



СИНТЕЗ АЛГОРИТМА ТЕРМИНАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ МНОГОЭТАПНЫМ ПРОЦЕССОМ ВЫВЕДЕНИЯ АВИАЦИОННО-КОСМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ НА ОРБИТУ

УДК 629.782.05

УРУСКИЙ Олег Семенович

д.т.н., профессор, Глава Государственного космического агентства Украины.

Научные интересы: авиационно-космические системы, динамика полета, дифференциальные преобразования.

e-mail: yd@nkau.gov.ua

ГУСЫНИН Вячеслав Павлович

д.т.н., профессор, директор департамента по поставкам и качества, Бинациональная компания «Alcantara Cyclone Space».

Научные интересы: авиационно-космические системы, многорежимные летательные аппараты, динамика полета, дифференциальные преобразования.

e-mail: viacheslav.gusynin@alcantaracyclonespace.com

ГУСЫНИН Андрей Вячеславович

к.т.н., доцент, аналитик по компьютерным коммуникациям ООО «Тич Консалтинг Украина».

Научные интересы: авиационно-космические системы, многорежимные летательные аппараты, динамика полета, дифференциальные преобразования.

e-mail: gusynin@gmail.com

ВВЕДЕНИЕ

Наиболее ответственным участком полета авиационно-космической системы (АКС), состоящей из самолета-носителя (СН) и орбитальной ступени (ОС), является выведение ОС на орбиту после ее отделения от СН. Данная задача выведения является задачей терминального управления, основное требование которой состоит в приведении объекта в заданное конечное (терминальное) состояние с максимальной точностью, удовлетворяя различным целевым ограничениям, которые накладываются на параметры движения и управления ОС. Особенностью приведения ОС в терминальные условия является многоэтапный (многорежимный) характер его движения. При этом, траектория выведения состоит из нескольких этапов, внутри которых переменные вектора состояния являются непрерывными, а на границах (соответствуют моментам отделения ступеней и головного обтекателя, изменению режимов работы маршевых двигателей) может

происходить их прерывистое изменение, не выходя за пределы принятых ограничений. Каждый этап описывается своей математической моделью в форме системы обыкновенных дифференциальных уравнений, а момент окончания предыдущего этапа является моментом начала следующего этапа. Оптимизация процесса выведения позволяет повысить эффективность АКС, реализовать ее максимально возможные характеристики и способствует повышению надежности полета вследствие увеличения устойчивости алгоритмов выведения к возмущающим воздействиям.

Задачи синтеза оптимальных многоэтапных процессов управления обычно решаются с применением традиционных методов оптимизации [1-3]. При этом, использование необходимых условий оптимальности для оптимизации процесса выведения приводит к трудноразрешимой двухточечной краевой задаче, а воздействия параметрических возмущений и окружающей среды требуют непрерывной оптимизации

траектории полета в реальном времени. Кроме того, недостаток применения известных методов оптимального управления к решению данной задачи связан с синтезом алгоритмов управления в виде функции времени и требуют для своей реализации численного интегрирования дифференциальных уравнений траекторного движения АКС. Это приводит к большим вычислительным сложностям.

В работах [4,5] предложен метод синтеза алгоритмов терминального управления динамических объектов на основе дифференциальных преобразований с использованием концепции "гибких траекторий" [6]. Метод не требует для своей реализации численного интегрирования дифференциальных уравнений движения динамического объекта, использует математический аппарат дифференциальных преобразований функций и уравнений [7,8]. При этом, задача синтеза алгоритма оптимального управления сводится к решению системы нелинейных уравнений относительно его свободных параметров. В работе [9] с использованием данного подхода построена модель оптимизации многоэтапного процесса управления летательным аппаратом.

Целью данной работы является синтез алгоритма терминального управления выводением АКС на орбиту на основе модели оптимизации многоэтапного процесса управления летательным аппаратом с применением дифференциальных преобразований.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ СИНТЕЗА АЛГОРИТМА МНОГОЭТАПНОГО ТЕРМИНАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

В соответствии с моделью оптимизации многоэтапного процесса управления летательным аппаратом [9] процесс выводения АКС на орбиту на отрезке $[t_0, T]$ разобьем на r заданных временных интервалов (этапов). Полагаем, что внутри каждого этапа переменные вектора состояния ОС являются непрерывными, а все изменения в форме заданных скачков происходят на границах заданных временных интервалов:

$$T_i = t_i - t_{i-1}, \quad i = \overline{1, r}, \quad \sum_{i=1}^r T_i = T,$$

где T – время многоэтапного процесса выводения ОС АКС на орбиту.

Математическую модель траекторного движения АКС на каждом временном интервале представим в виде векторного дифференциального уравнения:

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(t, x_i, u_i, v_i), \quad x_i(t_{i-1}) = x_i^0, \quad i = \overline{1, r}. \quad (1)$$

Здесь x_i – n -мерный вектор состояния; u_i – m -мерный вектор управления; v_i – ℓ -мерный вектор возмущений; f_i – непрерывная и непрерывно дифференцируемая по совокупности переменных t, x_i, u_i, v_i на каждом временном интервале вектор-функция обобщенной силы; $t \in (t_i - t_{i-1})$ – текущее время внутри i -ого интервала.

Задача терминального управления многоэтапным процессом выводения ОС на орбиту заключается в переводе ОС из заданного начального состояния $x_i(t_0) = x_{i_0}$ в конечное (терминальное) состояние $x_r(T)$, определенное в момент времени $t = T$ q -мерным ($q \leq n$) векторным уравнением:

$$S[x_r(T), T] = 0 \quad (2)$$

Качество процесса выводения будем оценивать функционалом:

$$I = G[x_r(T), T] + \sum_{i=1}^r \int_{t_0}^T \Phi_i(t, x_i, u_i, v_i) dt, \quad (3)$$

где заданные функции G и Φ_i имеют непрерывные частные производные по x_i, u_i, v_i на каждом временном интервале. Предполагаем, что ограничения на векторы состояния и управления учитываются в процессе выбора вида функционала (3).

Спряжение граничных и начальных условий этапов задается в форме заданных краевых условий:

$$\varphi_i[x_i(T_i), x_{i+1}^0; u_i(T_i), u_{i+1}^0; T_i] = 0, \quad i = \overline{1, r}. \quad (4)$$

МЕТОД СИНТЕЗА АЛГОРИТМА ТЕРМИНАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ МНОГОЭТАПНЫМ ПРОЦЕССОМ

Для синтеза алгоритма терминального управления многоэтапным процессом выводения ОС на орбиту применяется математический аппарат дифференциально-тейлоровских преобразований, которые позволяют заменить функции $x(t)$ непрерывного аргумента t их моделями в виде дискретных функций $X(k)$ целочисленного аргумента $k = 0, 1, 2, \dots$ согласно выражению:

$$\underline{x}(t) = X(k) = \frac{h^k}{k!} \left[\frac{d^k x(t)}{dt^k} \right]_{t=t_0}, \quad (5)$$

где $x(t)$ – вещественная аналитическая функция вещественного аргумента; $X(k)$ – дискретная функция целочисленного аргумента k , которая называется дифференциальным спектром функции $x(t)$ в точке $t = t_0$; h – масштабная постоянная, имеющая размерность аргумента t ; черта снизу – символ преобразования.

Математические модели, полученные на основе дифференциальных преобразований (5), называются спектральными моделями. В дальнейшем полагаем, что функции времени, описывающие процессы многоэтапного управления в задаче (1) - (4) внутри каждого временного интервала выведения, являются аналитическими, а на границах интервалов могут иметь разрывы первого рода.

Синтез оптимального многоэтапного управления с обратной связью выполним методом замыкания оптимального программного управления $u = u(t)$ для произвольного текущего состояния динамического объекта [4]. На первом этапе синтеза будем рассматривать невозмущенное движение объекта. Выберем внутри каждого участка выведения программное управление $u_i(\tau, A_i)$ в классе аналитических функций, где $A_i = (a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in})$ – вектор свободных параметров, τ – локальный временной аргумент. Дифференциальные преобразования (5) функции $u_i(\tau, A_i)$ определяют при $h = T_i$ и $\tau = 0$ ее дифференциальный спектр в виде:

$$\underline{u}_i(\tau, A_i) = U_i(k, A_i) = \frac{T_i^k}{k!} \left[\frac{d^k u_i(t_{i-1} + \tau, A_i)}{dt^k} \right]_{\tau=0}. \quad (6)$$

Векторное дифференциальное уравнение траекторного движения АКС (1) на основе преобразований (5) в области изображений представляется в форме спектральной модели:

$$X_i(k+1, A_i, X_i^0) = \frac{T_i}{k+1} f_i \left[T_i, X_i(k, A_i, X_i^0), U_i(k, A_i) \right]. \quad (7)$$

$$X_i(0) = X_i^0(A_{i-1}, A_{i-2}, \dots, A_1); X_i(0) = X_i^0 = x_0; i = \overline{1, \Gamma}$$

Отметим, что поскольку дифференциальные преобразования (5) являются точным операционным методом, то спектральная модель (7) не имеет методиче-

ских ошибок и потенциально позволяет получить точное решение дифференциального уравнения (1). По рекуррентному выражению (7) и дифференциальному спектру (6) формируется дифференциальный спектр $X_i(k, A_i, X_i^0)$ вектора состояния $x_i(t)$.

Воспользуемся свойством дифференциальных преобразований, согласно которому алгебраическая сумма всех компонент (дискрет) дифференциального спектра любой аналитической функции в точке $t = t_v$ равна нулевой дискрете дифференциального спектра функции в точке $t_{v+1} = t_v + h$ или значению оригинала функции в той же точке:

$$\sum_{k=0}^{\infty} X_v(k) = X_{v+1}(0) = x(t_v + h). \quad (8)$$

Из соотношения (8) при $t_v = t_{i-1}$ и $h = T_i$ находим вектор состояния в конце каждого временного интервала выведения:

$$x_i(T_i, A_i, x_i^0) = \sum_{k=0}^{\infty} X_i(k, A_i, X_i^0), i = \overline{1, \Gamma} \quad (9)$$

Тогда уравнение конечного состояния всего многоэтапного процесса выведения (2) с учетом выражения для сопряжения граничных и начальных участков процесса выведения (4), а также выражения для вектора состояния в конце каждого временного интервала выведения (9) преобразуется к виду:

$$S[A_1, A_2, \dots, A_\Gamma] = 0. \quad (10)$$

Данное граничное условие в неявной форме определяет q компонент вектора свободных параметров $A_i, i = \overline{1, \Gamma}$ для i -го временного интервала и $q\Gamma$ компонент для всего процесса выведения в виде функций T_i и x_i^0 . Остальные компоненты векторов свободных параметров определяются из условий оптимальности функционала (3). Дифференциальные преобразования (5) функционала (3) с учетом дифференциальных спектров (6) и (7) позволяют представить данный функционал в виде функции векторов свободных параметров A_i :

$$I(A_1, A_2, \dots, A_\Gamma) = G[A_1, A_2, \dots, A_\Gamma] + \sum_{i=1}^{\Gamma} T_i \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Phi_i[T_i, X_i(k, A_i, X_i^0), U_i(k, A_i)]}{k+1}. \quad (11)$$

Необходимые условия оптимальности функции (11) дают возможность получить систему уравнений для определения остальных $n-q$ компонент векторов сво-

бодных параметров для i -го временного интервала и $(n - q)r$ неизвестных компонент векторов свободных параметров A_1, A_2, \dots, A_r для всего процесса управления [10]:

$$\frac{\partial I(A_1, A_2, \dots, A_r)}{\partial a_{ij}} = 0; \quad i = \overline{1, r}; \quad j = \overline{q+1, n}. \quad (12)$$

Полученная система нелинейных уравнений (10) и (12) в неявной форме определяет компоненты вектора свободных параметров $A = (A_1, A_2, \dots, A_r)$ как функции от вектора произвольного начального состояния $x_0 = x_i(t_0)$.

В результате выполнения первого этапа синтеза в неявной форме устанавливается нелинейная связь оптимального программного управления $u[t, A(T, x_0)]$ с вектором начального состояния $x_0 = x_i(t_0)$, моментом времени t_0 и временем процесса выведения T . Это управление нельзя применять на всем интервале времени T в случае действия возмущений на АКС. Управление $u[t, A(T, x_0)]$ может быть использовано для управления только в начальный момент времени t_0 . Таким образом, дифференциальные преобразования (5) позволяют получить в аналитической форме систему уравнений (10) и (12) для произвольных значений начального состояния x_0 , момента времени t_0 и интервала T .

На втором этапе синтеза рассматривается возмущенное движение АКС, которое постоянно отклоняется от оптимальной программной траектории. В этом случае управление $u[t, A(T, x)]$ вычисляется из системы уравнений (10) и (12) для текущих значений времени t и состояния $x(t)$. Таким образом, непрерывное во времени решение системы уравнений (10) и (12) позволяет сформировать замкнутый закон терминального управления вида $u = u(t, x)$. Решение системы уравнений (10) и (12) для каждого текущего момента времени t и состояния $x(t)$ динамического объекта, находящегося под действием возмущения, непрерывно дает управление $u(t, x)$, связывающее текущее состояние $x(t)$ динамического объекта с граничными (терминальными) условиями (2). В замкнутом контуре управление используется только текущее значение управления $u[t, A(T, x)]$, которое в следующий мо-

мент времени пересчитывается по системе уравнений (10) и (12). Этим обеспечивается "гибкая" адаптация оптимальной траектории движения АКС к действию заранее неизвестных возмущающих факторов $v(t)$.

СИНТЕЗ АЛГОРИТМА ТЕРМИНАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Применим рассмотренный выше метод синтеза законов терминального управления для определения алгоритма управления углом тангажа при выведении многорежимной АКС на орбиту.

За исходную математическую модель траекторного движения АКС на этапе ее выведения на орбиту на i -ом временном интервале примем систему дифференциальных уравнений, описывающую плоское движение центра масс АКС в проекциях на оси скоростной системы координат. На базе этой модели разработана спектральная модель траекторного движения АКС, которая в развернутом виде приведена в работе [11].

Программное управление углом тангажа на i -ом интервале выведения выберем в классе аналитических функций в виде линейной функции времени $\vartheta = a_{i0} + a_{i1}t$, где a_{i0} и a_{i1} – свободные параметры, подлежащие определению. Данная функция близка к оптимальной программе выведения ракет-носителей на орбиту, известной как закон линейного тангенса [12]:

$$\operatorname{tg} \vartheta = \operatorname{tg} \vartheta_0 - ct.$$

В качестве критерия качества управления для каждого i -го временного интервала процесса выведения примем функционал вида [4]:

$$I_i = \frac{\lambda_i}{2} \mu_i^2 \cdot T_i^2 - V_i(T_i), \quad (13)$$

где λ_i – положительный весовой множитель.

Первый член критерия (13) учитывает расход топлива в процессе выведения, а второй член – скорость, до которой разгоняется ОС в конце i -ого временного интервала процесса выведения. Данный критерий учитывает стремление максимизировать скорость в конце i -ого временного интервала процесса выведения при наименьшем расходе топлива.

Задача терминального управления состоит в минимизации критерия (13) в процессе многоэтапного выведения АКС из начальных условий:

$$L(0) = L_0, \quad V_X(0) = V_{X_0}, \quad H(0) = H_0, \quad V_Y(0) = V_{Y_0} \quad (14)$$

в заданные конечные:

$$\begin{aligned} V_X(T_i) &= V_{X_{T_i}}, \quad H(T_i) = H_{T_i}, \\ V_Y(T_i) &= \dot{H}_{T_i}. \end{aligned} \quad (15)$$

Здесь $V_{X_{T_i}}$, $V_{Y_{T_i}}$ и H_{T_i} – требуемая вертикальная и горизонтальная скорость а также заданная высота полета в конце i -ого временного интервала процесса выведения, L -расстояние.

Для определения алгоритма терминального управления углом тангажа, в соответствии с приведенным выше методом синтеза, необходимо выполнить вычисление дискрет дифференциальных спектров переменных траекторного движения по спектральной модели

$$X(k+1) = \frac{h}{k+1} f[X(k), \underline{u}(k), \underline{t}], \quad X(0) = x_0 \quad (16)$$

последовательно задавая целочисленные значения аргумента $k = 0, 1, 2, \dots$. Для поставленной задачи ограничимся 2-3 дискретами дифференциальных спектров переменных состояния. Как показали проведенные ранее исследования [5,7], такого количества дискрет вполне достаточно для получения с приемлемой точностью решения задач управления динамическими объектами.

Полученные дискреты дифференциальных спектров переменных траекторного движения АКС в виде функций от начальных значений переменных математической модели (1) - (4), свободных параметров a_{i0}, a_{i1} программного управления углом тангажа ϑ и продолжительности T_i i -ого временного интервала процесса выведения приведены в работе [11].

Воспользовавшись свойством дифференциальных преобразований (5), в соответствии с которым алгебраическая сумма всех дискрет дифференциального спектра произвольной аналитической функции в точке $t_0 = 0$ равна значению оригинала функции в точке $t = T_i$, получим уравнения, связывающие параметры управления (a_{i0}, a_{i1}) и параметры траекторного движения АКС на i -ом временном интервале ее многоэтапного выведения на орбиту с заданными в конце интервала скоростью $V_{X_{T_i}}$, высотой H_{T_i} и скоростью изменения высоты \dot{H}_{T_i} :

$$\begin{aligned} H(T_i) &= H_0 + T_i V_{Y_0} + \frac{A_i T_i^2}{2} + \\ &+ \frac{T_i^3}{6} \left[\frac{\mu_i}{m_0} \cdot \frac{P_i}{m_0} \sin a_0 + a_i \frac{P_i}{m_0} \cos a_0 + B_i \cdot \left(\frac{2V_{X_0}}{R_3 + H_0} + 2\Omega_3 \right) \right] =, \quad (17) \\ &= H_{T_i} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_Y(T_i) &= V_{Y_0} + A_i T_i + \\ &+ \frac{T_i^2}{2} \left[\frac{\mu_i}{m_0} \cdot \frac{P_i}{m_0} \sin a_0 + a_i \frac{P_i}{m_0} \cos a_0 + B_i \cdot \left(\frac{2V_{X_0}}{R_3 + H_0} + 2\Omega_3 \right) \right] =, \quad (18) \\ &= \dot{H}_{T_i} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_X(T_i) &= V_{X_0} + B_i T_i + \\ &+ \frac{T_i}{2} \left[\frac{\mu_i}{m_0} \cdot \frac{P_i}{m_0} \cos a_0 - a_i \frac{P_i}{m_0} \sin a_0 - A_i \cdot \left(\frac{V_{X_0}}{R_3 + H_0} + 2\Omega_3 \right) \right] =, \quad (19) \\ &= V_{X_{T_i}} \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} A_i &= \frac{P_i}{m_0} \sin a_0 - g + \frac{(V_{X_0})^2}{R_3 + H_0} + 2\Omega_3 V_{X_0} + \\ &+ \frac{\rho_0 V_0}{m_0} \left[C_3 \cdot \alpha_0 \cdot V_{X_0} - (C_1 + C_2 \cdot C_3 \cdot \alpha_0^2) V_{Y_0} \right], \quad (20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_i &= \frac{P_i}{m_0} \cos a_0 - \frac{V_{X_0} \cdot V_{Y_0}}{R_3 + H_0} - 2\Omega_3 V_{Y_0} - \\ &- \frac{\rho_0 V_0}{m_0} \left[C_3 \cdot \alpha_0 \cdot V_{Y_0} + (C_1 + C_2 \cdot C_3 \cdot \alpha_0^2) V_{X_0} \right]. \quad (21) \end{aligned}$$

Остальные обозначения приведены в работе [11].

Уравнения (17) – (19) позволяют определить продолжительность T_i i -ого временного интервала процесса выведения, а также свободные параметры a_{i0} и a_{i1} управления углом тангажа на i -ом временном интервале.

Из соотношения (18) определяем параметр управления a_{i1} :

$$\begin{aligned} a_{i1} &= - \frac{1}{\frac{P_i \cos a_0}{m_0}} \cdot \\ &\cdot \left[\frac{2(V_{Y_0} - \dot{H}_{T_i})}{T_i^2} + \frac{2A_i}{T_i} + B_i \left(\frac{2V_{X_0}}{R_3 + H_0} + 2\Omega_3 \right) \right] - \\ &- \frac{\mu_i}{m_0} \operatorname{tga}_0 \end{aligned} \quad (22)$$

Подстановка соотношения (22) в уравнение (17) дает выражение для определения в неявном виде на-

чального значения угла тангажа при произвольных начальных значениях переменных траекторного движения АКС. Следовательно, заменяя произвольные начальные значения управления и переменных траекторного движения их текущими значениями, получим в неявном виде алгоритм управления углом тангажа ϑ_{K_i} для i -ого интервала выведения АКС на орбиту:

$$\frac{P_i}{m_i} \sin \vartheta_{K_i} = \frac{6(H_{T_i} - H)}{T_i^2} - \frac{4V_Y + 2\dot{H}_{T_i}}{T_i} + g - \frac{(V_X)^2}{R_3 + H} - 2\Omega_3 V_X - \frac{\rho V}{m_i} \cdot [C_3 \alpha V_X - (C_1 + C_2 \cdot C_3 \cdot \alpha^2) V_Y]. \quad (23)$$

Особенностью полученного алгоритма многоэтапного процесса управления выведением АКС на орбиту является присутствие в нем терминальных условий каждого i -ого временного интервала выведения. Это позволяет улучшить точность выполнения терминальных (конечных) условий в конце всего активного участка выведения АКС.

Продолжительность T_i процесса выведения на i -ом временном интервале определяется из уравнения (19) с учетом выражения (22):

$$T_i = -D_i + \sqrt{D_i^2 + \frac{2}{C_i} [(V_{T_i} - V_X) + (\dot{H}_{T_i} - V_Y) \operatorname{tg} \vartheta_{K_i}]}. \quad (24)$$

где

$$C_i = \frac{\mu_i}{m_i} \cdot \frac{P_i}{m_i} \cdot \frac{1}{\cos \vartheta_{K_i}} + B_i \left(\frac{2V_X}{R_3 + H} + 2\Omega_3 \right) \operatorname{tg} \vartheta_{K_i} - A_i \left(\frac{V_X}{R_3 + H} + 2\Omega_3 \right). \quad (25)$$

$$D_i = \frac{B_i + A_i \operatorname{tg} \vartheta_{K_i}}{C_i}. \quad (26)$$

Переход к замкнутому закону управления в форме (23) требует оптимизации критерия (13) с переменным весовым множителем λ_i , который изменяется в процессе изменения переменных траекторного движения АКС. Данный множитель определяем из необходимого условия оптимальности критерия I_i , который с учетом выражений (18) и (19) представляется в виде:

$$I_i = \frac{\lambda_i}{2} \mu_i^2 \cdot T_i^2 - V_{X_0} - B_i T_i - \frac{T_i^2}{2} \left[\frac{\mu_i}{m_{0i}} \cdot \frac{P_i}{m_{0i}} \cos a_0 - a_1 \frac{P_i}{m_{0i}} \sin a_0 - A_i \cdot \left(\frac{V_{X_0}}{R_3 + H_0} + 2\Omega_3 \right) \right], \quad (27)$$

где A_i и B_i определяются выражениями (20) и (21) соответственно.

Необходимые условия оптимальности критерия (27) с учетом соотношения (22) имеют вид:

$$\frac{\partial I_i}{\partial T_i} = \lambda_i \mu_i^2 T_i - \left[B_i + T_i \frac{\mu_i}{m_{0i}} \frac{P_i}{m_{0i}} \frac{1}{\cos \vartheta_{K_i}} - A_i T_i \left(\frac{V_X}{R_3 + H} + 2\Omega_3 \right) + \left[A_i + B_i T_i \left(\frac{2V_X}{R_3 + H} + 2\Omega_3 \right) \right] \operatorname{tg} \vartheta_{K_i} \right] = 0 \quad (28)$$

Отсюда следует:

$$\lambda_i = \frac{1}{\mu_i^2 T_i} \left\{ B_i + T_i \frac{\mu_i}{m_{0i}} \frac{P_i}{m_{0i}} \frac{1}{\cos \vartheta_{K_i}} - A_i T_i \left(\frac{V_X}{R_3 + H} + 2\Omega_3 \right) + \left[A_i + B_i T_i \left(\frac{2V_X}{R_3 + H} + 2\Omega_3 \right) \right] \operatorname{tg} \vartheta_{K_i} \right\}. \quad (29)$$

С использованием выражений (28) и (29) найдем достаточное условие минимума критерия (27):

$$\frac{\partial^2 I_i}{\partial T_i^2} = A_i \operatorname{tg} \vartheta_{K_i} + B_i > 0 \quad (30)$$

Анализ выражений (20), (21) и (30) позволяет сделать вывод, что в процессе выведения АКС на орбиту достаточное условие (30) минимума критерия (27) на каждом на i -ом временном интервале выполняется, так как $A_i \operatorname{tg} \vartheta_{K_i} > 0$ и $B_i > 0$.

Таким образом, в результате синтеза оптимального по критерию (13) управления i -ым этапом процесса выведения АКС на орбиту с учетом выражений (20), (21), (29) получен замкнутый закон терминального управления в форме (23). При этом, время выведения АКС на орбиту определяется выражениями (24) - (26). Данный закон управления углом тангажа позволяет для текущих значений переменных траекторного движения осуществлять выведение АКС в заданные конечные условия на каждом этапе выведения. Изменение переменных траекторного движения вследствие действия атмосферных возмущений непрерывно учитывает-

ся в процессе вычислений на БЦВМ по выражению (23) нового значения командного угла тангажа. Таким образом, алгоритм, синтезированный в виде функциональных зависимостей от переменных траекторного движения АКС, обладает адаптивными свойствами к действию возмущений, которые приводят к изменению параметров процесса выведения АКС на орбиту.

Проведенное сравнение полученного алгоритма с известными результатами [12] показало, что он обеспечивает более точное выполнение терминальных (конечных) условий в конце активного участка выведения АКС. Это связано, во-первых, с тем, что известный алгоритм, приведенный в работе [12], определен по упрощенной модели траекторного движения АКС и не учитывает многих факторов, действующих на АКС в процессе выведения на орбиту, а именно: гравитационного ускорения; ускорения, вызванного кривизной Земли и ее суточным вращением, а также аэродинамических сил на атмосферном участке выведения АКС. Во-вторых, синтезированный алгоритм (23) обеспечивает выполнение терминальных условий на каждом участке выведения, что, в результате, приводит к более точному выполнению конечных условий в конце всего активного участка выведения.

Отметим, что известный алгоритм [12] входит в виде первых двух членов правой части выражения (23), что является подтверждением работоспособности предложенного уточненного алгоритма (23).

РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Проведено моделирование на ЭВМ синтезированного алгоритма многоэтапного процесса управления выведением на заданную высоту $H_{кр} = 200$ км ОС АКС «Ориль», состоящей из самолета-носителя АН-124 «Руслан» и орбитальной ступени, размещаемой внутри фюзеляжа самолета-носителя [13]. Старт ОС осуществляется после ее отделения от самолета-носителя с помощью вытяжной парашютной системы.

Для восстановления временных процессов изменения параметров выведения по дифференциальным спектрам был принят наиболее простой в вычислительном отношении метод восстановления временных процессов в форме рядов Тейлора [5]. В соответствии с данным методом, для получения значений параметров

движения ОС АКС в момент времени $t_j = t_{j-1} + h$, необходимо алгебраически просуммировать дискреты дифференциального спектра, вычисленные для момента времени t_{j-1} . Выполнение операций алгебраического суммирования дискрет дифференциального спектра требует минимальных затрат времени.

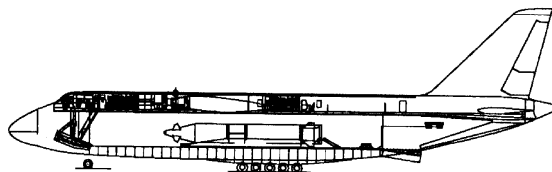


Рисунок 1 – Авиационно-космическая система «Ориль» на базе самолета-носителя АН-124 «Руслан»

В процессе выведения выдерживались ограничения по перегрузке и допустимому максимальному значению произведения угла атаки на скоростной напор, а также обеспечивалось не превышение допустимых значений по тепловым и аэродинамическим нагрузкам.

Алгоритм (23), реализация которого не требует численного интегрирования дифференциальных уравнений движения, сравнивался с алгоритмом траекторного управления АКС на участке выведения, использующего прогноз-модель [14]. По сравнению с этим известным алгоритмом синтезированный алгоритм терминального управления выводил ОС АКС на заданную высоту 200 км с разгоном до требуемой скорости $V = 6200$ м/с с экономией топлива в ~ 1 %. При этом, учет многоэтапности процесса управления позволил получить экономию топлива до 0,1%.

ВЫВОДЫ

Выполнен аналитический синтез алгоритма оптимального по расходу топлива управления многоэтапным процессом выведения авиационно-космической системы на орбиту. Алгоритм адаптивен к действию возмущений и обеспечивает приведение АКС в заданные терминальные условия как на каждом участке выведения, так и в конце всего активного участка выведения. Оптимизация алгоритма управления выполнена с использованием математического аппарата дифференциальных преобразований. Данный подход позволил получить в аналитическом виде выражение

для управления углом тангажа без интегрирования Эфффективность синтезированного алгоритма управления дифференциальных уравнений движения объекта. ния оценена сравнением с известными результатами.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Gabelko K.N. Optimizacija mnogojetapnyh processov: avtoref. dis. ... kand.fiz.-mat.nauk. – Irkutsk: IGU, 1975. – 18 s.
2. Baturin V.A., Lempert A.A. Mnogojetapnye processy i metody uluchshenija v zadachah optimal'nogo upravlenija //Vychislitel'nye tehnologii. – 2003. – T.8. – S.103-108.
3. Gurman V.I., Kvoikov V.N., M.Ju. Uhin. Priblizhennye metody optimizacii upravlenija letatel'nymi apparatami //Avtomatika i telemekhanika. – 2008. – №4. – S.191-201.
4. Uruskij O.S., Baranov V.L. Sintez zamknutyh zakonov terminal'nogo upravlenija na osnove differencial'nyh pre-obrazovanij /O.S.Uruskij //Elektronnoe modelirovanie. – 1996. – №3. – S.3-8.
5. Baranov V.L., Uruskij O.S., Baranov G.L. Modelirovanie zadach terminal'nogo upravlenija metodom differencial'nyh preobrazovanij //Elektronnoe modelirovanie. – 1995. – 17, №2. – S.12-16.
6. Terjaev E.D., Filimonov A.B., Filimonov N.B., Petrin K.V. Razvitie koncepcii gibkikh traektorij v zadachah terminal'nogo upravlenija podvizhnymi ob'ektami //13-ja mezhdunarodnaja konferencija «Problemy upravlenija i modelirovanija v slozhnyh sistemah»: materialy konferencii, 15-17 ijunja 2011. – Samara, Rossija. – S.18-23.
7. Puhov G.E. Differencial'nye spektry i modeli. – K.: Naukova Dumka, 1990. – 184 s.
8. Puhov G.E. Differencial'nye preobrazovanija i matematicheskoe modelirovanie fizicheskikh processov. – K.: Naukova dumka, 1986. – 160 s.
9. Gusynin V.P., Gusynin A.V. Model' optimizacii mnogojetapnogo processa upravlenija letatel'nyh apparatov na osnove differencial'nyh preobrazovanij //Tehnologija priborostroenija. – 2015. – №1. – S.15-22.
10. Gusynin V.P. Chislenny-analiticheskij metod sinteza upravlenija vyvedeniem mnogorezhimnoj aviacionno-kosmicheskoj sistemy na orbitu //Kievskij institut voenno-vozdushnyj sil: sb. nauch.tr. – K.: KIVPS, 1999. – Vyp.6. – S.32-38.
11. Zbruc'kij O.V., Gusinin V.P., Gusinin A.V. Diferencial'ni T-peretvorenija v zadachah avtomatichnogo keruvannja ruhom lital'nih aparativ. – K.: NTUU KPI, 2010. – 176 s.
12. Razygraev A.P. Osnovy upravlenija poletom kosmicheskikh apparatov i korablej. – M.: Mashinostroenie, 1977. – 472 s.
13. Gusinin A.V. Sistemi povitranogo startu raket-nosiiv legkogo startu //Naukovi visti NTUU «KPI». – 2010. – №1. – S.140-145.
14. Uruskij O.S. Algoritm traektor'nogo upravlenija sostavnym ob'ektom na uchastke vyvedenija s ispol'zovaniem prognogz-modeli //Oborudovanie letatel'nyh apparatov. – 1990. – Vyp. 6-7. – S.23-25.

Рецензент: д.т.н., проф. Лысенко А.И.,
НТУУ «Киевский политехнический институт»