УДК 614.84

А.С. Кирилюк, к.т.н., доцент, НУГЗУ,
О.В. Кулаков, к.т.н., доцент, зам. нач. каф., НУГЗУ,
А.Н. Катунин, к.т.н., с.н.с., НУГЗУ

РАСЧЕТ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ПОЖАРОБЕЗОПАСНОГО ОСТАТОЧНОГО РЕСУРСА КАБЕЛЬНЫХ ЛИНИЙ ПРИ ОПРЕДЕЛЕННЫХ ЗАКОНАХ РАСПРЕДЕЛЕНИИ НАРАБОТКИ

(представлено д-ром техн. наук Прохачем Э.Е.)

Предложены математические модели, позволяющие рассчитывать показатели пожаробезопасного остаточного ресурса (ПОР) для кабельных линий (КЛ) со случайной величиной расходуемого ресурса за заданную календарную продолжительность эксплуатации изделия. При проведении расчетов предполагается, что наработка до ресурсного отказа распределена по закону Вейбулла, а суммарная наработка – по нормальному закону.

Ключевые слова: закон распределения, ресурс, кабельное изделие.

Постановка проблемы. В современных условиях актуальным является совершенствование системы технического обслуживания и ремонта КЛ, в составе которых эксплуатируются кабельные изделия (КИ), с целью обеспечения заданного уровня надежности их работы и снижения затрат на поддержание работоспособного состояния. Одним из путей решения этой задачи является разработка и внедрение технического обслуживания и ремонта КЛ по фактическому состоянию. Для этого необходимо решить задачу оценки показателей ПОР конкретной КЛ по эксплуатационным данным.

Анализ последних достижений и публикаций. В работе [1] получены расчетные соотношения показателей ПОР в общем виде и сделан вывод о том, что расчеты показателей ПОР конкретной КЛ необходимо проводить для календарных продолжительностей эксплуатации изделия и соответствующих им законам распределения суммарной наработки КЛ. На примере экспоненциального закона распределения наработки до ресурсного отказа сделан вывод о том, что в этом случае показатели ПОР для КЛ не зависят от типа закона распределения суммарной наработки КЛ.

В работе [2] получены расчетные соотношения показателей ПОР для КЛ при распределении наработки до ресурсного отказа по закону Вейбулла, при этом суммарная наработка распределена по равномерному закону.

Постановка задачи и ее решение. Получим расчетные соотношения показателей ПОР КЛ в предположении, что суммарная наработка распределена по нормальному закону.

Пусть наработка до ресурсного отказа распределена по закону Вейбулла, т.е. т.е. $\xi \sim W(\theta, \beta)$, где $\theta > 0$ и $\beta > 0$ – параметры закона; суммарная наработка $r(\tau)$ – по нормальному закону, т.е. $r(\tau) \sim N(\mu_2(\tau), \sigma_2^2(\tau))$. Подставим в формулы (4), (5), выведенные в работе [1], $\overline{F}(x) = e^{-\left(\frac{x}{\theta}\right)^{\beta}}$ и $g(x, \tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2(\tau)} \cdot \frac{(x - \mu_2(\tau))^2}{2\sigma_2^2(\tau)}$. Тогда получим

$$P\{\xi > r(\tau)\} = \frac{e^{-\frac{\mu_2^2(\tau)}{2\sigma_2^2(\tau)}}}{\sqrt{2\pi}\sigma_2(\tau)} \int_0^{\infty} e^{-\left[\left(\frac{x}{\theta}\right)^{\beta} + \frac{x^2+2x\mu_2(\tau)}{2\sigma_2^2(\tau)}\right]} dx; \qquad (1)$$

$$P\{\xi > r(\tau)+t\} = \frac{e^{-\frac{\mu_2^2(\tau)}{2\sigma_2^2(\tau)}}}{\sqrt{2\pi}\sigma_2(\tau)} \int_0^{\infty} e^{-\left[\left(\frac{x+t}{\theta}\right)^{\beta} + \frac{x^2+2x\mu_2(\tau)}{2\sigma_2^2(\tau)}\right]} dx. \qquad (2)$$

Подставляя формулы (1), (2) в формулу (3) из [1], получим расчетное соотношение

$$P\{\xi N(\mu_2(\tau), \sigma_2^2(\tau)) > t\} = \frac{\int_0^{\infty} e^{-\left[\left(\frac{x+t}{\theta}\right)^{\beta} + \frac{x^2+2x\mu_2(\tau)}{2\sigma_2^2(\tau)}\right]} dx}{\int_0^{\infty} e^{-\left[\left(\frac{x}{\theta}\right)^{\beta} + \frac{x^2+2x\mu_2(\tau)}{2\sigma_2^2(\tau)}\right]} dx}. \qquad (3)$$

Подставив формулы (1), (2) в выражения (5), (6) из [1] получим выражения для среднего остаточного ресурса и гамма-процентного остаточного ресурса

$$T_{op}\left(N(\mu_2(\tau), \sigma_2^2(\tau))\right) = \left[\int_0^{\infty} e^{-\left[\left(\frac{x}{\theta}\right)^{\beta} + \frac{x^2+2x\mu_2(\tau)}{2\sigma_2^2(\tau)}\right]} dx\right]^{-1} \int_0^{\infty}\int_0^{\infty} e^{-\left[\left(\frac{x+t}{\theta}\right)^{\beta} + \frac{x^2+2x\mu_2(\tau)}{2\sigma_2^2(\tau)}\right]} dxdt. \qquad (4)$$

$$\int_0^{\infty} e^{\left[-\left(\frac{x+T_{op\gamma}(R(N(\mu_2(\tau),\sigma_2^2(\tau)))}{\theta}\right)^{\beta} + \frac{x^2+2x\mu_2(\tau)}{2\sigma_2^2(\tau)}\right]} dx = 0{,}01\gamma \int_0^{\infty} e^{-\left[\left(\frac{x}{\theta}\right)^{\beta} + \frac{x^2+2x\mu_2(\tau)}{2\sigma_2^2(\tau)}\right]} dx . \qquad (5)$$

Вычисление интегралов в соотношениях (4), (5) целесообразно производить методами численного интегрирования.

Для примера получим расчетные соотношения показателей ПОР. для частного случая β=2. Для вычисления показателей ПОР $P\{\xi N(\mu_2(\tau),\sigma_2^2(\tau)) > t\}$, $\grave{O}_{\hat{\imath}\eth}\left(N(\mu_2(\tau),\sigma_2^2(\tau))\right)$, $\grave{O}_{\hat{\imath}\eth\,\gamma}\left(N(\mu_2(\tau),\sigma_2^2(\tau))\right)$ по формулам (3), (4), (5) необходимо вычислить интеграл $\int\limits_0^\infty e^{-\left[\left(\frac{x+t}{\theta}\right)^2+\frac{x^2+2x\mu_2(\tau)}{2\sigma_2^2(\tau)}\right]}dx$. После преобразований получим

$$\int\limits_0^\infty e^{-\left[\left(\frac{x+t}{\theta}\right)^2+\frac{x^2+2x\mu_2(\tau)}{2\sigma_2^2(\tau)}\right]}dx = e^{-\frac{t^2}{\theta^2}}\int\limits_0^\infty e^{-\left[\frac{x^2\left(\theta^2+2\sigma_2^2(\tau)\right)}{2\sigma_2^2(\tau)\theta^2}+\frac{x\left(\mu_2(\tau)\theta^2+2\sigma_2^2(\tau)\right)}{\sigma_2^2(\tau)\theta^2}\right]}dx. \quad (6)$$

Так как ([3])

$$\int\limits_0^\infty e^{-Px^2-gx}dx = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{P}}\exp\left(\frac{g^2}{4P}\right)\Phi_2\left(\frac{g}{2\sqrt{P}}\right), \quad (7)$$

где $\Phi_2(u) = 1-\Phi_1(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int\limits_u^\infty e^{-z^2}dz$ – дополнительный интеграл вероятности, то выражение (6) запишем в виде

$$\int\limits_0^\infty e^{-\left[\left(\frac{x+t}{\theta}\right)^2+\frac{x^2+2x\mu_2(\tau)}{2\sigma_2^2(\tau)}\right]}dx = e^{-\frac{t^2}{\theta^2}}\cdot\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{P(\tau)}}\exp\left(\frac{g_1^2(\tau)}{4P(\tau)}\right)\Phi_2\left(\frac{g_1(t,\tau)}{2\sqrt{P(\tau)}}\right), \quad (8)$$

где $P(\tau) = \frac{2\sigma_2^2(\tau)+\theta^2}{2\sigma_2^2(\tau)}$; $g_1(t,\tau) = \frac{2\sigma_2^2(\tau)t-\mu_2(\tau)\theta^2}{\sigma_2^2(\tau)\theta^2}$.

Подставим в (8) t = 0, в результате получим:

$$\int\limits_0^\infty e^{-\left[\left(\frac{x}{\theta}\right)^2+\frac{x^2+2x\mu_2(\tau)}{2\sigma_2^2(\tau)}\right]}dx = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{P(\tau)}}\exp\left(\frac{g_2^2(\tau)}{4P(\tau)}\right)\Phi_2\left(\frac{g_2(\tau)}{2\sqrt{P(\tau)}}\right), \quad (9)$$

где $g_2(\tau) = -\frac{\mu_2(\tau)}{\sigma_2^2(\tau)}$.

Подставляя (8) и (9) в (3) получим расчетное соотношение

$$P\left\{\xi N(\mu_2(\tau),\sigma_2^2(\tau)) > t\right\} = e^{-\frac{t^2}{\theta^2}} \cdot e^{\frac{g_1^2(t,\tau)-g_2^2(\tau)}{4P(\tau)}} \cdot \frac{\Phi_2\left(\frac{g_1(t,\tau)}{2\sqrt{P(\tau)}}\right)}{\Phi_2\left(\frac{g_2(\tau)}{2\sqrt{P(\tau)}}\right)}. \tag{10}$$

Подставляя в (10) $t = \grave{O}_{\hat{\imath}\eth\gamma} N(\mu_2(\tau),\sigma_2^2(\tau))$ получим уравнение для нахождения гамма-процентного ПОР

$$e^{\frac{-\grave{O}_{\hat{\imath}\eth\gamma}^2\left(N(\mu_2(\tau),\sigma_2^2(\tau))\right)}{\theta^2}} \cdot e^{\frac{g_1^2\left(\grave{O}_{\hat{\imath}\eth\gamma}\left(N(\mu_2(\tau),\sigma_2^2(\tau)),\tau\right)\right)}{4P(\tau)}} \cdot \hat{O}_2\left(\frac{g_1\left(\grave{O}_{\hat{\imath}\eth\gamma}\left(N(\mu_2(\tau),\sigma_2^2(\tau)),\tau\right)\right)}{2\sqrt{P(\tau)}}\right) =$$

$$= 0{,}01\gamma e\left(\frac{g_2^2}{4P(\tau)}\right) \cdot \hat{O}_2\left(\frac{g_2}{2\sqrt{P(\tau)}}\right). \tag{11}$$

Нелинейное уравнение (11) можно решить относительно $T_{ор\gamma}$, применяя известные методы, например графический, хорд и др.

Средний ПОР найдем по формуле (4), подставив в нее (8), (9):

$$\grave{O}_{\hat{\imath}\eth}\left(N(\mu_2(\tau),\sigma_2^2(\tau))\right) = \left[\exp\left(\frac{g_2^2(\tau)}{4P(\tau)}\right)\hat{O}_2\left(\frac{g_2(\tau)}{2\sqrt{P(\tau)}}\right)\right]^{-1} \int_0^\infty e^{-\frac{t^2}{\theta^2}} \times$$

$$\times \exp\frac{g_1^2(t,\tau)}{4P(\tau)}\hat{O}_2\left(\frac{g_1(t,\tau)}{2\sqrt{P(\tau)}}\right)dt. \tag{12}$$

Значение интеграла в выражении (12) целесообразно находить численными методами.

Выводы. Предложенные математические модели позволяют проводить расчеты показателей ПОР для конкретных КЛ со случайной величиной расходуемого ресурса за заданную календарную продолжительность эксплуатации изделия, в том числе и за назначенный срок службы изделия. Для проведения таких расчетов должны быть известны законы распределения наработки до ресурсного отказа и суммарной наработки КЛ к назначенному сроку службы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кирилюк А.С. Математические модели для расчета показателей пожаробезопасного остаточного ресурса кабельних линий/ А.С. Кирилюк, О.В. Кулаков // Проблемы пожарной безопасности: Сб. науч. тр. НУГЗ Украины. – 2013. – Вып. 33. – С. 69-74.

2. Кирилюк А.С. Расчет показателей пожаробезопасного остаточного ресурса кабельных линий при разных законах распределения наработки/ А.С. Кирилюк, О.В. Кулаков, А.Н. Катунин // Проблемы пожарной безопасности: Сб. науч. тр. НУГЗ Украины. – 2013. – Вып. 34. – С.78-82.

3. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров: Пер. с англ. – М.: Наука, 1970. – 720с.

А.С. Кирилюк, О.В. Кулаков, А.Н. Катунин

Розрахунок показників пожежонебезпечного залишкового ресурсу кабельних ліній при визначених законах розподілення наробітку

Запропоновані математичні моделі, що дозволяють проводити розрахунки показників пожежонебезпечного залишкового ресурсу для кабельних ліній з випадковою величиною ресурсу, що витрачається, за задану календарну тривалість експлуатації виробу. При проведенні розрахунків вважається, що наробіток до ресурсної відмови розподілено за законом Вейбулла, а сумарний наробіток – по нормальному закону.

Ключові слова: закон розподілу, ресурс, кабельний виріб.

A.C. Kirilyuk, O.V. Kulakov, A.M. Katunin

Computation of indexes of fire-safety remaining resource of cable lines at definite laws of distributing

The offered mathematical models, that allow to conduct computations of indexes of fire-safety remaining resource for cable busses with the accidental size of resource, that is expended, for the set calendar duration of exploitation of good. It is considered during conducting of computations, that law of distributing of work to the resource refusal it is distributed by low of Veyboulla, and total law of distributing of work – on a normal law.

Keywords: law of distributing, resource, cable.