

УДК 515.2

И.С. Синько, канд. техн. наук,
Б.В. Лебедев, канд. техн. наук,
 Одес. нац. политехн. ун-т

АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД МОДЕЛИРОВАНИЯ СОПРЯЖЕННЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

І.С.Синько, Б.В.Лебедев. Аналітичний метод моделювання спряжених поверхонь. Розглянуто аналітичне моделювання спряжених поверхонь стосовно ріжучої кромки дискового інструменту, який обробляє гвинтову поверхню.

И.С. Синько, Б.В. Лебедев. Аналитический метод моделирования сопряженных поверхностей. Рассматривается аналитическое моделирование сопряженных поверхностей относительно режущей кромки дискового инструмента, обрабатывающего сложную винтовую поверхность.

I. Sinko, B. Lebedev. Analytical method of modeling the conjugated surfaces. The analytical modeling conjugated surfaces relative to the disk-tool cutting edge that is machining the helical surface. The developed method allows the profiling accuracy of conjugated surfaces to be increased.

Моделирование сопряженных поверхностей, имеющих сложный профиль, является одной из главных проблем прикладной геометрии. В современной инструментальной промышленности широкое применение находят винтовые поверхности, для моделирования которых применяются:

- винтовое проецирование для формирования исходной инструментальной поверхности червячной фрезы [1,2];
- использование диаграммы винта для определения огибающей семейства кривых, образованных винтовыми движениями поверхностей, которые могут представлять собой гиперболоид, архимедову винтовую поверхность, конволютную винтовую поверхность, особую архимедову винтовую поверхность, особую конволютную винтовую поверхность [3];
- окружностное проецирование для формирования исходной инструментальной поверхности дисковой фрезы [4, 5].

Наиболее приемлемым инструментом для обработки сложных винтовых поверхностей в условиях единичного и мелкосерийного производства является дисковая фреза. Из всех предложенных методов формирования сопряженных поверхностей для профилирования режущей кромки дискового инструмента предпочтителен наиболее простой и наглядный метод окружностного проецирования.

Целью исследования являлась разработка аналитического метода формирования рабочих поверхностей дисковых фрез способом окружностного проецирования применительно к обработке сложных винтовых поверхностей.

Методом окружностного проецирования формируется профиль режущей кромки дискового инструмента, обрабатывающего сложную винтовую поверхность, например, профиль винтовой канавки ведущего винта компрессора (см. рисунок).

Уравнение винтовой линии в параметрической форме имеет вид [6]

$$\begin{aligned} x &= \rho \cos(\theta_i + \tau), \\ y &= \rho \sin(\theta_i + \tau), \\ z &= \frac{h}{2\pi} \tau, \end{aligned} \quad (1)$$

где ρ — радиус характерной точки;

θ_i — угол между положительным направлением оси ox и ρ на плоском колесе;

h — шаг винтовой линии;

τ — угол закрутки, т.е. угол поворота радиуса ρ на торцевой плоскости при образовании винтовой линии.

Винтовая поверхность контура FK описывается уравнениями

$$\begin{aligned}x &= r_{1H} \sin(\alpha_1 + \tau), \\y &= r_{1H} \cos(\alpha_1 + \tau), \\z &= p\tau.\end{aligned}$$

Уравнение окружностных проекций в общем виде

$$X = x \cos \omega - z \sin \omega, \quad (3)$$

$$Z_2^1 = \sqrt{(b - y_1^2) + (z_1^2)^2}, \quad (2)$$

где r_{1H} — радиус начального цилиндра ведущего винта;

α_1 — угол профиля;

b — межосевое расстояние.

Окружностные проекции винтовых линий винтовой канавки компрессора после соответствующих подстановок примут вид

$$\begin{aligned}X &= \rho \cos(\theta + \tau) \cos \omega + \frac{h}{2\pi} \tau \sin \omega, \\Z &= \sqrt{[b - \rho \sin(\theta + \tau)]^2 + [\rho \cos(\theta + \tau) \sin \omega + \frac{h}{2\pi} \tau \cos \omega]^2}.\end{aligned}$$

Для участка винтовой поверхности FK

$$z_2^1 = [r_{1H} \sin(\alpha_1 + \tau)] \sin \omega + p\tau \cos \omega,$$

$$y_2^1 = -r_{1H} \cos(\alpha_1 + \tau),$$

$$x_2^1 = [r_{1H} \sin(\alpha_1 + \tau)] \cos \omega - p\tau \sin \omega,$$

$$z_2^1 = \sqrt{[b + r_{1H} \cos(\alpha_1 + \tau)]^2 + [r_{1H} \sin(\alpha_1 + \tau) \sin \omega + p\tau \cos \omega]^2}$$

Уравнения огибающей окружностных проекций винтовой поверхности компрессора решаются по общему методу дифференциальной геометрии. Для огибаемой (заданной) поверхности $f(x, y, z)$ составляется уравнение относительного движения в форме $F(x, y, z, \theta, \tau) = 0$ [6]:

$$X_2^1 = \rho \cos(\theta_i + \tau) \cos \omega + \frac{h}{2\pi} \tau \sin \omega,$$

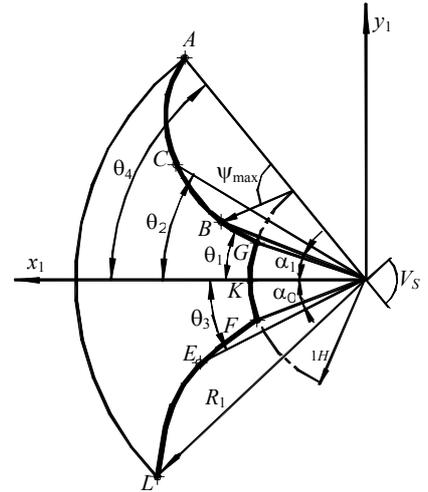
$$Z_2^1 = \sqrt{[b - \rho \sin(\theta_i + \tau)]^2 + [\rho \cos(\theta_i + \tau) \sin \omega + \frac{h}{2\pi} \tau \cos \omega]^2},$$

$$\frac{(b - \rho \sin(\theta_i + \tau)) \rho \cos(\theta_i + \tau) - \left(\rho \cos(\theta_i + \tau) \sin \omega + \frac{h}{2\pi} \tau \cos \omega \right) \rho \sin(\theta_i + \tau) \sin \omega}{\sqrt{(b - \rho \sin(\theta_i + \tau))^2 + \left(\rho \cos(\theta_i + \tau) \sin \omega + \frac{h}{2\pi} \tau \cos \omega \right)^2}} -$$

$$\frac{\rho \sin(\theta_i + \tau) \cos \omega}{\sqrt{(b - \rho \sin(\theta_i + \tau))^2 + \left(\rho \cos(\theta_i + \tau) \sin \omega + \frac{h}{2\pi} \tau \cos \omega \right)^2}} = 0,$$

$$\frac{(b - \rho \sin(\theta_i + \tau))(-\rho \cos(\theta_i + \tau)) + \left(\rho \cos(\theta_i + \tau) \sin \omega + \frac{h}{2\pi} \tau \cos \omega \right) \left(-\rho \sin(\theta_i + \tau) \sin \omega + \frac{h}{2\pi} \tau \cos \omega \right)}{\sqrt{(b - \rho \sin(\theta_i + \tau))^2 + \left(\rho \cos(\theta_i + \tau) \sin \omega + \frac{h}{2\pi} \tau \cos \omega \right)^2}} -$$

$$\frac{-\rho \sin(\theta_i + \tau) \cos \omega - \frac{h}{2\pi} \tau \sin \omega}{\sqrt{(b - \rho \sin(\theta_i + \tau))^2 + \left(\rho \cos(\theta_i + \tau) \sin \omega + \frac{h}{2\pi} \tau \cos \omega \right)^2}} = 0.$$



Профиль винтовой канавки ведущего винта компрессора

После преобразований получим:

$$x_2^1 = r_{1H} \sin(\alpha_1 + \tau) \cos \omega + p\tau \sin \omega,$$

$$z_2^1 = \sqrt{(b - r_{1H} \cos(\alpha_1 + \tau))^2 + (p\tau \cos \omega)^2},$$

$$r_{1H} \cos(\alpha_1 + \tau) + \frac{r_{1H} \sin(\alpha_1 + \tau)(b - r_{1H} \cos(\alpha_1 + \tau))}{\sqrt{(b - r_{1H} \cos(\alpha_1 + \tau))^2 + (p\tau \cos \omega)^2}} = 0,$$

$$r_{1H} \cos(\alpha_1 + \tau) + p \sin \omega + \frac{r_{1H} \sin(\alpha_1 + \tau)(b - r_{1H} \cos(\alpha_1 + \tau)) + p^2 \tau \cos^2 \omega}{\sqrt{(b - r_{1H} \cos(\alpha_1 + \tau))^2 + (p\tau \cos \omega)^2}} = 0.$$

Для остальных участков профиля ведущего винта винтового компрессора огибающая окружных проекций находится аналогично.

Разработанный аналитический метод окружного проецирования сопряженных поверхностей позволяет профилировать режущие кромки дисковых инструментов, обрабатывающих винтовые поверхности. Использование разработанного метода повышает точность профилирования режущей кромки инструмента, а его автоматизация с использованием программных продуктов AutoCAD, MathCAD снижает затраты рабочего времени и расширяет область применения способа окружного проецирования. Особый интерес представляет применение аналитического метода окружного проецирования для выявления интерференции, что является направлением дальнейших работ.

Литература

1. Подкорытов, А.Н. Определение интерференции и профилирование сопряженных винтовых нелинейчатых поверхностей со сложным криволинейным профилем применительно к червячным фрезам / А.Н. Подкорытов // Прикладная геометрия и инженерная графика. — Омск, 1972. — С. 24 — 28.
2. Подкорытов, А.Н., Панчук К.Л. Аналитический метод определения профиля зуба червячной фрезы / А.Н. Подкорытов, К.Л. Панчук // Прикладная геометрия в машиностроении. — Омск, 1974. — С. 32 — 37.
3. Николаев, А.Ф. Диаграмма винта и ее применение к определению сопряженных линейчатых поверхностей с линейным касанием / А.Ф. Николаев // Труды семинара по теории механизмов и машин. — М.; Л., 1950. — Т. 10, вып. 37. — 98 с.
4. Иванов, Ю.Н. Применение винтового проектирования к профилированию сопряженных поверхностей / Ю.Н. Иванов // Тр. Омского машиностр. ин-та. Начертательная геометрия и инженерная графика в машиностроении. — 1963. — С. 10 — 13.
5. Иванова, І.С. Профілювання ріжучої кромки дискової фрези методом оберненого проєціювання / І.С. Иванова // Прикладна геометрія та інженерна графіка. Вісник інженерної академії України. — К., 2001. — С. 207 — 209.
6. Жмудь, А.Е. Винтовые насосы с циклоидальным зацеплением / А.Е. Жмудь. — Изд. 2-е, перераб. и доп. — М.; Л.: Машгиз, 1963. — 155 с.

Рецензент д-р техн. наук, проф. Одес. нац. политехн. ун-та Тонконогий В.М.

Поступила в редакцию 26 сентября 2008 г.