\mathbf{I}_x.\end{aligned} \qquad (30)$$

При этом матрица объекта А – определяет скорости реакции системы на внешние сообщения, матрица управления; В – приоритеты объекта; вектор управления u – цели и ограничения, являющиеся в организационной системе управлениями; матрица С – степень выполнения решений. Таким образом, динамика объекта по отношению к выполнению требований носит не сложный характер, однако для достижения поставленной цели требуется учитывать не только краткосрочную реакцию объекта, но и длительный процесс изменения состояния объекта. Исходя из существенной разницы в постоянных времени процессов восприятия и решения по отношению к процессу изменения параметров объекта, разделим систему на две подсистемы. Первую подсистему формируем из процессов распознавания и принятия решения:

$$\begin{aligned}&\left.\begin{aligned}\dot{\mathrm{I}}_{yi}&=\mathrm{A}_i\mathrm{I}_{yi}+\mathrm{B}_i\mathrm{I}_{xi}\\ \mathrm{I}_{zi}&=\mathrm{C}_i\mathrm{I}_{yi}\end{aligned}\right\};\\&\mathrm{A}_i=\begin{pmatrix}0 & 1\\ -\mathrm{a}_{i0} & -\mathrm{a}_{i1}\end{pmatrix};\\&\mathrm{B}_i=\begin{pmatrix}0 & 0\\ \mathrm{b}_{i21} & \mathrm{b}_{i22}\end{pmatrix};\quad \mathrm{C}_i=\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\end{aligned} \quad . \qquad (31)$$

При этом вектор управления содержит две компоненты:

$I_{ix1}$ – информация о функции цели, предлагаемая по каналу управления;

$I_{ix2}$ – информация об ограничениях.

При этом для собственной функции цели $f_i$ и директивной функции цели $f$ информация о функции цели, предлагаемая по каналу управления:

$$I_{ix1}=f-f_i. \qquad (32)$$

А компонент $I_{ix2}$ информация об ограничениях определяется влиянием на функцию цели и по сути дела является множителем Лагранжа:

$$I_{ix2}=\frac{\partial f}{\partial\varphi}=\lambda. \qquad (33)$$

При агрегировании объектов в группу из n объектов, порядок вектора состояния системы равен N=2n, и для трех объектов в системе, матрица объекта принимает вид:

$$A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -a_{10} & -a_{11} & 0 & d_{12} & 0 & d_{13} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & d_{21} & -a_{20} & -a_{21} & 0 & d_{23} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & d_{31} & 0 & d_{32} & -a_{30} & -a_{31} \end{pmatrix}. \quad (34)$$

Тогда дополнив матрицу объекта подсистемы матрицей связи $D_{ij}$ где индекс $j$ указывает какая подсистема влияет на $i$- тую подсистему

$$D_{ji}=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & d_{ji} \end{pmatrix}. \quad (35)$$

Тогда матрица объекта всей системы принимает вид блочной матрицы:

$$\mathrm{A}=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\mathrm{a}_{10} & -\mathrm{a}_{11} & 0 & \mathrm{d}_{21} & 0 & \mathrm{d}_{31} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \mathrm{d}_{12} & -\mathrm{a}_{20} & -\mathrm{a}_{21} & 0 & \mathrm{d}_{32} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \mathrm{d}_{13} & 0 & \mathrm{d}_{23} & -\mathrm{a}_{30} & -\mathrm{a}_{31} \end{pmatrix}= \quad (36)$$

$$=\begin{pmatrix} \mathrm{A}_1 & \mathrm{D}_{12} & \mathrm{D}_{13} \\ \mathrm{D}_{21} & \mathrm{A}_2 & \mathrm{D}_{23} \\ \mathrm{D}_{31} & \mathrm{D}_{32} & \mathrm{A}_3 \end{pmatrix}.$$

При этом матрица B системы принимает вид диагональной блочной матрицы:

$$\mathrm{B}=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathrm{b}_{121} & \mathrm{b}_{122} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathrm{b}_{221} & \mathrm{b}_{222} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathrm{b}_{321} & \mathrm{b}_{322} \end{pmatrix}= \quad (37)$$

$$=\begin{pmatrix} \mathrm{B}_1 & 0 & 0 \\ 0 & \mathrm{B}_2 & 0 \\ 0 & 0 & \mathrm{B}_3 \end{pmatrix},$$

и вектор управления имеет вид:

$$\mathbf{I}_x=\begin{bmatrix} I_{x11} \\ I_{x12} \\ I_{x21} \\ I_{x22} \\ I_{x31} \\ I_{x32} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \mathbf{I}_{x1} \\ \mathbf{I}_{x2} \\ \mathbf{I}_{x3} \end{bmatrix}. \quad (38)$$

Аналогично формируется матрица выхода:

$$C=\begin{pmatrix} 0 & c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_3 \end{pmatrix}. \quad (39)$$

При этом вектор выхода имеет размерность N. Таким образом, математическая модель динамики всей подсистемы, определяется выражением аналогичным (40):

$$\left.\begin{aligned} \dot{\mathbf{I}}_y &= A\mathbf{I}_y + B\ \mathbf{I}_x \\ \mathbf{I}_z &= \mathbf{C}\ \mathbf{I}_y \end{aligned}\right\}. \quad (40)$$

Вторая подсистема описывается более просто, так как не содержи подсистем и является просто многомерной системой порядка N:

$$\dot{\mathbf{I}}_s = A_s\mathbf{I}_s + B_s\mathbf{I}_z. \quad (41)$$

Тогда, с учетом разделения задачи на подзадачу управления восприятием и принятием решения и подсистему изменения параметров объекта, структура системы принимает вид, приведенный на рис. 3.

Подсистема принятия решения связана с решением задачи оптимального управления для каждого объекта. Рассмотрим отдельно от группы одного агента, в этом случае порядок системы равен двум и можем использовать модель со скалярным функционалом цели и матрицей выхода, принимающей вид:

$$\mathbf{C}=\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (42)$$

При выборе функции цели необходимо учитывать специфику задачи. Во-первых, за время принятия решения $t_1$-$t_0$ проходит переходный процесс, связанный с восприятием информации принятием решения о действии, естественно, что желательно сократить время переходного процесса, но более существенно сократить потери информации за рассматриваемый период. Учитывая, что выходная информация ограничена всегда положительной оценкой действия $I_m$ и выполняется условие $I_m$-$\boldsymbol{CI}_{yi}$>0, иначе задача теряет смысл, в качестве функции цели используем потери информации на периоде $t_1$-$t_0$

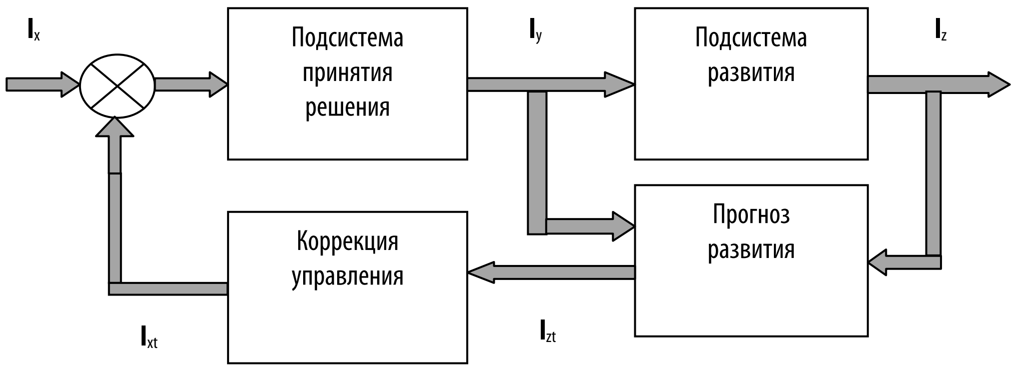



***Рисунок 3 – Структура системы управления***

$$J_i = \int_{t_0}^{t_1} (I_m - \mathbf{C}_i \mathbf{I}_{yi}) dt. \quad (43)$$

Тогда получаем задачу оптимального управления:

$$\begin{aligned} & J_i = \int_{t_0}^{t_1} (I_m - \mathbf{C}_i \mathbf{I}_{yi}) dt; \\ & \mathbf{I}^*_{yi}, \mathbf{I}^*_{xi} \to \min J_i \\ & \left.\begin{aligned} \dot{\mathbf{I}}_{yi} &= A_i \mathbf{I}_{yi} + B_i \mathbf{I}_{xi} \\ I_{zi} &= \mathbf{C}_i \mathbf{I}_{yi} \end{aligned}\right\}; \\ & \left.\begin{aligned} \mathbf{C}\mathbf{I}_{yi}(t_0) &= 0 \\ \mathbf{C}\mathbf{I}_{yi}(t_1) &= I^*_{yi} \end{aligned}\right\}. \end{aligned} \quad (44)$$

Функция Гамильтона в данном случае имеет вид [10, 11]:

$$H_i = \lambda_0 (I_m - \mathbf{C}_i \mathbf{I}_{yi}) + \left\langle \boldsymbol{\lambda}_i, (A_i \mathbf{I}_{yi} + B_i \mathbf{I}_{xi}) \right\rangle;. \quad (45)$$

Так как интегрант функционала цели линеен и матрица управления не нулевая, то условие стационарности по управлению не выполняется:

$$\frac{\partial H_i}{\partial \mathbf{I}_{xi}} = \frac{\partial (\lambda_0 (I_m - \mathbf{C}_i \mathbf{I}_{yi}))}{\partial \mathbf{I}_{xi}} + \frac{\partial \left\langle \boldsymbol{\lambda}_i, (A_i \mathbf{I}_{yi} + B_i \mathbf{I}_{xi}) \right\rangle}{\partial \mathbf{I}_{xi}} = \quad (46)$$

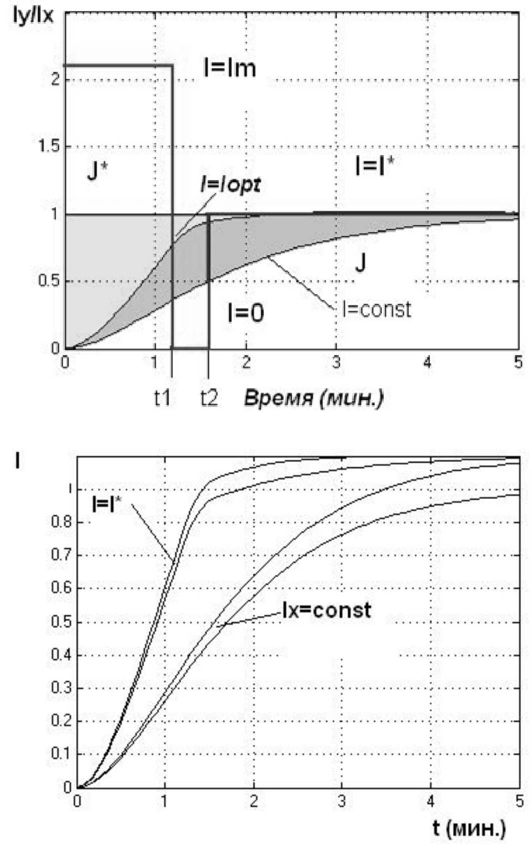
При этом каноническая система уравнений Лагранжа – Эйлера принимает вид:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial H_i}{\partial \mathbf{I}_{yi}} = -\frac{d\boldsymbol{\lambda}_i}{dt}; \\ & \frac{\partial H_i}{\partial \boldsymbol{\lambda}_i} = \frac{d\mathbf{I}_{yi}}{dt}, \end{aligned} \quad \text{или} \quad \begin{aligned} & \frac{d\mathbf{I}_{yi}}{dt} = A_i \mathbf{I}_{yi} + B_i \mathbf{I}_{xi}; \\ & -\frac{d\boldsymbol{\lambda}_i}{dt} = A_i^T \boldsymbol{\lambda}_i - \lambda_0 \mathbf{C}_i. \end{aligned}$$

Так как матрица объекта по условиям задачи гурвицева, то для сходимости процесса по множителям Лагранжа с учетом требования неотрицательности множителя Лагранжа в задаче поиска минимума, можем записать:

$$\begin{aligned} & \frac{d\boldsymbol{\lambda}_i}{dt} < 0; \\ & \lambda_j \ge 0, \quad j = 1,2. \end{aligned} \quad (47)$$

Следовательно, в процессе принятия решения, влияние ограничений должно монотонно уменьшаться.




а

б

***Рисунок 4 – Формирование управления (а), и результаты моделирования (б)***

Учитывая, что функция Гамильтона линейна по отношению к входной информации и учитывая ограниченность входной информации

$$0 \le I_{xi} \le I_{xm}, \tag{48}$$

можем записать оптимальное управление в виде трех знакопостоянных управлений:

$$\begin{aligned} &I_{xi}^* = I_{xm}, \quad 0 \le t \le \tau_1; \\ &I_{xi}^* = 0, \quad \tau_1 < t \le \tau_2; \\ &I_{xi}^* = I_{x*}, \quad \tau_2 < t_1. \end{aligned} \tag{49}$$

Это дает интервал повышенного потока информации, как побуждение к действию, интервал ожидания и интервал коррекции управления (рис. 4,а), (рис. 4,б).

Как видно из результатов моделирования, оптимальное управление позволяет получить переходный процесс со значительно меньшими затратами информации.

## ВЫВОДЫ

1. Использование информационного пространства позволяет учитывать особенности функционирования организационных систем.
2. Модель динамики организационной системы базируется на свойствах процедур оптимизации частных функций цели.
3. Линеаризованная модель элемента организационной системы имеет третий порядок.
4. Гипотеза постоянства чувствительности частной функции цели к входной информации позволяют иметь линейную метрику в информационном пространстве.
5. Оптимальное управление организационной системой основывается на использовании принципа максимума Понтрягина.
6. В задаче оптимального управления студенческой группой на занятиях физической подготовкой эффективно использование квазиоптимального управления.

## ЛИТЕРАТУРА:


1. Makarov I.M. Intellektual'nye sistemy avtomaticheskogo upravlenija /Pod red. I.M. Makarova, V.M. Lohina. – M.: Fizmatlit, 2001. – 576 s.
2. Novikov D.A. Kurs teorii aktivnih sistem /D.A. Novikov, S.N. Petrakov. – M.: CYNTU. 1999. – 104 s.
3. Novikov D.A. Mehanizmy upravlenija dinamicheskimi aktivnimi sistemami /D.A. Novikov, I.M. Smirnov, T.E. Shohina. – M.: IPU RAN, 2002. – 124 s.
4. Coj E.B. Modelirovanie i upravlenie v ekonomike (chast' I). Kurs lekcij /Coj E.B., Samochernov I.V. – Novosibirsk: Izd-vo NGTU, 2003. – 104 s.
5. Ahangel'skij V.I. Integrirovannye ASU v promyshlennosti /V.I. Arhangel'skij, I.N. Bogasenko, N.A. Rjumshin. – K.: NPK «Kievskij institut avtomatiki», 1995. – 316 s.
6. Bondarev V.N. Iskusstvennyj intellekt: Uch. posobie dlja vuzov /V.N. Bondarev, F.G. Ade. – Sevastopol': izd-vo SevNTU, 2002. – 615 s.
7. Komashinskij V.I. Nejronnye seti i ih primenenie v sistemah upravlenija i svjazi /V.I. Komashinsskij. – M.: Gorjachaja linija-Telekom, 2003. – 94 s.
8. Chernoruckij I.G. Metody optimizacii v teorii upravlenija: Uch. posobie dlja vuzov /I.G. Chernoruckij. – SPb.: Piter, 2004. – 256 s.
9. Brazhnik D.A. Informacionnaja model' invariantnoj sistemy raspoznavanija /D.A. Brazhnik, F.B. Rogal'skij, V.A. Tkach //Problemi informacijnih tehnologij. – 2009. – №1 (005). – S.31-37.
10. Alekseev V.M. Optimal'noe upravlenie /V.M. Alekseev, V.M. Tihomirov, S.V. Fomin. – M.: Nauka, 1979. – 428 s.
11. Rektoris K. Variacionnye metody v matematicheskoj fizike i tehnike /K. Rektoris. – M.: Mir, 1985. – 590 s.


**Рецензент:** *д.т.н., проф. Соколова Н.А.,*
*Херсонский национальный технический университет, Херсон.*