УДК 519.218.82(045) DOI: 10.18372/2073-4751.69.16806

Андреєв О.В., к.т.н.,
orcid.org/0000-0001-9032-1139,
Андрєєв В.І., к.т.н.,
orcid.org/0000-0001-9312-7606,
Гамаюн В.П., д.т.н.,
orcid.org/0000-0001-8239-8937

ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА НЕЛІНІЙНОСТІ ВИПАДКОВОГО НЕСТАЦІОНАРНОГО ПРОЦЕСУ

Національний авіаційний університет

alexandr_andr@i.ua
Gamayun@nau.edu.ua

Вступ

Комп’ютерні мережі отримали в наш час широке застосування в різних галузях людської діяльності. Вирішення задач прогнозування, або екстраполяції характеристик трафіку комп’ютерних мереж займають важливе місце в управлінні комп’ютерних мереж та забезпеченні їх працездатності та ефективності роботи.

Вирішення задач екстраполяції випадкових процесів, до яких відноситься і трафік комп’ютерних мереж, займають важливе місце як в теорії випадкових процесів, так і в практичному використанню цієї теорії в рішеннях практичних задач надійності, діагностиці, контролю якості, обробці сигналів на тлі завад та інших задач в різних галузях науки та техніки. На сьогоднішній день найбільш повно вивчені задачі екстраполяції випадкових стаціонарних процесів без завад, також існують практичні результати екстраполяції цих процесів на тлі стаціонарних завад [1].

Недостатньо вивченими залишаються задачі екстраполяції випадкових нестаціонарних процесів (ВНП) на тлі стаціонарних та нестаціонарних завад. В той же час саме ці задачі найбільш актуальні в різноманітних галузях науки та техніки, таких як контроль працездатності та прогнозування трафіку комп’ютерних мереж та інших задачах.

Актуальною є задача підвищення надійності комп’ютерних мереж, яку можливо досягти за рахунок обчислення екстрапольованих параметрів трафіку, які можуть бути використані за наявності спеціалізованого апаратного та програмного забезпечення для перерозподілу трафіку між користувачами мережі в реальному часі.

Визначення величини коефіцієнта нелінійності для випадкового нестаціонарного процесу (ВНП) має важливе значення для аналізу характеристик цього процесу та для екстраполяції значень його характеристик.

Мета

Метою статті є розробка методу оперативного визначення коефіцієнта нелінійності ВНП, використовуючи два попередні дискретні значення процесу, та по їх значенням визначає коефіцієнт нелінійності цього процесу, а потім виконує оптимальну екстраполяцію характеристик для третього моменту часу в майбутньому.

Основна частина

Метою даної статті є розробка методу визначення коефіцієнта нелінійності випадкового нестаціонарного процесу (ВНП) по мінімальному набору попередніх спостережень (їх необхідно мати два – Y_1, Y_2). Для досягнення цієї мети в статті запропоновані основні позначення випадкових величин, їх ймовірностні параметри, набір необхідної апріорної інформації про випадковий нестаціонарний сигнал і отримані математичні вирази для визначення коефіцієнта нелінійності, використовуючи який, можливо отримати екстрапольоване значення параметра Y^*_3 та його ймовірностних параметрів.

Постановка задачі оптимізації екстрапольованого випадкового нестаціонарного процесу (ВНП) на тлі завад має наступний вигляд.

Введемо такі основні позначення:

$X(t)$ – випадковий нестаціонарний сигнал, значення якого прогнозуються;

$\xi(t)$ – випадкова завада, що спотворює дані спостережень;

$Y(t)$ – випадковий сигнал, реалізація якого спостерігається,

t_i, $i = 1, n$ – i-й момент спостереження,

$Y(t_i) = Y_i$ – i-е значення $Y(t)$ в момент часу спостереження t_i,

$Y(t_{n+1})$ – значення $Y(t)$, що прогнозується (екстраполюється),

$\Delta t = t_n - t_1$ – інтервал спостереження,

$\tau = t_{n+1} - t_n$ – інтервал екстраполяції,

$M[Y(t)] = m(t)$ – математичне сподівання $Y(t)$,

$D[Y(t)] = M[Y(t) - m(t)]^2$ – дисперсія $Y(t)$,

$k(t_i, t_j) = M\{[Y(t_i) – m(t_i)][Y(t_j) – m(t_j)]\}$ – кореляційна функція $Y(t)$,

$k\xi(t_i, t_j) = M\{[\xi(t_i) – m\xi][\xi(t_j) – m\xi]\}$ – кореляційна функція завади $\xi(t)$,

$M[\xi(t)] = m\xi\ (t)$ – математичне сподівання звади $\xi(t)$.

На рис.1 показані всі основні характеристики і параметри екстраполяції ВНП. Неважко помітити різницю X_{n+1} від Y_{n+1}, та вплив завади $\xi(t)$ на характеристики Y_{n+1}. Для спрощення на рис.1 показано два спостереження ($n=2$), в результаті спостереження отримують значення Y_1, Y_2 замість істинних значень X_1, X_2, по яким необхідно визначити за допомогою способів оптимальної екстраполяції (однопараметричної та двопараметричної) [2-4] X_3, але насправді оптимально спрогнозувати значення Y^*_3.

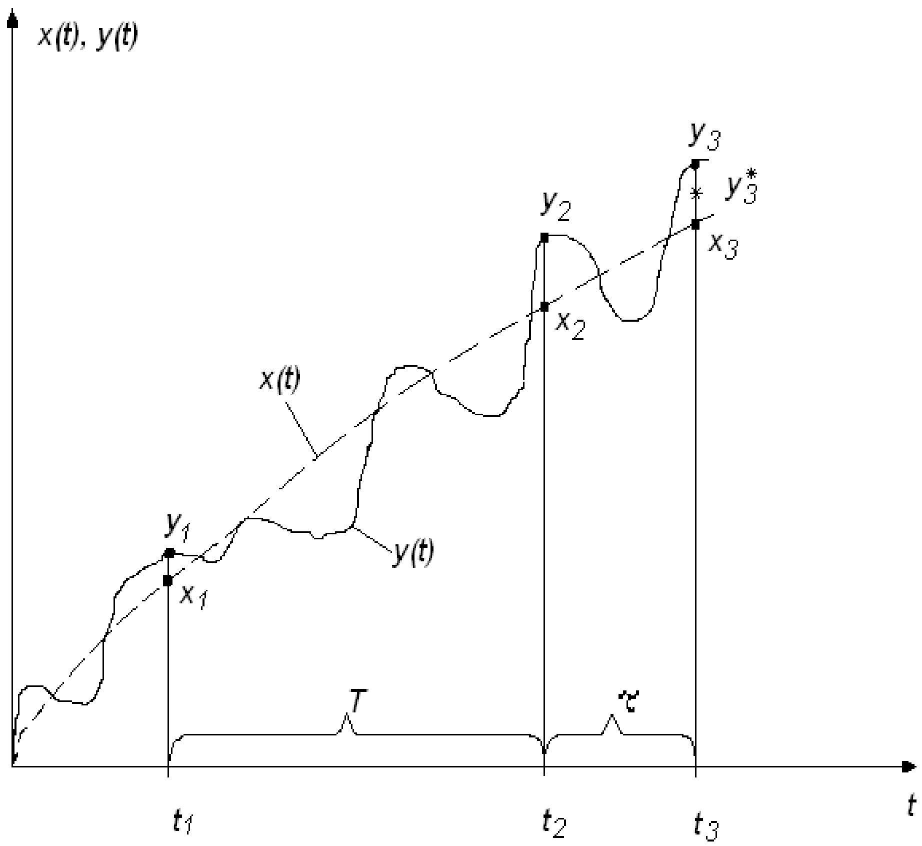

Рис. 1. Ілюстрація умов екстраполяції

Задача екстраполяції полягає в тому, щоб у найкращий спосіб по значенням Y_1, Y_2, що екстраполюються, отримати оцінку Y^*_3 майбутнього значення Y_3. З постановки задачі зрозуміло, що найкраща

екстраполяція включає не тільки прогнозування Y_3, а й зменшення похибки спостережень:
$\varepsilon = Y_3 - Y_3^*$.

Тому критерієм оптимізації є:

$$\min_{Y_3^*} \varepsilon^2 = (Y_3 - Y_3^*)^2 \quad ; \qquad (1)$$

$$Y_{3opt}^* = \arg\min_{Y_3^*} \varepsilon^2 (Y_3, -Y_3^*) \quad . \qquad (2)$$

Для коректної постановки задачі вводимо такі припущення:

1. Математична модель *X(t)* має вигляд:

$$X(t) = \sum_{i=0}^{q} a_i t^{\gamma i}, \qquad (3)$$

де $q = 1$, детерміновані параметри задання нелінійності і нестаціонарності сигналу γ_0, γ_1 задовольняють умовам: $0 \le \gamma_0 \le 1$, $0 \le \gamma_1 \le 2$, а коефіцієнти a_0, a_1 являють собою випадкові незалежні величини, що мають гаусовський розподіл з такими, відповідно, математичними сподіваннями і дисперсіями:

$$M(a_0) = m_0\ ; D(a_0) = \sigma_0\ ;$$

$$M(a_1) = m_1\ ; D(a_1) = \sigma_1\ ; \qquad (4)$$

2. Для визначеності припускаємо, що $\gamma_0 = 0$, $\gamma_1 = \gamma$, тоді числові характеристики НВС приймають такий конкретний вигляд:

$$M[X(t)] = m_0 + m_1(t)^{\gamma} = m(t)\ ; \qquad (5)$$

$$D[X(t)] = \sigma_0^2 + \sigma_1^2 t^{2\gamma} = \sigma^2(t); \qquad (6)$$

$$k_X(t_i,t_j) = M\{[X(t_i) - m(t_i)][X(t_j) - m(t_j)]\} = M\{[X(t_i)X(t_j) - X(t_j)m(t_i) - X(t_i)m(t_j) + \\ +m(t_i)m(t_j)]\} = M[X(t_i)X(t_j)] - m(t_i)m(t_j)\ , \qquad (7)$$

де через t_i, t_j позначені i -ий та j -ий моменти спостережень.

$$M[X(t_i)X(t_j)] = M\{[a_0 + a_1 t_j^{\gamma}][a_0 + a_1 t_i^{\gamma}]\} = M[a_0^2 + a_0 a_1 t_i^{\gamma} + a_0 a_1 t_j^{\gamma} + a_1^2 t_i^{\gamma} t_j^{\gamma}] = \\ = m_0^2 + D_0 + m_0 m_1 t_i^{\gamma} + m_0 m_1 t_j^{\gamma} + (m_1^2 + D_1)(t_i t_j)^{\gamma} = \\ = m_0^2 + D_0 + (m_1^2 + D_1)(t_i t_j)^{\gamma} + m_0 m_1 t_i^{\gamma} + m_0 m_1 t_j^{\gamma}; \qquad (8)$$

$$m(t_i)m(t_j) = (m_0 + m_1 t_i^{\gamma})(m_0 + m_1 t_j^{\gamma})(t_i t_j)^{\gamma} = m_0^2 + m_0 m_1 t_i^{\gamma} + m_0 m_1 t_j^{\gamma} + m_1^2 (t_i t_j)^{\gamma}. \qquad (9)$$

Підставляючи (8) та (9) в (7), отримаємо:

$$k_X(t_i,t_j) = D_0 + D_1(t_i t_j)^{\gamma} = \sigma_0^2 + \sigma_1^2 (t_i t_j)^{\gamma} \quad . \qquad (10)$$

3. Сигнал розглядається як «адитивна суміш» сигналу X(t) і завади $\xi(t)$ [6]:

$$Y(t) = X(t) + \xi(t), \qquad (11)$$

4. Модель НВС для моменту часу t_3 має такий вигляд:

$$Y(t_3) = Y_3 = a_0 + a_1 t_3^{\gamma} + \xi(t_3). \qquad (12)$$

5. Оцінку Y_3^* істинного значення X_3 в момент часу t_3 розглядаємо як лінійну комбінацію (функцію) попередніх значень, що спостерігаються:

$$Y_3^* = \alpha_1 Y_1 + \alpha_2 Y_2. \qquad (13)$$

6. Вважаємо, що параметри α_1, α_2 задовольняють вимозі нормування:

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 1. \qquad (14)$$

Тоді $\alpha_1 = \alpha$, $\alpha_2 = 1 - \alpha$, а оцінка:

$$Y_3^* = Y_2 + \alpha(Y_1 - Y_2). \qquad (15)$$

Оцінка Y_3^* по формулі (15) має наглядне фізичне пояснення: Y_2 – опорне значення, $\alpha(Y_1 - Y_2)$ – «добавка», що є добутком різниці $\Delta Y_{12} = Y1 - Y_2$ значень сигналу на інтервалі спостереження та параметру екстраполяції α.

7. Припустимо, що завада $\xi(t)$ являє собою випадковий стаціонарний гаусовський сигнал з характеристиками

M[ξ(t)] = mξ = 0,

M[ξ(t1), ξ(t2)] = kξ (Δt), (16)

де $k\xi(\Delta t)$ – кореляційна функція завади, що визначається за формулою:

$$k_\xi(\Delta t) = \sigma_\xi^2 r_\xi(\Delta t) \quad (17)$$

де дисперсія (потужність) завади $\sigma_\xi^2 = D[\xi(t)]$, $r_\xi(\Delta t)$ – нормована кореляційна функція завади, Δt – інтервал часу спостереження $\Delta t = t_2 - t_1$.

8. Враховуємо те, що НВС та завада є незалежними сигналами, тоді

$$M\{[X(t_i) - m(t_i)][\xi(t_j) - m_\xi]\} = 0 . \quad (18)$$

Якщо характеристики НВС та завади відомі, припущення (3)-(18) виконуються, коректно ставити задачу оптимізації оцінки (13) значення $Y(t)$ в наступний момент часу t_{n+1} шляхом оптимального вибору параметру оптимізації α по відповідному критерію оптимізації. Це можуть бути, наприклад, способи оптимальної екстраполяції (однопараметричної та двопараметричної) [2-4].

Вирази 3 та 12 містять в собі параметр γ – коефіцієнт нелінійності ВНП. Запропонований нижче спосіб дозволить оперативно обчислювати його, маючи два попередні дискретні значення сигналу – Y_1, Y_2.

Аналогічний спосіб з іншою постановкою задачі було запропоновано в статті [5]. Адаптуючи цей спосіб під нашу задачу, отримаємо спосіб визначення коефіцієнта нелінійності випадкового нестаціонарного процесу. Спосіб полягає в наступному.

На рис.2 показані всі основні характеристики і параметри для визначення коефіцієнта нелінійності γ.

Для знаходження коефіцієнта нелінійності введемо такі додаткові параметри:

Y_{cp} – середнє арифметичне значення для дискретних значень сигналу Y_1 та Y_2.

X_{cp} – середнє арифметичне значення для дискретних значень сигналу без завади - X_1 та X_2.

t_{cp} – вимір часу, що відповідає середньому арифметичному значенню для дискретних значень сигналу: Y_1, Y_2 (з завадою), або X_1, X_2 (без завади).

ΔT_1 – інтервал між вимірами часу t_{cp} та t_1.

ΔT_2 – інтервал між вимірами часу t_2 та t_{cp}.

1. Маємо два дискретні спостереження сигналу – Y_1 та Y_2.

2. Візьмемо середнє арифметичне цих значень для дискретних значень сигналу – Y_1, Y_2. та для відповідних їм моментів часу t_1 та t_2 Отримаємо додаткові параметри: середнє значення для значень сигналу Y_{cp} і часу t_{cp}. Відповідно відстань між значенням часу t_{cp} та моментів часу t_1 та t_2 запишемо як ΔT_1 та ΔT_2:

$$\Delta T_1 = t_{cp} - t_1, \Delta T_2 = t_2 - t_{cp}. \quad (19)$$

Вирази для визначення Y_{cp} та t_{cp} будуть мати наступний вигляд:

$$Y_{cp} = \frac{Y_1 + Y_2}{2}, \quad (20)$$

$$t_{cp} = \frac{t_1 + t_2}{2}. \quad (21)$$

3. Запишемо вираз (20), враховуючи коефіцієнт нелінійності γ:

$$Y_{cp} = \sqrt[\gamma]{\frac{Y_1 + Y_2}{2}}. \quad (22)$$

4. Тоді, в загальному вигляді, вираз для знаходження значення коефіцієнта нелінійності випадкового нестаціонарного процесу γ буде мати наступний вигляд:

$$\gamma = \frac{ln(Y_1 + Y_2) - ln2}{lnYcp}. \quad (23)$$

5. Враховуючи проміжки часу ΔT_1 та ΔT_2 (19), запишемо вирази для визначення-середнього арифметичного значення для дискретних значень сигналу (22) та знаходження коефіцієнта нелінійності (23) в наступному вигляді для їх практичного знаходження:

$$Y_{cp.np} = \sqrt[\gamma]{\frac{Y_1 \cdot \Delta T_2 + Y_2 \cdot \Delta T_1}{\Delta T_1 + \Delta T_2}}, \quad (24)$$

$$\gamma_{np} = \frac{ln(Y_1 \cdot \Delta T_2 + Y_2 \cdot \Delta T_1) - ln(\Delta T_1 + \Delta T_2)}{lnYcp}. \quad (25)$$

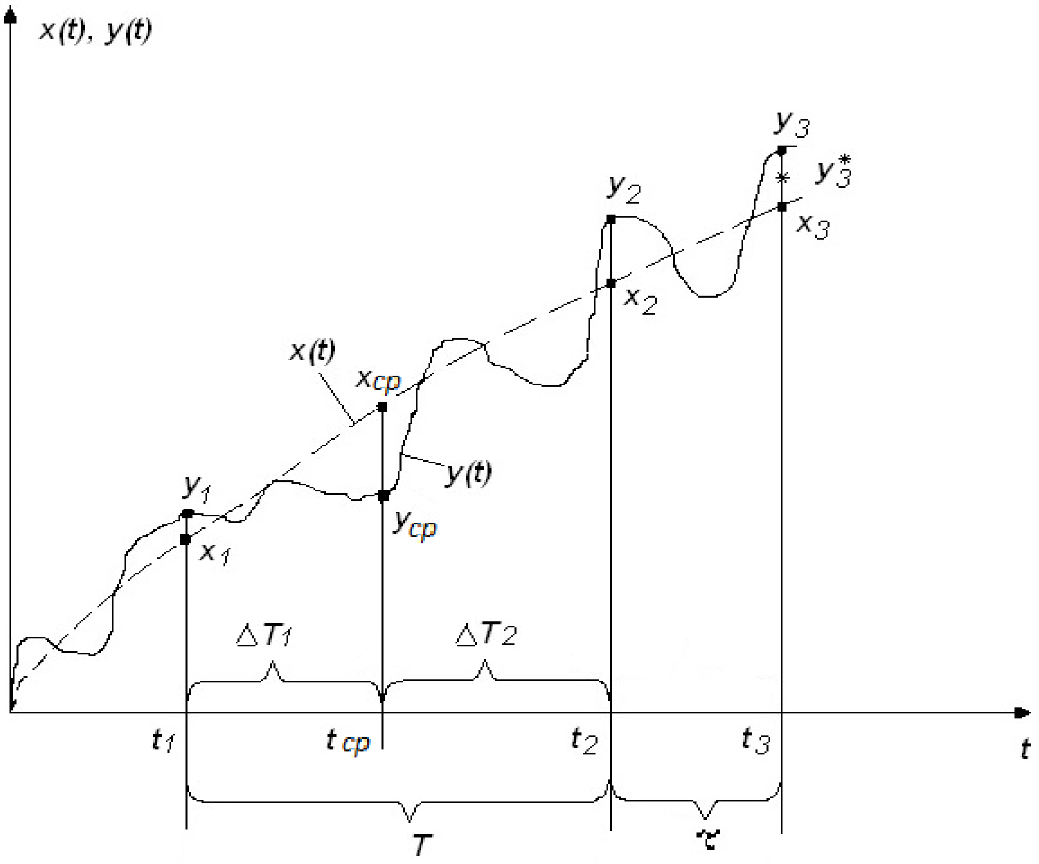

Рис.2. Ілюстрація основні параметрів для визначення коефіцієнта нелінійності

Висновки

Таким чином, ми отримали спосіб, який дозволяє здійснювати оперативне визначення коефіцієнта нелінійності випадкового нестаціонарного процесу на тлі завад, який використовує два попередні дискретні значення цього процесу, за допомогою яких може бути здійснена оптимальна екстраполяція значень характеристик для третього моменту часу цього процесу в майбутньому.

Література

1. *Игнатов В.А.* Теория информации и передачи сигналов. / В.А. Игнатов // Учебник для вузов. 2-ое изд. Перераб. и доп. – М.: Радио и связь, 1990. – 280 с.

2. *Ігнатов В.О.* Метод оптимальної екстраполяції випадкових нестаціонарних сигналів на тлі завад / В.О. Ігнатов, О.В. Андреєв, В.І. Андрєєв // Проблеми інформатизації та управління. – К.: НАУ, 2010. – Вип. 2(30). – С. 79-83.

3. *Ігнатов В.О.* Метод оптимальної двопараметричної екстраполяції випадкових нестаціонарних сигналів на тлі завад / В.О. Ігнатов, О.В. Андреєв, В.І. Андрєєв // Проблеми інформатизації та управління. – К.: НАУ, 2010. – Вип. 4(32). – С. 41-46.

4. *Андреєв О.В.* Метод двопараметричної оптимальної екстраполяції випадкових нестаціонарних сигналів на тлі завад за допомогою функції Лагранжа / О.В. Андреєв, В.І. Андрєєв В.І. // Проблеми інформатизації та управління. – К.: НАУ, 2015. – Вип. 1(49). – С. 79-83.

5. *Столчнев В.Г.* Геометризация месторождений с позиции "неевклидовой" геометрии Текст. / Маркшейдерия и недропользование. – 2004. – №3. – С. 43-62.

Андреєв О.В., Андрєєв В.І., Гамаюн В.П.

ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА НЕЛІНІЙНОСТІ ВИПАДКОВОГО НЕСТАЦІОНАРНОГО ПРОЦЕСУ

Визначення значення коефіцієнта нелінійності для випадкового нестаціонарного процесу має важливе значення для аналізу характеристик цього процесу та для екстраполяції значень його характеристик. Запропоновано новий спосіб визначення коефіцієнта нелінійності випадкового нестаціонарного процесу для подальшої екстраполяції значень характеристик нестаціонарних випадкових процесів на тлі завад. Цей спосіб екстраполяції використовує два попередні дискретні значення сигналу, та по їх значенням виконує оптимальну екстраполяцію характеристик процесу для третього моменту часу в майбутньому.

Ключові слова: *екстраполяція, випадкові нестаціонарні процеси, коефіцієнт нелінійності.*

экстраполяция, случайные нестационарные процессы, коэффициент нелинейности

Andreev O.V., Andreev V.I., Gamayun V.P.

DETERMINATION OF THE COEFFICIENT OF NONLINEARITY OF A RANDOM NON-STATIONARY PROCESS

Determining the value of the nonlinearity coefficient for a random non-stationary process is important for the analysis of the characteristics of this process and for the extrapolation of the values of its characteristics. A new method of determining the nonlinearity coefficient of a random non-stationary process is proposed for further extrapolation of the values of characteristics of non-stationary random processes against the background of disturbances. This method of extrapolation uses two previous discrete values of the signal, and based on their values, performs optimal extrapolation of the process characteristics for the third moment in time in the future.

Keywords: *extrapolation, random non-stationary processes, nonlinearity coefficient.*