УДК 621.391.1

В.Я. Чечельницкий, канд. тех. наук, доц.,
Пьер Мурр, радиоинженер,
Одес. нац. политехн. ун-т

КОНСТРУКТИВНЫЙ МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ КЛАССА ПОРОЖДАЮЩИХ СОВЕРШЕННЫХ ДВОИЧНЫХ РЕШЕТОК РАЗМЕРА 12×12

В.Я. Чечельницький, П. Мурр. **Конструктивний метод побудови класу породжуючих досконалих двійкових решіток розміру 12×12.** Запропоновано конструктивний метод побудови класу породжуючих досконалих двійкових решіток розміру 12×12 та знайдено оцінку його потужності.

В.Я. Чечельницкий, П. Мурр. **Конструктивный метод построения класса порождающих совершенных двоичных решеток размера 12×12.** Предложен конструктивный метод построения класса порождающих совершенных двоичных решеток размера 12×12 и найдена оценка его мощности.

V.Ya. Chechelnitsky, P. Murr. **A method to build a generating class of perfect binary arrays of the size 12×12.** A method to build a generating class of perfect binary arrays of the size 12×12 is proposed and the estimation of its power is obtained.

Известные методы синтеза совершенных двоичных решеток — СДР (Perfect Binary Array — PBA) [1…3] не позволяют синтезировать полные и порождающие [4] классы СДР многих порядков $N = 3 \cdot 2^k$ для произвольных натуральных k . Более того, неизвестна мощность полных классов таких СДР.

Каждая СДР порядка N путем операций циклического сдвига по строкам, столбцам и инверсии порождает класс эквивалентных СДР мощности

$$\Psi = 2N^2 . \tag{1}$$

Таким образом, если каким-либо способом найдена квадратная СДР порядка N, то, по сути, задан класс эквивалентных СДР мощности (1).

Множество всех СДР можно представить в виде объединения классов эквивалентных СДР. Если произвольно выбрать из каждого класса одну в качестве порождающей, то сформируется класс порождающих СДР.

Предлагается метод построения класса порождающих СДР квадратной формы порядка $N = 3 \cdot 2^2 = 12$, основанный на учете их структурных и корреляционных свойств и их прореженных матриц, а также оценка его мощности.

Известно, что произвольная СДР квадратной формы $\mathbf{H}(N) = \|h_{i,j}\|$, где $h_{i,j} \in \{\pm 1\}$ — элементы СДР, может быть прорежена по пространственным координатам [3] для получения матриц размерности $N/2 \times N/2$

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{A}(N/2) &= \|a_{m,n}\| = \|h_{2i,2j}\| \\ \mathbf{B}(N/2) &= \|b_{m,n}\| = \|h_{2i,2j+1}\| \\ \mathbf{C}(N/2) &= \|c_{m,n}\| = \|h_{2i+1,2j}\| \\ \mathbf{D}(N/2) &= \|d_{m,n}\| = \|h_{2i+1,2j+1}\| \end{aligned}\right\}, \left.\begin{aligned} i = \overline{0, N/2-1},\ m = \overline{0, N/2-1}, \\ j = \overline{0, N/2-1},\ n = \overline{0, N/2-1} \end{aligned}\right\}, \tag{2}$$

которые будут называться прореженными. Они могут быть как прямыми, так и инверсными. Черта над именем прореженной матрицы обозначает ее инверсию, т.е. замену элементов матрицы “$+1$” на “-1” и наоборот.

Метод построения порождающего класса СДР порядка $N = 3 \cdot 2^2 = 12$ основан на использовании прореженных матриц порядка $N/2 = 6$. Вначале следует рассмотреть алгоритм формирования прореженных матриц СДР порядка $N/2 = 6$, основанный на использовании прореженных матриц $\mathbf{A}(N/4)$, $\mathbf{B}(N/4)$, $\mathbf{C}(N/4)$ и $\mathbf{D}(N/4)$ порядка $N/4 = 3$.

Исходными данными для построения являются прореженные матрицы порядка $N/4 = 3$

$$\mathbf{A}(3) = \begin{bmatrix} - & - & - \\ + & + & + \\ + & + & + \end{bmatrix},\ \mathbf{B}(3) = \begin{bmatrix} - & + & + \\ - & + & + \\ - & + & + \end{bmatrix},\ \mathbf{C}(3) = \begin{bmatrix} - & + & + \\ + & - & + \\ + & + & - \end{bmatrix},\ \mathbf{D}(3) = \begin{bmatrix} + & + & - \\ + & - & + \\ - & + & + \end{bmatrix}, \tag{3}$$

где символом “+” обозначено значение элемента СДР “+1”, а символом “–” — значение элемента “–1” (для краткости). В дальнейшем в примерах будут использоваться аналогичные обозначения.

Прореженные матрицы порядка $N/2 = 6$ можно создать по трем алгоритмам, получив три группы прореженных матриц $\mathbf{A}(6)$, $\mathbf{B}(6)$, $\mathbf{C}(6)$ и $\mathbf{D}(6)$. Для указания принадлежности определенной прореженной матрицы к конкретной группе введены обозначения: номер группы — верхний индекс, номер прореженной матрицы в группе — нижний. Индексы изменяются от нуля, поэтому $\mathbf{A}_1^0(6)$ — вторая прореженная матрица $\mathbf{A}(6)$ первой группы размера 6×6. Если не указан нижний индекс, соответствующее утверждение относится к любой прореженной матрице в группе, а если верхний — к матрице любой группы.

Прореженные матрицы $\mathbf{A}(6)$, $\mathbf{B}(6)$, $\mathbf{C}(6)$ и $\mathbf{D}(6)$ строятся по следующим выражениям, которые разбиты на два столбца,

$$\left.\begin{matrix} \mathbf{A}(3),\mathbf{B}(3) & \mathbf{C}(3),\overline{\mathbf{D}}(3) \\ \mathbf{A}(3),\mathbf{C}(3) & \mathbf{B}(3),\overline{\mathbf{D}}(3) \\ \mathbf{A}(3),\mathbf{D}(3) & \mathbf{B}(3),\overline{\mathbf{C}}(3) \\ \mathbf{B}(3),\mathbf{C}(3) & \mathbf{A}(3),\overline{\mathbf{D}}(3) \\ \mathbf{B}(3),\mathbf{D}(3) & \mathbf{A}(3),\overline{\mathbf{C}}(3) \\ \mathbf{C}(3),\mathbf{D}(3) & \mathbf{A}(3),\overline{\mathbf{B}}(3) \end{matrix}\right\}. \tag{4}$$

Рассмотрим построение прореженных матриц $\mathbf{A}(6)$, $\mathbf{B}(6)$, $\mathbf{C}(6)$ и $\mathbf{D}(6)$ отдельно по каждому алгоритму.

Алгоритм первый. Каждая прореженная матрица первой группы $\mathbf{A}_0^0(6)$, $\mathbf{A}_1^0(6)$, $\mathbf{A}_2^0(6)$, $\mathbf{A}_3^0(6)$, $\mathbf{A}_4^0(6)$, $\mathbf{A}_5^0(6)$ формируется одним и тем же способом для соответствующей комбинации прореженных матриц первого столбца из (4)

$$\left.\begin{matrix} \mathbf{A}(3)\mathbf{B}(3) \\ \mathbf{A}(3)\mathbf{C}(3) \\ \mathbf{A}(3)\mathbf{D}(3) \\ \mathbf{B}(3)\mathbf{C}(3) \\ \mathbf{B}(3)\mathbf{D}(3) \\ \mathbf{C}(3)\mathbf{D}(3) \end{matrix}\right\}. \tag{5}$$

Для первой комбинации из исходных прореженных матриц (3)

$$\mathbf{A}(3) = \left\| a_{i,j} \right\| = \begin{bmatrix} - & - & - \\ + & + & + \\ + & + & + \end{bmatrix} \text{ и } \mathbf{B}(3) = \left\| b_{i,j} \right\| = \begin{bmatrix} - & + & + \\ - & + & + \\ - & + & + \end{bmatrix} \tag{6}$$

с использованием операции перемежения столбцов формируется вспомогательная прямоугольная матрица размерности 3×6

$$\mathbf{X}_0^0(3,6) = \|x_{m,n}\| = \begin{bmatrix} - & - & - & + & - & + \\ + & - & + & + & + & + \\ + & - & + & + & + & + \end{bmatrix},$$

где $m = \overline{0,3}$ — номера строк;

$n = \overline{0,6}$ — номера столбцов.

Элементы вспомогательной матрицы $\mathbf{X}_0^0(3,6)$ определяются по правилу

$$\left.\begin{aligned} x_{i,2j} &= a_{i,j} \\ x_{i,2j+1} &= b_{i,j} \end{aligned}\right\}, \; i = \overline{0,3-1}, \; j = \overline{0,3-1}.$$

Затем путем применения операции циклического сдвига вниз на одну строку вспомогательной матрицы $\mathbf{X}_0^0(3,6)$ строится вспомогательная матрица

$$\mathbf{Y}_0^0(3,6) = \begin{bmatrix} + & - & + & + & + & + \\ - & - & - & + & - & + \\ + & - & + & + & + & + \end{bmatrix}.$$

С использованием операции перемежения строк вспомогательных матриц $\mathbf{X}_0^0(3,6)$ и $\mathbf{Y}_0^0(3,6)$

$$\left.\begin{aligned} a_{2i,j} &= x_{i,j} \\ a_{2i+1,j} &= y_{i,j} \end{aligned}\right\}, \; i = \overline{0,3-1}, \; j = \overline{0,6-1},$$

получают прореженную матрицу $\mathbf{A}_0^0(6)$.

Таким образом, в соответствии с первым алгоритмом, для шести комбинаций прореженных матриц (5) сформированы прореженные матрицы $\mathbf{A}(6)$ первой группы

$$\mathbf{A}_0^0(6) = \begin{bmatrix} - & - & - & + & - & + \\ + & - & + & + & + & + \\ + & - & + & + & + & + \\ - & - & - & + & - & + \\ + & - & + & + & + & + \\ + & - & + & + & + & + \end{bmatrix}, \; \mathbf{A}_1^0(6) = \begin{bmatrix} - & - & - & + & - & + \\ + & + & + & + & + & - \\ + & + & + & - & + & + \\ - & - & - & + & - & + \\ + & + & + & + & + & - \\ + & + & + & - & + & + \end{bmatrix}, \; \mathbf{A}_2^0(6) = \begin{bmatrix} - & + & - & + & - & - \\ + & - & + & + & + & + \\ + & + & + & - & + & + \\ - & + & - & + & - & - \\ + & - & + & + & + & + \\ + & + & + & - & + & + \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_3^0(6) = \begin{bmatrix} - & - & + & + & + & + \\ - & + & + & + & + & - \\ - & + & + & - & + & + \\ - & - & + & + & + & + \\ - & + & + & + & + & - \\ - & + & + & - & + & + \end{bmatrix}, \; \mathbf{A}_4^0(6) = \begin{bmatrix} - & + & + & + & + & - \\ - & - & + & + & + & + \\ - & + & + & - & + & + \\ - & + & + & + & + & - \\ - & - & + & + & + & + \\ - & + & + & - & + & + \end{bmatrix}, \; \mathbf{A}_5^0(6) = \begin{bmatrix} - & + & + & + & + & - \\ + & - & + & + & - & + \\ + & + & - & - & + & + \\ - & + & + & + & + & - \\ + & - & + & + & - & + \\ + & + & - & - & + & + \end{bmatrix}.$$

Прореженные матрицы $\mathbf{C}^0(6)$ формируются так же, как и прореженные матрицы $\mathbf{A}^0(6)$, но вспомогательная матрица $\mathbf{Y}^0(3,6)$ в операции перемежения строк используется инверсная.

Прореженные матрицы $\mathbf{B}^0(6)$ формируются так же, как и прореженные матрицы $\mathbf{A}^0(6)$, но в качестве исходных прореженных матриц выбираются матрицы из второго столбца (4)

$$\left.\begin{matrix} \mathbf{C}(3)\overline{\mathbf{D}}(3) \\ \mathbf{B}(3)\overline{\mathbf{D}}(3) \\ \mathbf{B}(3)\overline{\mathbf{C}}(3) \\ \mathbf{A}(3)\overline{\mathbf{D}}(3) \\ \mathbf{A}(3)\overline{\mathbf{C}}(3) \\ \mathbf{A}(3)\overline{\mathbf{B}}(3) \end{matrix}\right\}. \qquad (7)$$

Заметим, что в каждом выражении из (7) одна матрица всегда используется инверсная.

Прореженные матрицы $\mathbf{D}^0(6)$ строятся так же, как и прореженные матрицы $\mathbf{C}^0(6)$, в качестве исходных прореженных матриц выбираются прореженные матрицы из (7), а вспомогательная матрица $\mathbf{Y}^0(3,6)$ используется инверсная.

Алгоритм второй. Прореженные матрицы $\mathbf{A}^1(6)$ формируются отдельно для каждой из шести комбинаций прореженных матриц из (5).

Для первой комбинации из исходных прореженных матриц (3)

$$\mathbf{A}(3) = \left\| a_{i,j} \right\| = \begin{bmatrix} - & - & - \\ + & + & + \\ + & + & + \end{bmatrix} \text{ и } \mathbf{B}(3) = \left\| b_{i,j} \right\| = \begin{bmatrix} - & + & + \\ - & + & + \\ - & + & + \end{bmatrix}$$

с использованием операции перемежения строк

$$\left. \begin{aligned} x_{2i,j} &= a_{i,j} \\ x_{2i+1,j} &= b_{i,j} \end{aligned} \right\}, \; i = \overline{0,3-1}, \; j = \overline{0,3-1},$$

формируется вспомогательная прямоугольная матрица

$$\mathbf{X}^1(6,3) = \left\| x_{m,n} \right\| = \begin{bmatrix} - & - & - \\ - & + & + \\ + & + & + \\ - & + & + \\ + & + & + \\ - & + & + \end{bmatrix}$$

размерности 6×3.

После этого путем применения операции циклического сдвига вправо на один столбец вспомогательной матрицы $\mathbf{X}^1(6,3)$ формируется вспомогательная матрица

$$\mathbf{Y}^1(6,3) = \begin{bmatrix} - & - & - \\ + & - & + \\ + & + & + \\ + & - & + \\ + & + & + \\ + & - & + \end{bmatrix}.$$

С использованием операции перемежения столбцов

$$\left. \begin{aligned} a_{2i,j} &= x_{i,j} \\ a_{2i+1,j} &= y_{i,j} \end{aligned} \right\}, \; i = \overline{0,3-1}, \; j = \overline{0,6-1}$$

для вспомогательных матриц $\mathbf{X}^1(6,3)$ и $\mathbf{Y}^1(6,3)$ формируется прореженная матрица $\mathbf{A}^1(6)$.

Для остальных выражений из (5) процесс построения прореженных матриц $\mathbf{A}^1(6)$ аналогичный.

Прореженные матрицы $\mathbf{C}^1(6)$ формируются, как и прореженные матрицы $\mathbf{A}^1(6)$, но вспомогательная матрица $\mathbf{Y}^1(6,3)$ используется инверсная. Прореженные матрицы $\mathbf{B}^1(6)$ создаются как и прореженные матрицы $\mathbf{A}^1(6)$, но в качестве исходных прореженных матриц выбираются матрицы из (7), при этом вспомогательная матрица $\mathbf{Y}^1(6,3)$ используется прямая. Прореженные матрицы $\mathbf{D}^1(6)$ формируются, как и прореженные матрицы $\mathbf{C}^1(6)$, но вспомогательная матрица $\mathbf{Y}^1(6,3)$ используется инверсная.

Алгоритм третий. Прореженные матрицы $\mathbf{A}^2(6)$ формируются так же, как и прореженные матрицы $\mathbf{A}^0(6)$ по первому алгоритму, но во вспомогательной матрице $\mathbf{Y}^2(3,6)$ переставляются блоки половинок матрицы $\mathbf{Y}^0(3,6)$. Например, из

$$\mathbf{Y}^0(3,6)=\left[\begin{array}{ccc|ccc} + & - & + & + & + & + \\ - & - & - & + & - & + \\ + & - & + & + & + & + \end{array}\right] \text{ получают } \mathbf{Y}^2(3,6)=\left[\begin{array}{ccc|ccc} + & + & + & + & - & + \\ + & - & + & - & - & - \\ + & + & + & + & - & + \end{array}\right]=\left[\begin{array}{cccccc} + & + & + & + & - & + \\ + & - & + & - & - & - \\ + & + & + & + & - & + \end{array}\right].$$

Прореженные матрицы $\mathbf{C}^2(6)$ создаются так же, как и прореженные матрицы $\mathbf{A}^2(6)$, но помимо перестановки блоков половинок матрицы $\mathbf{Y}^0(3,6)$, матрица инвертируется $\mathbf{Y}^2(3,6)$. Прореженные матрицы $\mathbf{B}^2(6)$ строятся, как и прореженные матрицы $\mathbf{A}^2(6)$, но в качестве исходных выбираются комбинации прореженных матриц из (7). Для формирования вспомогательных матриц $\mathbf{Y}^2(3,6)$ выполняются перестановки блоков половинок матриц $\mathbf{Y}^2(3,6)$, а сами прореженные матрицы используются прямые. Прореженные матрицы $\mathbf{D}^2(6)$ формируются, как и прореженные матрицы $\mathbf{A}^2(6)$, но после перестановки блоков половинок матриц $\mathbf{Y}^0(3,6)$, инвертируется матрица $\mathbf{Y}^2(6,3)$.

Таким образом, по каждому из трех алгоритмов получено 6 прореженных матриц $\mathbf{A}^0(6)$, $\mathbf{A}^1(6)$, $\mathbf{A}^2(6)$, $\mathbf{B}^0(6)$, $\mathbf{B}^1(6)$, $\mathbf{B}^2(6)$, $\mathbf{C}^0(6)$, $\mathbf{C}^1(6)$, $\mathbf{C}^2(6)$, $\mathbf{D}^0(6)$, $\mathbf{D}^1(6)$ и $\mathbf{D}^2(6)$. Прежде чем приступить к созданию СДР полученные прореженные матрицы необходимо размножить.

Прореженные матрицы $\mathbf{A}^0(6)$ и $\mathbf{B}^0(6)$, сформированные по первому алгоритму, размножаются с помощью операций циклического сдвига по строкам, столбцам и последующей инверсии. Количество возможных циклических сдвигов по строкам — три ($\overline{0,2}$), а столбцам — шесть ($\overline{0,5}$).

Таким образом, в результате размножения из каждой прореженной матрицы $\mathbf{A}^0(6)$ и $\mathbf{B}^0(6)$ получено

$$\psi_{\mathbf{A}^0}=\psi_{\mathbf{B}^0}=3\cdot 6\cdot 2=36 \tag{8}$$

матриц.

Прореженные матрицы $\mathbf{A}^1(6)$ и $\mathbf{B}^1(6)$, сформированные по второму алгоритму, размножаются с помощью операций циклического сдвига по строкам, столбцам и последующей инверсии. Количество возможных циклических сдвигов по строкам — шесть ($\overline{0,5}$), а столбцам — три ($\overline{0,2}$).

Таким образом в результате размножения из каждой прореженной матрицы $\mathbf{A}^1(6)$ и $\mathbf{B}^1(6)$ получено

$$\psi_{\mathbf{A}^1}=\psi_{\mathbf{B}^1}=6\cdot 3\cdot 2=36 \tag{9}$$

матриц.

Прореженные матрицы $\mathbf{A}^2(6)$ и $\mathbf{B}^2(6)$, сформированные по третьему алгоритму, размножаются с помощью операций циклического сдвига по строкам, столбцам и последующей инверсии. Возможны два варианта выполнения циклических сдвигов: либо по строкам — три ($\overline{0,2}$) сдвига, а столбцам — шесть ($\overline{0,5}$), либо по строкам — шесть ($\overline{0,5}$) сдвигов, а столбцам — три ($\overline{0,2}$).И, таким образом, в результате размножения из каждой матрицы $\mathbf{A}^2(6)$ и $\mathbf{B}^2(6)$ получено

$$\psi_{\mathbf{A}^2} = \psi_{\mathbf{B}^2} = 6 \cdot 3 \cdot 2 = 36 \qquad (10)$$

матриц.

Прореженные матрицы $\mathbf{C}(6)$ и $\mathbf{D}(6)$, сформированные по трем алгоритмам размножаются с помощью операций циклического сдвига по строкам и столбцам. Количество возможных циклических сдвигов по строкам и столбцам — шесть ($\overline{0,5}$). Таким образом, в результате размножения из каждой прореженной матрицы получено

$$\Psi_{\mathbf{C}^0} = \Psi_{\mathbf{C}^1} = \Psi_{\mathbf{C}^2} = \Psi_{\mathbf{D}^0} = \Psi_{\mathbf{D}^1} = \Psi_{\mathbf{D}^2} = 6 \cdot 6 = 36 \qquad (11)$$

матриц.

Известно [4], что если найдены четыре структуры прореженных матриц $\mathbf{A}(N/2)$, $\mathbf{B}(N/2)$, $\mathbf{C}(N/2)$ и $\mathbf{D}(N/2)$, образующих СДР, то после процедуры перемежения, обратной процедуре прореживания (2), и всевозможных перестановок прореженных матриц можно получить $4! = 24$ различные СДР.

Следует заметить, что существуют некоторые ограничения на использование комбинаций прореженных матриц при построении СДР:

— можно использовать только комбинации прореженных матриц, построенных по одному алгоритму или полученных в результате их размножения; например, $\mathbf{A}^0(N/2)$, $\mathbf{B}^0(N/2)$, $\mathbf{C}^0(N/2)$ и $\mathbf{D}^0(N/2)$ или $\mathbf{A}^2(N/2)$, $\mathbf{B}^2(N/2)$, $\mathbf{C}^2(N/2)$ и $\mathbf{D}^2(N/2)$;

— прореженные матрицы $\mathbf{A}(N/2)$ и $\mathbf{B}(N/2)$, построенные по одной комбинации из (5) или полученные в результате размножения, используются только совместно; например, $\mathbf{A}_2^0(N/2)$ и $\mathbf{B}_2^0(N/2)$ или $\mathbf{A}_4^1(N/2)$ и $\mathbf{B}_4^1(N/2)$; количество таких сочетаний для одной комбинации (5) с учетом (8)...(10) можно определить следующим образом:

$$\Psi_{\mathbf{A}}\Psi_{\mathbf{B}} = \Psi_{\mathbf{A}^0}\Psi_{\mathbf{B}^0} = \Psi_{\mathbf{A}^1}\Psi_{\mathbf{B}^1} = \Psi_{\mathbf{A}^2}\Psi_{\mathbf{B}^2} = 36 \cdot 36,$$

а с учетом шести комбинаций из (5)

$$\Psi_{\mathbf{AB}} = 6 \cdot \Psi_{\mathbf{A}}\Psi_{\mathbf{B}}; \qquad (12)$$

— используются вместе и прореженные матрицы $\mathbf{C}(N/2)$ и $\mathbf{D}(N/2)$, сформированные по одной комбинации из (7) или полученные в результате их размножения; например, $\mathbf{C}_3^2(N/2)$ и $\mathbf{D}_3^2(N/2)$ или $\mathbf{C}_5^1(N/2)$ и $\mathbf{D}_5^1(N/2)$; количество таких сочетаний для одной комбинации (7) с учетом (11)

$$\Psi_{\mathbf{C}}\Psi_{\mathbf{D}} = \Psi_{\mathbf{C}^0}\Psi_{\mathbf{D}^0} = \Psi_{\mathbf{C}^1}\Psi_{\mathbf{D}^1} = \Psi_{\mathbf{C}^2}\Psi_{\mathbf{D}^2} = 36 \cdot 36,$$

а с учетом шести комбинаций из (7)

$$\Psi_{\mathbf{CD}} = 6 \cdot \Psi_{\mathbf{C}}\Psi_{\mathbf{D}}; \qquad (13)$$

— прореженные матрицы $\mathbf{A}(N/2)$ и $\mathbf{B}(N/2)$, сформированные по одной комбинации из (4), или матрицы, полученные в результате их размножения, можно использовать с прореженными матрицами $\mathbf{C}(N/2)$ и $\mathbf{D}(N/2)$, сформированными по другой комбинации из (4), но при этом они все должны быть построены по одному алгоритму; например, $\mathbf{A}_4^1(N/2)$, $\mathbf{B}_4^1(N/2)$, $\mathbf{C}_5^1(N/2)$ и $\mathbf{D}_5^1(N/2)$.

В качестве примера с использованием процедуры перемежения, обратной процедуре прореживания (2), сформирована СДР для прореженных матриц $\mathbf{A}_4^1(N/2)$, $\mathbf{B}_4^1(N/2)$, $\mathbf{C}_5^1(N/2)$ и $\mathbf{D}_5^1(N/2)$. При этом использованы соответствующие прореженные матрицы без перестановок СДР – $\mathbf{H}_0(12)$ и с перестановкой матриц $\mathbf{C}_5^1(N/2)$ и $\mathbf{D}_5^1(N/2)$ — $\mathbf{H}_1(12)$:

$$
\mathbf{H}_0(12)=\begin{bmatrix}
- & - & + & - & + & - & - & - & + & - & + & - \\
- & - & - & + & + & - & + & + & + & - & - & + \\
+ & + & - & - & + & - & + & + & - & - & + & - \\
+ & + & + & + & + & - & - & - & - & - & - & + \\
- & + & + & + & + & + & - & + & + & + & + & + \\
+ & + & - & - & - & + & - & - & + & + & + & - \\
+ & - & + & - & - & + & + & - & + & - & - & + \\
+ & + & - & + & - & - & - & - & + & - & + & + \\
- & + & + & + & + & + & - & + & + & + & + & + \\
+ & + & + & - & + & + & - & - & - & + & - & - \\
- & - & + & + & + & - & - & - & + & + & + & - \\
- & + & - & + & + & - & + & - & + & - & - & +
\end{bmatrix},\ \mathbf{H}_1(12)=\begin{bmatrix}
- & - & + & - & + & - & - & - & + & - & + & - \\
- & - & + & - & - & + & + & + & - & + & + & - \\
+ & + & - & - & + & - & + & + & - & - & + & - \\
+ & + & + & + & - & + & - & - & - & - & + & - \\
- & + & + & + & + & + & - & + & + & + & + & + \\
+ & + & - & - & + & - & - & - & + & + & - & + \\
+ & - & + & - & - & + & + & - & + & - & - & + \\
+ & + & + & - & - & - & - & - & - & + & + & + \\
- & + & + & + & + & + & - & + & + & + & + & + \\
+ & + & - & + & + & + & - & - & + & - & - & - \\
- & - & + & + & + & - & - & - & + & + & + & - \\
+ & - & + & - & - & + & - & + & - & + & + & -
\end{bmatrix}.
$$

С учетом выражений (12) и (13) мощность совершенных двоичных решеток размера 12×12

$$\Psi = 24\cdot3\cdot\Psi_{\mathbf{AB}}\cdot\Psi_{\mathbf{CD}}, \tag{14}$$

где 24 — количество возможных перестановок прореженных матриц;

3 — количество алгоритмов построения прореженных матриц.

Числовое значение мощности СДР порядка $N=12$, созданных по предложенному конструктивному методу, после подстановки в (14) значения выражений (12), (13)

$$\Psi = 24\cdot3\cdot6\cdot\Psi_{\mathbf{A}}\cdot\Psi_{\mathbf{B}}\cdot6\cdot\Psi_{\mathbf{C}}\cdot\Psi_{\mathbf{D}} = 24\cdot3\cdot6\cdot36\cdot36\cdot6\cdot36\cdot36 = 3^{12}2^{13} = 4\,353\,564\,672$$

матриц.

Такие огромные мощности класса порождающих СДР привлекательны для формирования новых классов двоичных корректирующих кодов, построения ансамблей шумоподобных сигналов с хорошими корреляционными свойствами, также их можно использовать в других областях радиоэлектроники.

Литература

1. Jedwab, J. Constructing new perfect binary arrays / J. Jedwab, C. Mithell // Electronics Letters. — 1988. — Vol. 24, № 11. — P. 650 — 652.
2. Wild, P. Infinite families of perfect binary arrays / P. Wild // Electronics Letters. — 1988. — Vol. 24, № 14. — P. 845 — 847.
3. Мазурков, М.И. Классы эквивалентных и порождающих совершенных двоичных решеток для CDMA-технологий / М.И. Мазурков, В.Я. Чечельницкий // Изв. вузов. Радиоэлектроника. — 2003. — № 5. — С. 54—63.
4. Мазурков, М.И. Свойства полного класса совершенных двоичных решеток на 36 элементов / М.И. Мазурков, В.Я. Чечельницкий // Радиоэлектроника. — 2004. — № 6. — С. 56 — 64.

Рецензент д-р техн. наук, проф. Одес. нац. политехн. ун-та Баранов П.Е.

Поступила в редакцию 1 сентября 2008 г.