

## ПОДХОД К РАСЧЕТУ УДЕЛЬНЫХ ПОТЕРЬ В ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХ СТАЛЯХ

*О.П. Насыпаная. Підхід до розрахунку питомих втрат в електротехнічних сталях.* Запропоновано підхід до визначення складових питомих втрат в електротехнічних сталях при різних частотах, несинусоїдальності магнітного потоку і впливі розмагнічуючої дії вихрового струму.

*Е.П. Насыпаная. Подход к расчету удельных потерь в электротехнических сталях.* Предложен подход к определению составляющих удельных потерь в электротехнических сталях при различных частотах, несинусоидальности магнитного потока и влиянии размагничивающего действия вихревого тока.

*Е.П. Nasypanaya. The approach to the specific losses calculation in electrotechnical steels.* The approach to the specific losses elements determination in electrotechnical steels at different frequencies, unsinusoidality of magnetic stream, and subject to vortical current's demagnetization action, is proposed.

Совершенствование активных и изоляционных электротехнических материалов, развитие полевых и оптимизационных методов проектного синтеза силовых трансформаторов, высокий уровень технологии производства, возможность применения высокоэффективных программных и технических средств вычислительной техники [1, 2] позволяет сделать вывод о том, что дальнейшее снижение стоимости и потерь в силовых трансформаторах можно ожидать не только от применения новейших материалов для обмоток, магнитной системы (МС) и изоляции силовых трансформаторов, но и от оптимизации таких параметров преобразуемой и используемой электрической энергии, как уровень напряжения и частоты, что технически и экономически вполне реализуемо на основе достижений в полупроводниковой преобразовательной технике. Одним из основных требований к трансформаторным устройствам в системах энергоснабжения являются снижение потерь электрической энергии и ограничение массы и площади, занимаемой электротехническим оборудованием экономически обоснованными средствами. Потери и масса обмоток трансформаторов в ближайшие годы могут быть уменьшены на порядок широким применением высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП) обмоток [2]. Массы и потери в МС трансформатора с такими обмотками также несколько уменьшаются, но остаются весьма значительными. Причем потери в МС не зависят от нагрузки и существуют в течении всего времени включения трансформатора.

Эти показатели трансформаторов определяются такими факторами, как качество электротехнической стали, уровень индукции в МС и частоты преобразуемого напряжения. В последние годы созданы значительно улучшенные по уровню потерь новые марки электротехнических сталей, но уровень этот практически достиг своего предела, а технология производства сталей сложна и они дороги [1].

Частота преобразуемого напряжения является одним из основных параметров используемой электрической энергии и в значительной мере определяет расход активных материалов во всех видах электрооборудования.

Поскольку для данной марки электротехнической стали масса МС и уровень потерь в ней определяются значениями рабочей индукции и частоты преобразуемого тока, то это обуславливает актуальность решения проблемы оптимизации их соотношения в трансформаторах.

Для получения минимальных габаритных и весовых характеристик элементов МС трансформаторов необходимо более точно учитывать свойства ферромагнитных материалов. Одной из важнейших характеристик электротехнической стали, определяющей как массогабаритные, так и энергетические показатели электромагнитных элементов, являются удельные потери в стали [2].

Существует ряд методик определения этих потерь [3, 4], однако эти методики либо не учитывают ряд факторов, либо их использование требует применения эмпирических коэффициентов, определяемых экспериментально. Методика расчета потерь учитывает изменение частоты

и размагничивающее действие вихревых токов, но требует определения девяти коэффициентов аппроксимации, для нахождения которых необходимо составить три системы из трех уравнений и решить их [5]. Предлагаемый подход позволяет определить потери, используя только кривую намагничивания  $B = f(H)$  и зависимость относительной магнитной проницаемости от напряженности магнитного поля  $\mu_0 = f(H)$  для соответствующей толщины и марки стали [6].

Потери в стали можно разделить на две составляющие — гистерезисную  $p_{гс}$  и вихревую  $p_{вх}$ . Это разделение позволяет определить потери в стали при частотах, отличных от промышленной, а также при несинусоидальном напряжении.

Уровень потерь в стали прежде всего зависит от марки и толщины используемой стали и от величины индукции  $B_{ст}$ . Каждому значению  $B_{ст}$  соответствует определенное значение уровня удельных потерь в стали  $p_{уд}$ . Удельными потерями называется затрата энергии при перемещении стали за секунду, отнесенная к массе материала.

Удельные потери в стали при синусоидальной форме кривой приложенного напряжения и отсутствии размагничивающего действия вихревых токов в стали, т.е. при равномерном распределении индукции по поперечному сечению листа стали, могут быть представлены из выражения [7]

$$p_{уд} = p_{гс} + p_{вх} = k_1 f B_{ст}^n + k_2 f^2 B_{ст}^2 a^2, \quad (1)$$

где  $k_1, k_2$  — коэффициенты, зависящие от свойств стали;

$f$  — частота приложенного напряжения, Гц;

$a$  — толщина листа стали (рис.1), мм;

$n$  — показатель степени, который для современных сталей (в зависимости от марки) составляет 2...2,5.

Удельные потери от вихревых токов могут быть найдены как [4]

$$p_{\text{в.т.}} = \frac{4}{3} k_f^2 \frac{B_m^2 f^2 a^2}{\gamma \rho}, \quad (2)$$

где  $k_f$  — коэффициент формы кривой магнитной индукции, который для синусоиды равен  $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$ ;

$B_m$  — амплитуда магнитной индукции, Тл;

$\gamma$  — удельная плотность стали, кг/м<sup>3</sup>;

$\rho$  — удельное электрическое сопротивление стали,

Ом·м.

Однако приведенные выражения не позволяют с достаточной точностью вычислить потери в стали при частотах, отличных от промышленной, а также при несинусоидальном напряжении.

При повышении частоты приложенного напряжения рано или поздно начинает проявляться размагничивающий эффект вихревых токов в стали. В этом случае индукция не распределена равномерно по толщине листа, а уменьшается от края к его середине.

Для тонкого листа электротехнической стали (рис. 1) можно записать выражение для определения вектора плотности тока, направленного параллельно поверхности листа  $J_z$  [8],

$$\frac{d^2 J_z}{dx^2} = j\omega\mu \frac{J_z}{\rho} = T^2 J_z, \quad (3)$$

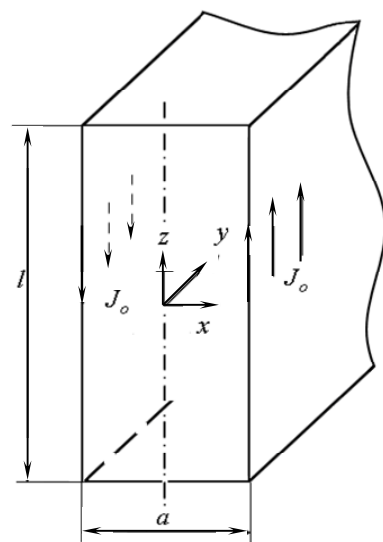


Рис. 1. Распределение плотности тока в элементе электротехнической стали

где  $\omega = 2\pi f$  — угловая частота переменного тока,  $\text{с}^{-1}$ ;

$\mu$  — магнитная проницаемость, Гн/м;

$\dot{O} = (1+j)\sqrt{\frac{\pi f \mu}{\dot{n}}}$  — комплексная постоянная.

При условии, что магнитная проницаемость стали является неизменной, решение уравнения (3) имеет вид

$$J_z = A \operatorname{sh}(xT) + C \operatorname{ch}(xT), \quad (4)$$

где  $A$  и  $C$  — постоянные интегрирования;

$x$  — координата по оси абсцисс.

Коэффициенты  $A$  и  $C$  могут быть найдены из граничных условий. Принимается допущение, что плотность тока в середине стального листа равна нулю. По мере приближения к краям листа она увеличивается, но знаки ее у обоих краев различны, т.е. вихревые токи по краям листа направлены в противоположные стороны [9].

Поэтому

$$J_z \Big|_{x=\frac{a}{2}} = J_0, \quad (5)$$

$$J_z \Big|_{x=-\frac{a}{2}} = -J_0. \quad (6)$$

Тогда с учетом (5) и (6) можно записать систему уравнений

$$\begin{cases} J_0 = A \operatorname{sh}\left(\frac{a}{2}T\right) + C \operatorname{ch}\left(\frac{a}{2}T\right), \\ -J_0 = -A \operatorname{sh}\left(\frac{a}{2}T\right) + C \operatorname{ch}\left(\frac{a}{2}T\right). \end{cases} \quad (7)$$

Решение этой системы уравнений позволяет определить значения постоянных интегрирования  $A = \frac{J_0}{\operatorname{sh}\left(T\frac{a}{2}\right)}$  и  $C = 0$ , тогда исходное выражение (4) будет иметь вид

$$J_z = J_0 \frac{\operatorname{sh}(xT)}{\operatorname{sh}\left(\frac{a}{2}T\right)}. \quad (8)$$

Вихревые токи достигают максимального значения у поверхности листа. В этом случае часто вводится понятие о глубине проникновения. Под глубиной проникновения понимают толщину эквивалентного слоя стали, в котором возникают (при постоянной по величине плотности тока) те же потери, что и при действительном распределении тока. Эта постоянная по величине плотность тока равна плотности тока на краю листа.

Эквивалентную глубину проникновения магнитного потока в стальном листе можно представить как

$$\delta = \frac{1}{k_R} \sqrt{\frac{\rho}{\pi f \mu}}, \quad (9)$$

где  $k_R$  — коэффициент уменьшения глубины проникновения для нелинейной ферромагнитной среды [10]. Этот коэффициент близок к 1,4 [5].

С учетом глубины проникновения выражение (8) можно записать как

$$J_z = J_0 \frac{\operatorname{sh}\left(\frac{1+j}{\delta}x\right)}{\operatorname{sh}\left(\frac{1+j}{\delta}\frac{a}{2}\right)}. \quad (10)$$

Выражение для модуля плотности тока будет иметь вид

$$|J_z| = |J_0| \frac{\left| \frac{\operatorname{sh} \frac{x}{\delta} \operatorname{ch} \frac{x}{\delta} + j \operatorname{ch} \frac{x}{\delta} \operatorname{sh} \frac{x}{\delta}}{\operatorname{sh} \frac{a}{2\delta} \operatorname{ch} \frac{a}{2\delta} + j \operatorname{ch} \frac{a}{2\delta} \operatorname{sh} \frac{a}{2\delta}} \right|}{\left| \frac{\operatorname{sh}^2 \frac{x}{\delta} + \sin^2 \frac{x}{\delta}}{\operatorname{sh}^2 \frac{a}{2\delta} + \sin^2 \frac{a}{2\delta}} \right|^{\frac{1}{2}}} \quad (11)$$

При условии, что длина стального листа много больше, чем его толщина, значение плотности тока в комплексном виде можно представить как

$$J_0 = \frac{j\omega\Phi}{2l\rho}, \quad (12)$$

где  $l$  — ширина стального листа, м,  
а абсолютная величина  $|J_0|$

$$|J_0| = \frac{\omega|\Phi|}{2l\rho}. \quad (13)$$

Тогда

$$|J_z| = \frac{\omega|\Phi|}{2l\rho} \sqrt{\frac{\operatorname{sh}^2 \frac{x}{\delta} + \sin^2 \frac{x}{\delta}}{\operatorname{sh}^2 \frac{a}{2\delta} + \sin^2 \frac{a}{2\delta}}}. \quad (14)$$

Выражение (14) представляет распределение плотности вихревого тока в листе электро-технической стали определенной толщины и является основой для определения удельных потерь от вихревых токов.

Исходя из (14) удельные потери от вихревых токов могут быть определены следующим образом:

$$P_{\text{в0}} = \int_V \int_{t_1}^{t_2} \rho J^2(t) dt dV = \int_V \frac{\rho |J_z|^2}{2} dV. \quad (15)$$

Потери во всем объеме листа (рис. 2) можно получить, проинтегрировав выражение (15) по толщине листа,

$$\begin{aligned} P_{\text{вк}} &= \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \frac{\rho |J_z|^2}{2} bl dx = 2 \int_0^{\frac{a}{2}} \frac{\rho |J_z|^2}{2} bl dx = \int_0^{\frac{a}{2}} \frac{\rho bl}{2} \left( \frac{\omega|\Phi|}{2l\rho} \right)^2 \left( \frac{\operatorname{sh}^2 \frac{x}{\delta} + \sin^2 \frac{x}{\delta}}{\operatorname{sh}^2 \frac{a}{2\delta} + \sin^2 \frac{a}{2\delta}} \right) dx = \\ &= \frac{\rho bl}{2} \left( \frac{\omega|\Phi|}{2l\rho} \right)^2 \frac{1}{\operatorname{sh}^2 \frac{a}{2\delta} + \sin^2 \frac{a}{2\delta}} \int_0^{\frac{a}{2}} \left( \operatorname{sh}^2 \frac{x}{\delta} + \sin^2 \frac{x}{\delta} \right) dx = \frac{\omega^2 |\Phi|^2 b\delta}{8l\rho} \left( \frac{\operatorname{sh} \frac{a}{\delta} - \sin \frac{a}{\delta}}{\operatorname{ch} \frac{a}{\delta} - \cos \frac{a}{\delta}} \right). \end{aligned} \quad (16)$$

Относительное уменьшение потерь в стали от вихревых токов, вызванное размагничивающим действием этих токов [3], можно представить как

$$k(\xi) = \frac{\delta_{\text{в0}}}{\delta_{\text{в0.i}}} = \frac{3}{\xi} \left( \frac{\operatorname{sh} \xi - \sin \xi}{\operatorname{ch} \xi - \cos \xi} \right), \quad (17)$$

где  $\xi = \frac{a}{\delta}$ .

Таким образом, уменьшение потерь от вихревых токов вследствие их размагничивающего действия является функцией параметра  $\xi$ .

Если магнитный поток, проходящий через лист активной стали, задан, т.е. задана индукция  $B_m$ , то вихревые потери можно представить как

$$\delta_{\text{ао}} = \frac{\omega^2 \hat{A}_\delta^2 a^2 lb \delta}{8\rho} \left( \frac{sh \frac{a}{\delta} - \sin \frac{a}{\delta}}{ch \frac{a}{\delta} - \cos \frac{a}{\delta}} \right). \quad (18)$$

При низких частотах ( $f \leq 50$  Гц) и при условии  $\xi \ll 1$  размагничивающим действием вихревых токов можно пренебречь, тогда удельные вихревые потери

$$p_{\text{ао}} = \frac{\omega^2 B_m^2 a^2 lb}{24\rho}. \quad (19)$$

Вихревые потери в единице объема листа

$$p_{\text{ао}} = \frac{\omega^2 B_m^2 a^2}{24\rho} = \frac{\pi^2 f^2 B_m^2 a^2}{6\rho}. \quad (20)$$

При повышенной частоте и условии  $\xi \gg 1$  размагничивающее действие вихревых токов необходимо учитывать, поэтому

$$p_{\text{ао}} = \frac{\omega^2 B_m^2 a^2 lb \delta}{8\rho} = \frac{\pi^2 f^2 B_m^2 a^2 lb}{2k_R \mu^2 \rho^{\frac{1}{2}}}. \quad (21)$$

Вихревые потери в единице объема при повышенной частоте

$$p_{\text{ао}} = \frac{\pi^2 f^2 B_m^2 a}{2k_R \sqrt{\mu\rho}}. \quad (22)$$

Удельные потери на гистерезис пропорциональны площади петли гистерезиса и обусловлены внутренней структурой ферромагнитного материала. Петля гистерезиса характеризует работу гистерезиса и выражает ее величину. Затраченная работа равна площади петли гистерезиса. Ее величина, выделяющаяся в единице объема за один цикл перемагничивания, равна [7]

$$W_{\text{а}} = \int_V [\oint H dB] dV. \quad (23)$$

Для нахождения площади петли гистерезиса необходимо воспользоваться выражениями для определения индукции и напряженности в крайних точках петли гистерезиса  $B_m$  и  $H_m$

$$B = B_m \sin \varphi, \quad (24)$$

$$H = a_0 H_m + a_1 H_m \cos \varphi + a_2 H_m \cos 2\varphi + \dots + a_n H_m \cos n\varphi, \quad (25)$$

где  $a_0, a_1, \dots, a_n$  — коэффициенты “эллипсоподобной” функции, разложенной в ряд Фурье [11].

Так как индукция изменяется в пределах от  $-B_m$  до  $+B_m$  и возвращается в точку  $-B_m$ , площадь петли можно представить как

$$\begin{aligned} S = \oint H dB &= 2 \int_{-B_m}^{+B_m} H dB = 2 \int_0^\pi \dot{I}_\delta \hat{A}_\delta \sin \varphi (a_0 + a_1 \cos \varphi + a_2 \cos 2\varphi + \dots + a_n \cos n\varphi) d\varphi = \\ &= 2 \dot{I}_\delta \hat{A}_\delta \left( \sum_0^n \frac{2a_n}{1-n^2} \right) = 2 \dot{I}_\delta \hat{A}_\delta S_f, \end{aligned}$$

где  $S_f$  — фактор формы петли гистерезиса.

Между напряженностью и индукцией существует известная зависимость

$$B_m = \mu H_m. \quad (26)$$

Тогда площадь петли гистерезиса

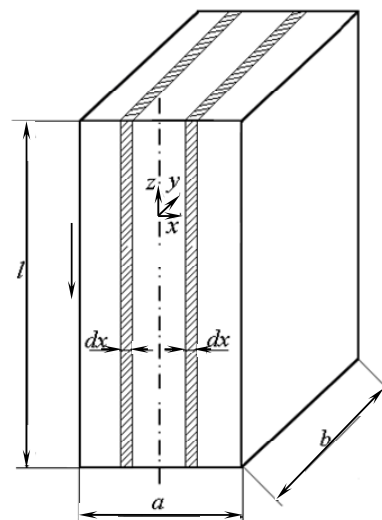


Рис. 2. Элемент электротехнической стали

$$S = \frac{2B_m^2 S_f}{\mu} \quad (27)$$

Магнитная энергия элемента электротехнической стали (см. рисунок 1) может быть представлена как

$$W_{\text{а}} = \frac{4lbS_f}{\mu} \int_0^{\frac{a}{2}} B_m^2(\delta) dx \quad (28)$$

Значение индукции  $B_m(x)$  определяется выражением

$$B_m(x) = \frac{\sqrt{2}|\Phi|}{2l\delta} \left( \frac{\cos^2 \frac{x}{\delta} + \text{sh}^2 \frac{x}{\delta}}{\sin^2 \frac{a}{2\delta} + \text{sh}^2 \frac{a}{2\delta}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (29)$$

Тогда

$$\begin{aligned} W_{\text{r}} &= \frac{4lbS_f}{\mu} \int_0^{\frac{a}{2}} \frac{|\Phi|^2}{2l^2\delta^2} \left( \frac{\cos^2 \frac{x}{\delta} + \text{sh}^2 \frac{x}{\delta}}{\sin^2 \frac{a}{2\delta} + \text{sh}^2 \frac{a}{2\delta}} \right) dx = \\ &= \frac{2bS_f}{\mu} \frac{|\Phi|^2}{l\delta^2} \frac{1}{\sin^2 \frac{a}{2\delta} + \text{sh}^2 \frac{a}{2\delta}} \int_0^{\frac{a}{2}} \left( \cos^2 \frac{x}{\delta} + \text{sh}^2 \frac{x}{\delta} \right) dx = \frac{bS_f}{\mu} \frac{|\Phi|^2}{l\delta} \left( \frac{\text{sh} \frac{a}{\delta} + \sin \frac{a}{\delta}}{\text{ch} \frac{a}{\delta} - \cos \frac{a}{\delta}} \right) \end{aligned} \quad (30)$$

Потери на гистерезис

$$p_{\text{гс}} = fW_{\text{r}} = \frac{fbS_f}{\mu} \frac{|\Phi|^2}{l\delta} \left( \frac{\text{sh} \frac{a}{\delta} + \sin \frac{a}{\delta}}{\text{ch} \frac{a}{\delta} - \cos \frac{a}{\delta}} \right) \quad (31)$$

При низких частотах и при условии  $\xi \ll 1$  потери на гистерезис

$$\delta_{\text{ан}} = \frac{2fb\hat{A}_m^2 la S_f}{\mu} \quad (32)$$

а в единице объема

$$\delta_{\text{ан}} = \frac{2fS_f \hat{A}_m^2}{\mu} \quad (33)$$

При повышенной частоте и условии  $\xi \gg 1$  потери на гистерезис

$$p_{\text{гс}} = \frac{fbB_m^2 la^2 S_f}{\mu\delta} = \frac{\pi^{\frac{1}{2}} f^{\frac{3}{2}} b S_f B_m^2 la^2}{\sqrt{\mu\rho}} \quad (34)$$

Потери в единице объема при повышенной частоте будут равны

$$\delta_{\text{ан}} = \frac{\pi^{\frac{1}{2}} f^{\frac{3}{2}} S_f \hat{A}_m^2 a}{\sqrt{\mu\rho}} \quad (35)$$

Тогда суммарные удельные потери в листе электротехнической стали будут

$$P_{уд} = P_{гс} + P_{вх} \cdot \tag{36}$$

**Пример.** Определить удельные потери в стали 3408, с толщиной листа 0,3 мм, для значения амплитуды магнитной индукции 1,7 Тл, при частотах 50 и 400 Гц и сравнить результаты с данными [5, 12].

Для определения удельных потерь необходимо воспользоваться зависимостями  $B = f(H)$  и  $\mu_0 = f(H)$  для стали 3408 толщиной 0,3 мм [6].

По рис. 3 для заданной индукции 1,7 Тл необходимо определить величину напряженности, которая равна 70,5 А/м. В соответствии с рис. 4 величина относительной магнитной проницаемости  $\mu_0 = 19100$  Гн/м.

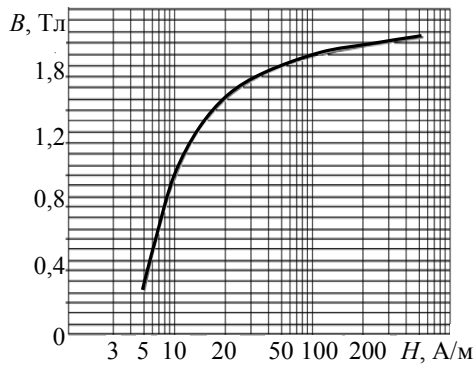


Рис. 3. Кривая намагничивания для стали 3408, толщиной 0,30 мм при частоте 50 Гц

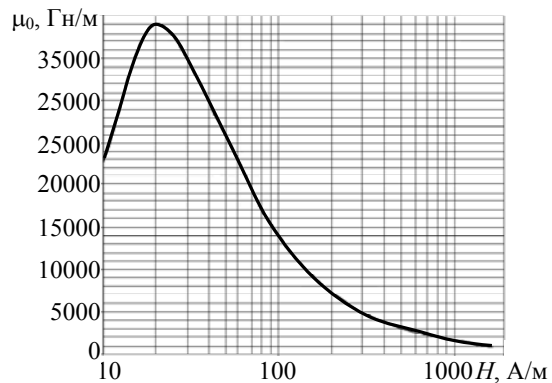


Рис. 4. Относительная магнитная проницаемость для стали 3408, толщиной 0,30 мм при частоте 50 Гц

С учетом  $\mu_0$  для частоты 50 Гц  $\xi = 1,18$ , поэтому расчет составляющих удельных потерь производится по формулам (18) и (31). Для частоты 400 Гц  $\xi = 3,4$ , поэтому составляющие удельных потерь определяются по формулам (21) и (35). Результаты расчета и их сравнение с данными представленными в [5, 13] приведены в таблице.

Полученные в результате расчета значения расходятся с опытными данными менее чем на 5 %, что позволяет применять данный подход на предварительном этапе проектирования трансформаторов.

Хотя магнитные свойства холоднокатаной электротехнической стали постоянно улучшаются, сталь остается весьма чувствительной ко всякого рода механическим воздействиям, которые легко нарушают ориентацию кристаллов, при этом удельные потери и удельная намагничивающая мощность существенно увеличиваются.

*Сравнительные данные удельных потерь в стали 3408 толщиной 0,3 мм при различных частотах*

Составляющие потерь	50 Гц		400 Гц	
	результаты расчета	данные [13]	результаты расчета	данные [5]
$p_{вх}$ , Вт/кг	0,227	0,31	25,97	25,679
$p_{гс}$ , Вт/кг	0,991	0,89	6,32	7,206
$p_{уд}$ , Вт/кг	1,218	1,20	32,34	32,885

При резке пластин, особенно при затупившейся режущей части или плохо отлаженных ножницах, по кромкам пластин образуются заусенцы. Если их размеры превышают допустимые (5 мкм), то они, перекрывая листы или нарушая изоляцию соседней пластины, образуют местные контуры для протекания токов, которые могут вызвать значительные местные нагревы при работе трансформатора, а также обуславливают дополнительные потери в стали.

В результате действия указанных причин удельные потери в активной стали изготовленной МС, как правило, несколько выше, чем у исходного материала. Коэффициент увеличения потерь является одним из важнейших показателей конструкторского и технологического уровня производства трансформаторов и составляет  $1,15 \dots 1,2$ .

Поэтому удельные потери в МС будут составлять

$$P_{уд.мс} = (1,15 \dots 1,2) P_{уд}. \quad (37)$$

При производстве МС необходимо стремиться к достижению минимальной величины этого коэффициента [1].

Таким образом, представленный подход позволяет с достаточной степенью точности определить гистерезисную и вихревую составляющие удельных потерь для различных толщин и марок электротехнической стали с учетом изменения частоты и влияния вихревого тока при минимуме исходных данных.

### Литература

1. Силовые трансформаторы: справоч. кн. / Под ред. С.Д. Лизунова, А.К. Лоханина. — М.: Энергоиздат, 2004. — С. 114 — 115
2. Пуйло, Г.В. Современные тенденции совершенствования силовых трансформаторов / Г.В. Пуйло, И.С.Кузьменко, В.В.Тонгалюк // Электротехника та електромеханіка. — 2008. — № 2. — С. 48 — 52.
3. Васютинский, С.Б. Вопросы теории и расчета трансформаторов / С.Б. Васютинский. — Л.: Энергия, 1970. — 432 с.
4. Лейтес, Л.В. Электромагнитные расчеты трансформаторов и реакторов / Л.В. Лейтес. — М.: Энергия, 1981. — 392 с.
5. Пентегов, И.В. Метод определения потерь в стали трансформатора, ориентированный на использование в САПР / И.В. Пентегов, С.В. Рымар // Техн. электродинамика. — 1995. — № 6. — С. 35 — 40.
6. Прокат холоднокатаной тонколистовой электротехнической стали [Электронный ресурс] Каталог продукции / ОАО "Новолипец. Металлург. комбинат" // <http://www.nlmk.ru>. — 14.04.2010.
7. Дружинин, В.В. Магнитные свойства электротехнической стали / В.В. Дружинин. — М.: Энергия, 1974. — 240 с.
8. Barranger, J. Hysteresis and eddy-current losses of a transformer lamination viewed as an application of the pointing theorem [Электронный ресурс] / J. Barranger. — Washington: NASA Technical note, November 1965. — [ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.../19660001049\\_1966001049.pdf](http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.../19660001049_1966001049.pdf). — 20.03.2010.
9. Шуйский, В.П. Расчет электрических машин / В.П. Шуйский. — М.: Энергия, 1968. — 732 с.
10. Пентегов И.В. Расчет удельных потерь в ферромагнитных материалах при повышенных частотах с учетом нелинейности магнитных характеристик среды / И.В.Пентегов, С.В.Рымар // Электротехніка і Електромеханіка. — 2008. — № 2. — С. 64 — 67.
11. Король, Е.Г. Метод определения параметров петли гистерезиса по экспериментальным данным / Е.Г. Король, В.С. Лупиков // Электротехніка і електромеханіка. — 2008. — № 6. — С.48 — 52.
12. Казаджан, Л.Б. Магнитные свойства электротехнических сталей и сплавов / Л.Б. Казаджан; Под ред. В.Д. Дурнева. — М.: Наука и технологии, 2000. — 224 с.

Рецензент д-р техн. наук, проф. Одес. нац. политехн. ун-та Рымша В.В.

Поступила в редакцию 11 июня 2010 г.