УДК 004

О. В. Овсяк, В. К. Овсяк
Львівська філія Київського національного університету культури і мистецтв
Ю. В. Петрушка
Українська академія друкарства

НЕСУПЕРЕЧНІСТЬ АЛГЕБРИ СЕКВЕНЦІЙНИХ АЛГОРИТМІВ

Несуперечність алгебри секвенційних алгоритмів, за умов логічних значень змінних і функціональних змінних та наявності тільки одного індексу порядку, доведена зведенням операцій алгебри секвенційних алгоритмів до операцій несуперечної логіки предикатів.

Алгебра алгоритмів, несуперечність, логіка предикатів, операція, предикат

Аксіоматичний метод [2] застосовується для дефініції наукових теорій уведенням їх початкових положень, які утворюють систему аксіом. Дуже важливим питанням, яке ставиться до побудованих аксіоматичним методом теорій є питання їх несуперечності [1, 3–4]. Система аксіом вважається суперечною, якщо з неї виводиться формула та її заперечення. Відомі [3] два методи доведення несуперечності теорій, а власне методи побудови моделей і використання теорії доведень [7]. Будь-яке доведення несуперечності теорії тією чи іншою мірою використовує засоби іншої теорії [3]. Отож несуперечність досліджуваної теорії зводиться до несуперечності іншої теорії [3].

Відома алгебра секвенційних алгоритмів [5] та її модифікація [6, 8–9]. Вони означені з використанням аксіоматичного методу. У зв'язку з тим для алгебри секвенційних алгоритмів та її модифікації постає питання дослідження їх несуперечності. Розв'язання цієї задачі і є предметом цієї статті.

Алгебра секвенційних алгоритмів утворена операціями секвентування, елімінування, паралелення, реверсування та циклічних секвентування, елімінування і паралелення [5].

Операції виконуються над знаками, якими можуть бути цифри, числа, логічні значення, змінні, функції абстрактні і предметні, знаки і послідовності знаків алфавітів мов людського спілкування і технічних мов тощо.

Обов'язковими знаками є логічні значення і логічні змінні, які використовуються в операції елімінування. У зв'язку з цим, а головне те, що теорія предикатів оперує логічними значеннями, змінними і предикатами та є несуперечливою [1, 4], доцільно, у частковому випадку, звести алгебру секвенційних алгоритмів до теорії предикатів, що і буде зроблено.

Теорема. Алгебра секвенційних алгоритмів несуперечна.

Доведення. Відомо [1, 4], що логіка предикатів є несуперечною. Для зведення алгебри секвенційних алгоритмів до логіки предикатів потрібно зробити два обмеження. По-перше, допусти у ролі знаків, над якими виконуватимуться операції алгебри алгоритмів тільки логічні знаки 0 та 1, логічні змінні та предикати. По-друге, ввести обмеження на кількість індексів порядку α та β логічних значень, логічних змінних і предикатів. Допускаємо тільки індекс порядку α. Для спрощення отримуваних виразів індекс α опускатимемо.

Для двох індексів порядку, α та β і двох змінних означення операцій секвентування, паралелення й реверсування над логічними змінними x і y, матиме вигляд наведений у табл. 1 (Зм. — змінні та індекси; і № — порядкові номери комбінацій значень змінних).

Таблиця 1

Істинністне означення операцій логічного секвентування, паралелення і реверсування для двох змінних і двох індексів порядку

Зм. / №	Індекс α		Індекс β		$\overset{\frown}{x_\alpha, y_\alpha}$	$\overset{\frown}{x_\alpha, y_\beta}$	$\lceil x_\alpha, y_\alpha \rceil$	$\lceil x_\alpha, y_\beta \rceil$	$\overline{\lceil x_\alpha, y_\beta \rceil}$	$\overline{\lceil x_\alpha, y_\alpha \rceil}$	$\overset{\frown}{y_\alpha, x_\beta}$
	Змінні		Змінні								
	x_α	y_α	x_β	y_β							
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0
2	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0
3	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0
4	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0
5	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0
6	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1
7	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1
8	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
9	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0
10	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0
11	1	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0
12	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0
13	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0
14	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1
15	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1

З уведеним спрощенням, яке полягає у наявності одного індексу порядку (тільки індекс порядку α), табл. 1 трансформується до табл. 2.

Таблиця 2

Істинністне означення операцій логічного секвентування, паралелення і реверсування для двох змінних і одного індексу порядку

Зм. / №	Індекс α		$\overset{\frown}{x_\alpha, y_\alpha}$	$\lceil x_\alpha, y_\alpha \rceil$	$\overline{\lceil x_\alpha, y_\alpha \rceil}$	$\overline{\overset{\frown}{y_\alpha, x_\alpha}}$
	Змінні					
	x_α	y_α				
0	0	0	0	0	1	1
1	0	1	0	1	0	1
2	1	0	0	1	0	1
3	1	1	1	1	0	0

У табл. 3 подано істинністне означення логічних операцій кон’юнкції, диз’юнкції та інвертування.

Таблиця 3

Істиннiстне означення логічних операцій

	x	y	$x\&y$	xVy	$\overline{xVy}$	$\overline{x\&y}$
0	0	0	0	0	1	1
1	0	1	0	1	0	1
2	1	0	0	1	0	1
3	1	1	1	1	0	0

Порівнюючи табл. 2 і 3 бачимо, що $\overset{\frown}{x_\alpha, y_\alpha} = \overline{x\&y}$, а $x_\alpha, y_\alpha = xVy$ та $\overline{x_\alpha, y_\alpha} = x\overline{Vy}$ і $\overset{\frown}{\overline{x_\alpha, y_\alpha}} = \overline{x\&y}$. Отож для заданих умов, операція секвентування алгебри алгоритів є операцією кон’юнкції логіки предикатів, а операція паралелення — операцією диз’юнкції і операція реверсування — операцією інвертування.

Означення операції елімінування над логічними змінними наведено у табл. 4.

Таблиця 4

Операція логічного елімінування над істинністними змінними

Зм. / №	x	y	u	$\overline{x; y; u\text{-}?}$	$\overline{x; y; 0\text{-}?}$	$\overline{x; y; 1\text{-}?}$	$\overline{x; y; *\text{-}?}$
0	0	0	0	0	0	0	0,0
1	0	0	1	0	0	0	0,0
2	0	1	0	1	1	0	0,1
3	0	1	1	0	1	0	0,1
4	1	0	0	0	0	1	1,0
5	1	0	1	1	0	1	1,0
6	1	1	0	1	1	1	1,1
7	1	1	1	1	1	1	1,1

Тепер подамо істинністне означення формул логіки предикатів у табл. 5.

Таблиця 5

Формули логіки предикатів

Зм. / №	x	y	u	$x\&u\ V\ y\&\overline{u}$	$x\&0\ V\ y\&\overline{0}$	$x\&1\ V\ y\&\overline{1}$	xVy
0	0	0	0	0	0	0	$0V0$
1	0	0	1	0	0	0	$0V0$
2	0	1	0	1	1	0	$0V1$
3	0	1	1	0	1	0	$0V1$
4	1	0	0	0	0	1	$1V0$
5	1	0	1	1	0	1	$1V0$
6	1	1	0	1	1	1	$1V1$
7	1	1	1	1	1	1	$1V1$

На підставі порівнянь табл. 4 і 5 видно, що мають місце такі рівності $x; y; \overline{u\text{-}?= x\&u} \; V y\&u$, $x; \bar{y}; \overline{0\text{-}?= x\&0} \; V y\&0$, $x; \bar{y}; \overline{1\text{-}?= x\&1} \; V y\&1$ і $x; \bar{y}; *\overline{\text{-}?= xVy}$. З цих рівностей випливає, що для заданих умов операція елімінування алгебри алгоритмів є замінимою формулою логіки предикатів.

Для заданих умов виконаємо порівняння операцій циклічних секвентування, паралелення і елімінування алгебри алгоритмів з кванторними операціями загальності та існування логіки предикатів.

На підставі властивостей операції циклічного секвентування (секвентування: $\not\subset x F(x)= \overgroup{F(i): \overgroup{F(j): F(k):}}\ldots$, для $x \in Q=\overgroup{i: \overgroup{j: k:}} \ldots$) [5–6; 8–9] можна стверджувати, що ця операція є узагальненням операції секвентування на нескінченну кількість значень предметної змінної функціонального унітерму.

Відомо [1], що кванторна операція для всіх є узагальненням операції кон'юнкції на нескінченну кількість значень предметної змінної предиката.

Оскільки, для заданих умов операція секвентування алгебри алгоритмів є операцією кон'юнкції, то узагальнення операції секвентування буде рівним узагальненню операції кон'юнкції на нескінченну кількість значень предметної змінної. Отже, для заданих умов, операцію циклічного секвентування алгебри алгоритмів можна замінити операцією загальності логіки предикатів.

Аналогічно до замінності операцій циклічного секвентування і кванторної операції загальності встановлюється замінність операції циклічного паралелення алгебри алгоритмів і кванторної операції існування логіки предикатів.

Операція циклічного елімінування є узальненням на нескінченну кількість значень предметної змінної операції елімінування, що видно з властивості $u_x F(x)= \overline{F(i); \overline{F(j); \overline{F(k); \ldots u_k\text{-}?}; u_j\text{-}?}; u_i\text{-}?}$, для $x \in \overgroup{Q=i: j: k:} \ldots$. Окрім того, операцію циклічного елімінування можна замінити формулою

$$\not\supset u_x F(x)= \O u_x \overline{\overgroup{u_x ; F(x),} \; \overgroup{u_x ; F^l(x),}}$$

у якій функціональний унітерм $F^l(x)$ є формулою паралелення, яка розкривається з розкриттям циклу операції циклічного паралелення. Операцію циклічного паралелення алгебри алгоритмів, як це було показано вище, можна замінити кванторною операцією існування логіки предикатів, а операції секвентування і паралелення заміняються операціями кон'юнкції і диз'юнкції, відповідно. Отож операція циклічного елімінування, для заданих умов, замінима операціями логіки предикатів.

На підставі виконаного аналізу встановлено, що для логічних значень змінних і функціональних унітермів та одного індексу порядку, замінність усіх операцій алгебри алгоритмів операціями логіки предикатів. Оскільки логіка предикатів є несуперечливою, то несуперечливою є і алгебра алгоритмів. Теорему доведено.

Теорема. Модифікована алгебра секвенційних алгоритмів несуперечна.

Доведення несуперечності модифікованої алгебри алгоритмів аналогічне доведенню несуперечності алгебри алгоритмів.

Отже, алгебра секвенційних алгоритмів та модифікована алгебра секвенційних алгоритмів є несуперечними.

1. Гильберт Д. Основания математики. Логические исчисления и формализация арифметики / Д. Гильберт, П. Бернайс. — М.: Мир, 1982. — 556 с. 2. Математическая энциклопедия. — Т. 1. — М.: Сов. энцикл., 1977. — 1152 с. 3. Математическая энциклопедия. — Т. 3. — М. : Сов. энцикл., 1982. — 1184 с. 4. Новиков П. С. Элементы математической логики / П. С. Новиков — М.: Наука, 1973. 5. Овсяк В. К. Засоби еквівалентних перетворень алгоритмів інформаційно-технологічних систем / В. К. Овсяк //Доп. Нац. акад. наук України. — 1996. — № 9. — С. 83–89. 6. Овсяк О. В. Мінімізація формули алгоритму транслятора електромеханічних схем друкарських машин / О. В. Овсяк // Обчислювальні методи і системи перетворення інформації — Львів : ФМІ, 2010. — С. 256–259. 7. Такеути Г. Теория доказательств / Г. Такеути — М. : Мир, 1978. — 412 с. 8. Ovsyak A. The extended algebra of algorithms with additional cycle elimination axiomats / A. Ovsyak, V. Ovsyak //Conference «Intelligent Information and Engineering Systems» (INFOS 2011). — Poland, 2011. — P. 23–34. 9. Owsiak W. Rozszrzerzenie algebry algorytmów / W. Owsiak, A. Owsiak // Pomiary, automatyka, kontrola. — 2010. — № 2. — S. 184–188.

НЕПРОТИВОРЕЧИВОСТЬ АЛГЕБРЫ СЕКВЕНЦИОННЫХ АЛГОРИТМОВ

Непротиворечивость алгебры секвенционных алгоритмов, при условии логических значений сменных, функциональных сменных и наличия только одного индекса порядка, доказана сводом алгебры секвенционных алгоритмов к операциям непротиворечивой логики предикатов.

CONSISTENCY ALGEBRA OF SEQUENTIAL OF ALGORITHMS

Sequential consistency algebra algorithms under logical variables and functional variables and there is only one index procedure proved mixing operations algebra sequential algorithms for operations consistent logic.

Стаття надійшла 28.09.2012

УДК 686.12.056

О. І. Огірко

Львівський державний університет внутрішніх справ

ІНФОРМАЦІЙНА ТЕХНОЛОГІЯ КОРОЗІОМЕТРІЇ ОЦІНЮВАННЯ ОБ’ЄКТІВ ЗІ СТАЛІ

Розробляється інформаційна технологія відбору та опрацювання даних щодо оцінювання енергетичних характеристик міжфазних шарів та активаційних процесів, які характеризують метал і динаміку корозійних процесів поблизу вершини каверни в морській воді із сірководнем.

Інформаційна технологія, сталь, корозійні процеси, морська вода, сірководень