УДК 519.8 doi: 10.15421/321722

О.М. Притоманова, С.В. Журавель
Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

ЗАСТОСУВАННЯ *r*-АЛГОРИТМУ ДО ОПТИМІЗАЦІЇ ПАРАМЕТРІВ НЕЧІТКОЇ МОДЕЛІ

Розглядається застосування методу мінімізації з розтягуванням простору в напрямку різниці двох послідовних узагальнених антиградієнтів (*r*-алгоритм Н.З. Шора) до оптимізації параметрів нечіткої моделі. Запропонований підхід програмно реалізовано, протестовано на модельних задачах та наведено приклад його застосування до оптимізації параметрів нечіткої моделі аналізу ефективності управління проектами.

Рассматривается применение метода минимизации с растяжением пространства в направлении разности двух последовательных обобщенных антиградиентов (*r*-алгоритма Н.З. Шора) к оптимизации параметров нечеткой модели. Предложенный подход программно реализован, протестирован на модельных задачах и приведен пример его применения к оптимизации параметров нечеткой модели анализа эффективности управления проектами.

The authors have substantiated the methodological approach and have built a mathematical model based on neuro-fuzzy technology for evaluation of problem loan. The proposed neuro- fuzzy model provides high adequacy for the relatively small sampling based on expert linguistic assessments or which have inaccurate, incomplete or uncertain input data.

Ключові слова: нечітка модель, нейронечіткі технології, недиференційовна оптимізація, *r*-алгоритм.

Вступ. В останні роки продовжує зростати кількість наукових публікацій, присвячених теоретичним та практичним аспектам використання нейронечітких технологій у моделюванні складних процесів та систем, що свідчить про ефективність застосування цього підходу. Нейронечіткі технології відносять до сучасних технологій, які об'єднані в англомовній літературі під назвою Computational Intelligence (Обчислювальні технології). Їх можна вважати сучасним відгалуженням інформатики (Computer Science), пов'язаними з штучним інтелектом (Artificial Intelligence), хоча і принципово відмінним від класичного підходу [12].

В основі нейронечітких технологій лежить сполучення двох принципово різних математичних конструкцій: нейронних мереж [7] і нечіткої логіки [9]. Теорію нечітких множин було створено більш ніж 50 років тому. Початком практичного застосування теорії нечітких множин вважають 1975 рік, коли Е. Мамдані побудував перший нечіткий контролер [10]. У 1992 р. В. Коско була доведена теорема про нечітку апроксимацію, відповідно до якої будьяка математична система може бути апроксимована системою з нечіткою логікою [11]. Сьогодні відбувається все більш широке застосування нового класу моделей і методів моделювання складних систем, заснованих на принципах теорії нечітких множин та нейронних мереж. У технології нечітких нейронних мереж виведення отримують на основі апарату нечіткої логіки, але відповідні функції належності налаштовуються з використанням методів навчання нейронних мереж.

За характером навчання виділяють такі типи нейронечітких мереж: самоналагоджувані нейронечіткі мережі, адаптивні нейронечіткі мережі. Адаптивні нейронечіткі мережі за видом методу оптимізації поділяють на такі, що використовують детерміновані методи типу градієнтного пошуку, та такі, що використовують стохастичні методи, зокрема еволюційні. Адаптивні нейронечіткі мережі за типом параметрів адаптації поділяють на мережі з адаптацією параметрів функцій належності, мережі з адаптацією ваг правил та мережі з адаптацією параметрів оператора агрегації.

Під налаштуванням нечіткої моделі будемо розуміти, головним чином, процес визначення параметрів функції належності вхідних і вихідних значень з метою мінімізації помилки моделі щодо модельованої системи, яка задається на основі використовуваного методу оцінки помилки (середньої квадратичної, середньої абсолютної або максимальної помилки). Для налаштування моделі, тобто оптимізації її параметрів, найчастіше застосовуються наступні методи:

– методи, засновані на використанні нейронечітких мереж;
– пошукові методи;
– методи. засновані на кластеризації;
– методи, які використовують звичайні (не нечіткі) нейронні мережі;
– евристичні методи.

Однак, параметрична оптимізація, заснована на градієнтному підході, не може бути застосована для недиференційовних функцій, тому деякі автори доцільним вважають рішення на основі генетичного підходу, але його реалізація призводить до великих обчислювальних витрат.

Мета дослідження. Для подолання зазначених недоліків в роботі пропонується для оптімізації параметрів нечіткої моделі застосуваті сучасний метод недіференційовної оптімізації – r-алгоритм Н.З. Шора.

Постановка задачі. Побудова математичної моделі ідентифікації на основі нейронечітких технологій складається з двох етапів: побудови нечіткої моделі ідентифікації за наявними експертно-експериментальними даними і налаштування її параметрів з метою мінімізації відхилення між результатами моделювання та експериментальними даними.

Перейдемо до опису першого етапу побудови нечіткої моделі ідентифікації та почнемо з розгляду функціональної залежності виходу y від входів $x_1, x_2, \dots, x_n$ процесу або об'єкта ідентифікації у вигляді

$$y = f\left(x_1, x_2, ..., x_n\right), \qquad (11)$$

де y – вихідна змінна, $x_1, x_2, ..., x_n$ – вхідні змінні. Позначимо $X = (x_1, x_2, ..., x_n)$ - вектор вхідних змінних. Для задачі ідентифікації вважаються відомими області визначення входів і область зміни виходу об'єкта та експертно-експериментальна інформація про об'єкт у вигляді M пар даних про входи та виходи об'єкта $\left\{ X^{(m)}{}_{\exp}, y^{(m)}{}_{\exp} \right\}$, де $X^{(m)}{}_{\exp} = \left\{ x^{(m)}{}_{1\exp}, x^{(m)}{}_{2\exp}, ..., x^{(m)}{}_{n\exp} \right\}$ - вхідний вектор у m-й парі, $m = \overline{1, M}$.

Для знаходження залежності (1) у явному вигляді будемо розглядати вхідні змінні та вихідну змінну як лінгвістичні змінні, задані на відповідних універсальних множинах [3].

В даній залежності (1) для оцінки лінгвістичних змінних y та x_i, $i = 1, \ldots, n$, будемо використовувати терми з таких терм-множин:

– $D = \left\{ D_k \right\}$ - терм-множина змінної y, де D_k – k-й лінгвістичний терм або k-та бальна оцінка змінної y, $k = 1, 2, \ldots, L$; L – кількість різних класів виходу y;

– $A_i = \left\{ A_{ij} \right\}$ - терм-множина змінної x_i, де A_{ij} – j-й лінгвістичний терм або j-та бальна оцінка змінної x_i, $i = 1, 2, \ldots, n$, $j = 1, 2, \ldots, p_i$; p_i - кількість термів у терм-множині змінної x_i. Причому, у загальному випадку, $p_1 \neq p_2 \neq \ldots \neq p_n$.

У роботі [3] наведено процес побудови нечіткої моделі об’єкта (1) у вигляді розрахункових співвідношень (2), (3) та (4), структура якої відповідає нечіткій базі знань про об’єкт (1) та грубо описує шукану залежність:

$$\mu_{D_k^*}(y) = \min\{1, \sum_{X \in U} (\mu_{A_k}(X^*)\} = \min\{1, \sum_{j=1}^{s_k} w_k^j \prod_{i=1}^{n} \mu_{A_{ki}^j}(x_i^*)\}, \tag{2}$$

де $\mu_{D_k}(y)$ – функція належності вихідної змінної y до класу D_k з терм-множини D; $\mu_{ki}^j(x_i)$ – функція належності змінної x_i терму A_{ki}^j з терм-множини A_i, яку будемо задавати у вигляді

$$\mu_{A_{ki}^j}(x_i) = \frac{1}{1 + \left(\frac{x_i - b_{ki}^j}{c_{ki}^j} \right)^2}, \tag{3}$$

де b_{ki}^j, c_{ki}^j – параметри налаштування функції належності змінної x_i, $i = 1, \ldots, n$; $j = 1, 2, \ldots, s_k$; $k = 1, 2, \ldots, L$;

$$y = \frac{\sum_{k=1}^{L} d_k \cdot \mu_{D_k}(y)}{\sum_{k=1}^{L} \mu_{D_k}(y)}. \tag{4}$$

Запишемо побудовану нечітку модель у вигляді

$$y = F(X, B, C, W), \tag{5}$$

де X – вхідний вектор; $W=\left\{w_{kj}\right\}$ – набор вагових коефіцієнтів правил; $B=\left\{b_{ki}^{j}\right\}, C=\left\{c_{ki}^{j}\right\}$ – набори параметрів налаштування функцій належності (3); i – номер вхідної змінної, $i=1,...,n$; j – номер лінгвістичного терму для класу k, $j=1,...,s_k$, $k=1,...,L$; F – оператор зв'язку входи-вихід, який включає наведенні перетворення.

Якщо побудована модель (5) недостатньо точно описує модельований об'єкт або процес, то необхідно налаштувати її, тобто знайти такі параметри *B, C, W*, які мінімізують відхилення між модельними (теоретичними, отриманими за моделлю (5) результатами) і експериментальними даними.

Перейдемо до другого етапу - налаштування нечіткої моделі. Тоді в термінах математичного програмування задача налаштування нечіткої моделі може бути сформульована таким чином: знайти вектор (*B,C,W*), який забезпечує

$$\left\|F\left(X,B,C,W\right)-y_{\exp}\right\| \to \min_{W,B,C}. \tag{6}$$

Метод розв'язання. Позначимо вектор $(B,C,W)=\psi$ та запишемо задачу оптимізації (6) у вигляді:

$$\varphi(\psi) \to \min_{\psi}, \tag{7}$$

де $\varphi(\psi)=\left\|y-y_{\exp}\right\|$, y – результати, які розраховані за моделлю (5), $y_{\exp}$ – експериментальні данні.

Тут норма $\|\cdot\|$ визначається як одна з метрик

$$\left\|y-y_{\exp}\right\|_2=\sqrt{\sum_{m=1}^{M}\left(y^{(m)}-y^{(m)}{}_{\exp}\right)^2} \text{ – евклідова,} \tag{8}$$

$$\left\|y-y_{\exp}\right\|_1=\sum_{m=1}^{M}\left|y^{(m)}-y^{(m)}{}_{\exp}\right| \text{ – манхеттенська,} \tag{9}$$

$$\left\|y-y_{\exp}\right\|_0=\max{}_{m=1,...,M}\left\{\left|y^{(m)}-y^{(m)}{}_{\exp}\right|\right\} \text{ – Чебишева.} \tag{10}$$

Зауважимо, що найбільш часто в задачах налаштування використовується критерій, відповідний евклідової метриці (8), і, як правило, для розв'язання задачі (5) з цільовою функцією (7) застосовують класичні градієнтні методи. Однак, ці методи мають такі недоліки:

– вимагають неперервної диференційованості функції, що мінімізується;

– погано працюють (повільно збігаються або зациклюються на околі точок мінімуму) в разі сильно витягнутих ярів цільових функцій.

Для розв'язання задачі оптимізації (7) будемо застосовувати метод мінімізації з розтягуванням простору в напрямку різниці двох послідовних узагальнених антіградієнтів (*r*-алгоритм Н.З.Шора) [6]. Перевага r-алгоритму Н.З.Шора, крім того, що він добре працює в задачах оптимізації великих розмірностей для гладких ярів функцій з сильно витягнутими лініями рівня, полягає в тому, що він може застосовуватися і для негладких цільових функцій типу (9), (10). Це особливо суттєво, оскільки при заміні операції максимуму на додавання з обрізанням значень, що перевищують одиницю, як у формулі (2), а також при використанні трикутних і трапецеїдальних функцій належності, ми приходимо до негладких функцій.

У цих випадках застосування класичних градієнтних методів, що вимагають гладкість функцій, може викликати проблеми з точки зору збіжності цих методів.

Для розв'язання задачі (7) наведемо один з варіантів *r*-алгоритму Шора в *H*-формі [2], де H – матриця розтягування простору з коефіцієнтом α (його доцільно брати рівним 3) в напрямку різниці двох послідовних узагальнених антиградієнтів.

Алгоритм.

Попередній етап. Обираємо $\psi^{(0)}$ – початкове довільне наближення до точки мінімуму. Обчислюємо значення узагальненого градієнта $g^{\varphi}(\psi)$ функції $\varphi(\psi)$ в точці $\psi=\psi^{(0)}$. Задаємо $H_0=I_n$ (одинична матриця) та параметри $\alpha>1,\ k=0$.

Крок 1. Нехай на *k*-ій ітерації $\psi^{(k)}$ - поточна точка; $g^{\varphi}\left(\psi^{(k)}\right)$ - довільний узагальнений градієнт функції $\varphi(\psi)$ в точці $\psi=\psi^{(k)}$; $\alpha_k=\alpha,\ \ \forall k.$

Крок 2. Визначаємо наступне наближення $\psi^{(k+1)}$ за формулою

$$\psi^{(k+1)}=\psi^{(k)}-h_k\frac{H_k g^{\varphi}\left(\psi^{(k)}\right)}{\sqrt{\left(H_k g^{\varphi}\left(\psi^{(k)}\right),g^{\varphi}\left(\psi^{(k)}\right)\right)}},$$

де кроковий множник $h_k\geq 0$ вибираємо з умови мінімуму функції у напрямку $p_k=-H_k g^{\varphi}(\psi^{(k)})$.

Крок 3. Обчислюємо $g^{\varphi}\left(\psi^{(k+1)}\right)$ - узагальнений градієнт функції $\varphi(\psi)$ в точці $\psi^{(k+1)}$. Нехай $\Delta_k = g^{\varphi}\left(\psi^{(k+1)}\right) - g^{\varphi}\left(\psi^{(k)}\right)$.

Крок 4. Обчислюємо матрицю $H_{k+1} = H_k + \left(\frac{1}{\alpha^2}-1\right)\frac{H_k\Delta_k\Delta_k^T H_k}{\left(H_k\Delta_k,\Delta_k\right)}$.

Якщо через округлення обчислень H_{k+1} перестає бути додатньо визначеною, замінюємо її одиничною матрицею.

Крок 5. Якщо умова, що хоча б один з критеріїв закінчення ітераційного процесу $\left\|g^{\varphi}(\psi^{(k+1)})\right\|<\varepsilon$ або $\left\|\psi^{(k+1)}-\psi^{(k)}\right\|\leq\varepsilon,\quad \varepsilon>0$ виконується, то процес обчислень закінчується. Інакше $k=k+1$ та переходимо на крок 2.

Вважаємо $\psi_*=\psi^{(l)}$, де l - номер ітерації, на якій виповнилася умова з кроку 5.

Алгоритм описаний.

Для того, щоб скористатися *r*-алгоритмом, необхідно побудувати градієнт функції (7), що мінімізується. З цією метою знайдемо її похідні.

$$\frac{\partial F}{\partial w_{jk}}=\frac{1}{|D|\sqrt{\sum_{l=0}^{L-1}(y_l-\hat{y}_l)^2}}(y_l-\hat{y}_l)\frac{\partial y_k}{\partial w_{jk}}$$

$$\frac{\partial F}{\partial b_{ij}}=\frac{1}{|D|\sqrt{\sum_{l=0}^{L-1}(y_l-\hat{y}_l)^2}}\sum_{l=0}^{L-1}\left(y_l-\hat{y}_l\right)\frac{\partial y_l}{\partial b_{ij}},$$

$$\frac{\partial F}{\partial c_{ij}}=\frac{1}{|D|\sqrt{\sum_{l=0}^{L-1}(y_l-\hat{y}_l)^2}}\sum_{l=0}^{L-1}\left(y_l-\hat{y}_l\right)\frac{\partial y_l}{\partial c_{ij}}$$

$$\frac{\partial y_k}{\partial w_{jk}}=\frac{d_k\frac{\partial \mu_k(y)}{\partial w_{kj}}\sum_{k=1}^{K}\mu_k(y)-\frac{\partial \mu_k(y)}{\partial w_{kj}}\sum_{k=1}^{K}d_k\mu_k(y)}{\left(\sum_{k=1}^{K}\mu_k(y)\right)^2},$$

$$\frac{\partial y_l}{\partial b_{ij}}=\frac{\sum_{k=1}^{K}\frac{\partial \mu_k(y)}{\partial b_{ij}}d_k\sum_{k=1}^{K}\mu(y)-\sum_{k=1}^{K}\frac{\partial \mu_k(y)}{\partial b_{ij}}\sum_{k=1}^{K}\mu_k(y)d_k}{\left(\sum_{k=1}^{K}\mu_k(y)\right)^2},$$

$$\frac{\partial y_l}{\partial c_{ij}}=\frac{\sum_{k=1}^{K}\frac{\partial \mu_k(y)}{\partial c_{ij}}d_k\sum_{k=1}^{K}\mu(y)-\sum_{k=1}^{K}\frac{\partial \mu_k(y_k)}{\partial c_{ij}}\sum_{k=1}^{K}\mu_k(y)d_k}{\left(\sum_{k=1}^{K}\mu_k(y)\right)^2},$$

$$\frac{\partial \mu_k(y)}{\partial w_{jk}}=\prod_{i=1}^{n}\mu_{jk}^{i}(x_i),\qquad \frac{\partial \mu_k(y)}{\partial b_{ij}}=\sum_{j=1..s_k}w_{jk}\prod_{\substack{i=1\\ j'\neq j}}^{n}\mu_{j'k}^{i}(x_i)\frac{\partial \mu_{jk}^{i}(x_i)}{\partial b_{ij}},$$

$$\frac{\partial \mu_k(y)}{\partial c_{ij}}=\sum_{j=1..s_k}w_{jk}\prod_{\substack{i=1\\ j'\neq j}}^{n}\mu_{j'k}^{i}(x_i)\frac{\partial \mu_{jk}^{i}(x_i)}{\partial c_{ij}},$$

$$\frac{\partial \mu_{ij}(x_i)}{\partial b_{ij}}=\frac{2(x_i-b_{ij})}{\left(c_{ij}^2+(b_{ij}-x_i)^2\right)^2},\qquad \frac{\partial \mu_{ij}(x_i)}{\partial b_{ij}}=\frac{2(b_{ij}-x_i)^2}{c_{ij}^2\left(c_{ij}^2-(b_{ij}-x_i)^2\right)^2}.$$

Аналіз отриманих результатів. Перейдемо до побудови математичної моделі для оцінки інвестиційної привабливості стартапу із застосуванням описаного нейронечіткого підходу.

У табл. 1 наведені значення і зміст факторів, що впливають на інвестиційну привабливість старапів, описані лінгвістично експертами, які займаються інвестуванням і формуванням рейтингів стартапів. Модель залежності інвестиційної привабливості стартапу від факторів-показників *x1, ..., x6* розглянемо у вигляді

$$y = f\left(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\right). \qquad (11)$$

Вихідні дані для моделювання, які були взяті з [5] для 24-х стартапів, представлені в табл. 3. Вхідні змінні оцінюються експертами за шкалою від 0 до 10 балів. Вихідна змінна (рейтинг стартапа) оцінюється також за шкалою від 0 до 10 балів.

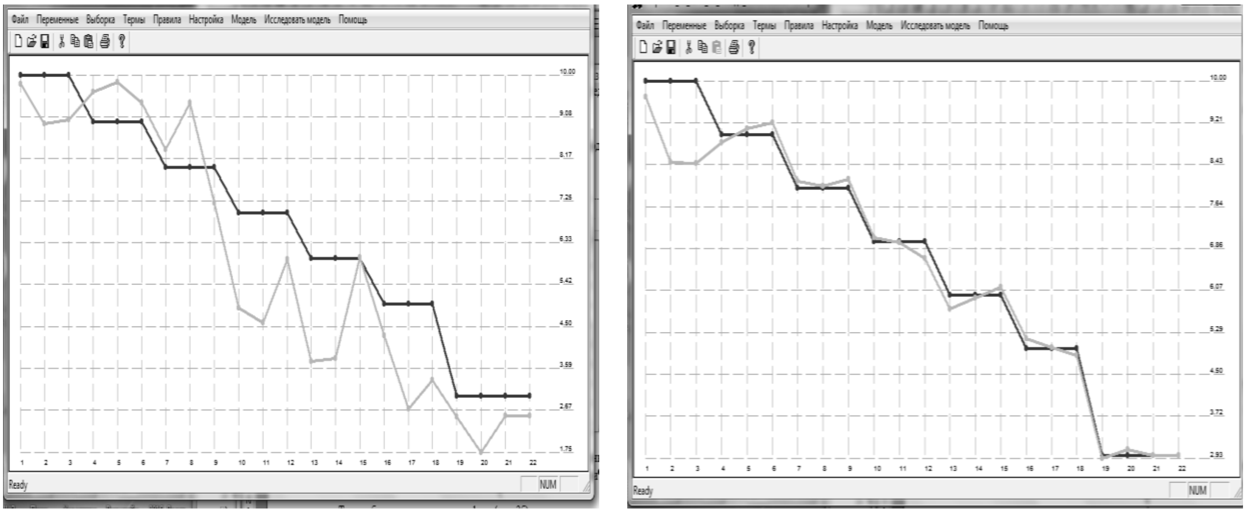
Таким чином, побудована нечітка модель об'єкта (1) у вигляді розрахункових співвідношень (2)–(4) являє нелінійну аналітичну залежність оцінки інвестиційної привабливості стартапа від зміни його чинників. На виході моделі обчислена оцінка y приймає значення в діапазоні [0, 10], потім округляється до найближчого цілого значення.

Побудована нечітка модель (2)–(4) дозволяє для будь-яких значень вхідних факторів нового заявленого стартапа оцінити його інвестиційну привабливість. Наприклад, для стартапа з такими значеннями вхідних змінних
X* = (10,10,10,0,0,0) отримуємо чітке значення 5, що відповідає рішенню «інвестувати після доопрацювання»; для значення X**=(0,0,0,10,10,10) отримаємо чітке значення $y^{**} =$ 4, яке також відповідає рішенню «інвестувати після доопрацювання».

Однак, як було зазначено вище, побудована нечітка модель (2)–(4), грубо описує шукану залежність (1). У даній роботі пропонується для отримання більш точної моделі робити настроювання її параметрів з метою мінімізації відхилення між результатами моделювання та експериментальними даними за допомогою описаного вище r-алгоритму Шора. Далі наведемо результати моделювання по побудованій моделі до і після налаштування, отримані за допомогою розробленого програмного забезпечення, яке реалізує запропонований в статті підхід.

На рис. 1 представлені результати розрахунків вихідної змінної по побудованій моделі (2)–(4) до і після налаштування.

Таким чином, як видно з графіка (рис. 1б), модельні значення оцінки стартапа після налаштування практично збігаються з графіком, побудованим за даними експериментальної вибірки (табл. 3). Точність побудованої моделі також оцінюємо за значеннями абсолютного і відносного середньоквадратичного відхилення між результатом розрахунку моделі і даними з експериментальної вибірки (рис. 2).



а) до налаштування б) после налаштування

Рис. 1. Експериментальні та розраховані за моделлю значення оцінки інвестиційної привабливості стартапу до і після налаштування

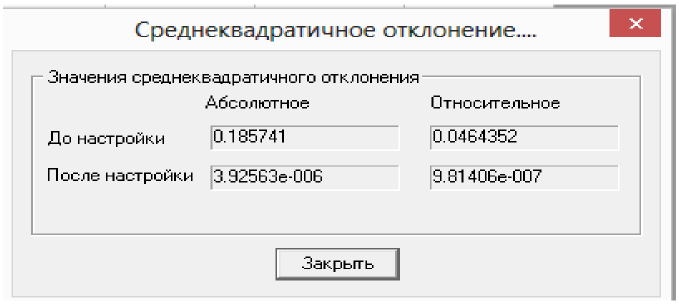


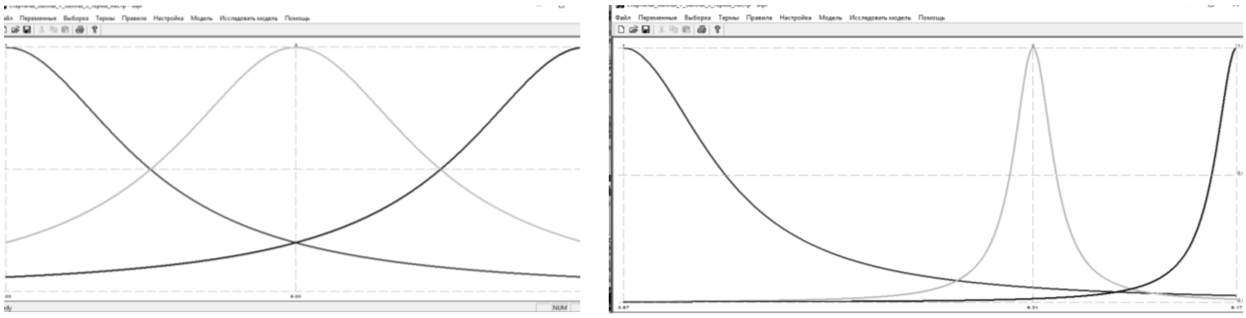
Рис. 2. Оцінка точності моделювання інвестиційної привабливості стартапа на базі побудованої моделі

У табл. 1 наведені значення ваг правил w для кожного правила з бази знань (табл. 4) до і після налаштування, а на рис. 3 графіки функції належності вхідної змінної x1 також до і після налаштування. З табл. 1 випливає, що вага правил 3, 9 і 10 став незначним, що вказує на їх невелику значимість для прийняття рішення.

Таблиця 1

Значення параметрів w до та після налаштування

№ правила	w до налаштування	w після налаштування	№ правила	w до налаштування	w після налаштування
1	1	0.9916	6	1	0.7509
2	1	0.9953	7	1	1.0000
3	1	0.4613	8	1	1.0000
4	1	1.0035	9	1	0.5149
5	1	0.6891	10	1	0.5645



а) до налаштування **б) після налаштування**

Рис. 3. Функції належності значень змінної x1 відповідним нечітким термам (низький, середній, високий) до і після налаштування

Далі порівняємо розраховані значення вихідної змінної y до і після налаштування моделі для заданих вище значень вхідних змінних (табл. 2):

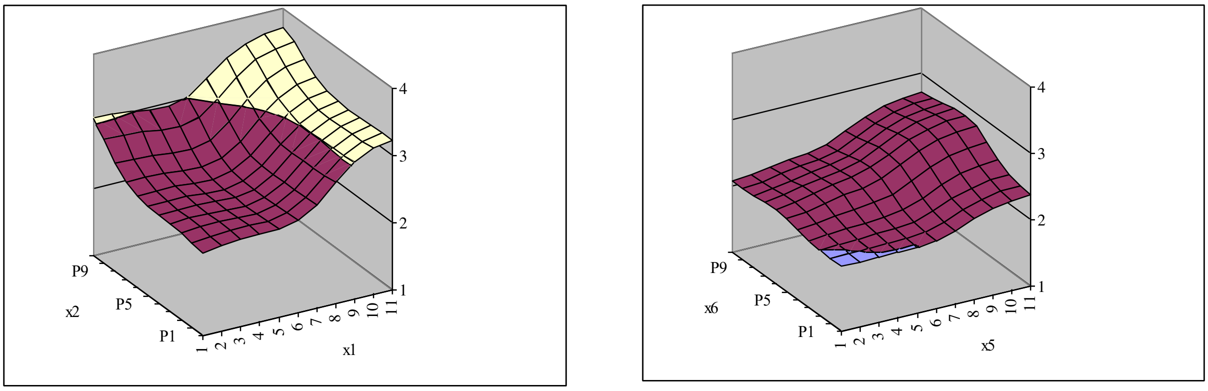
Таблиця 2

Результати розрахунків оцінки залежною змінною *y* до і після налаштування

1.	X*=(10,10,10,0,0,0)	$y^{*}_{\text{до}} = 5$, рішення – «інвестувати після доопрацювання»	$y^{*}_{\text{після}} = 9$, рішення – «інвестувати»
2.	X**=(0,0,0,10,10,10)	$y^{**}_{\text{до}} = 4$, рішення – «інвестувати після доопрацювання»	$y^{**}_{\text{після}} = 3$, рішення – «відхилити»

Відзначимо, що логіка завдання експертних бальних оцінок вхідних змінних така, що високі значення вхідних змінних відповідають високим значенням вихідної змінної, крім того, високі оцінки змінних *x1* - команда, *x2* - продукт, *x3* - ринок мають більший вплив на вихідну високу оцінку, ніж інші вхідні змінні. Тому, для прикладу 1 рекомендоване рішення після налаштування моделі «інвестувати» більше відповідає очікуваному значенню, а для прикладу 2 рекомендоване рішення після налаштування моделі «відхилити» також більше відповідає очікуваному значенню. Таким чином, настройка моделі покращує якість нечіткої моделі. Відкритим залишається для експерта питання про оцінку стартапу при високих значеннях одних змінних і низьких оцінках інших змінних.

Побудована нечітка модель (2)–(4) дозволяє досліджувати і давати рекомендації щодо діапазонів змін вхідних факторів, при яких оцінка інвестиційної привабливості нехай і не досягає найгіршого(або найкращого) значення, але залишається стійко близькою до цього найгіршого (або найкращому) значення. На основі аналізу таких попарних залежностей можна зробити висновки про вплив вхідних змінних *x1* і *x2* на *y* до налаштування (рис. 4а) при фіксованих значеннях інших змінних на середньому рівні, а також вплив вхідних змінних *x1* і *x2* на *y* після налаштування (рис. 4б) при фіксованих значеннях інших змінних на середньому рівні.



а) до налаштування **б) після налаштування**

Рис. 4. Вплив вхідних змінних *x1* і *x2* на *y*

Висновки. Побудована в статті на основі нейронечіткого підходу модель реалізує нелінійну аналітичну залежність оцінки інноваційного стартапу від впливу змін факторів, що впливають на його інвестиційну привабливість. Особливістю цієї моделі є можливість враховувати як кількісні, так і якісні фактори, що впливають на інвестиційну привабливість стартапу.

У даній роботі для налаштування нечіткої моделі застосовується метод мінімізації з розтягуванням простору в напрямку різниці двох послідовних узагальнених антіградієнтів (*r*-алгоритм Н.З. Шора). Його застосування дозволяє, в порівнянні з класичними градієнтними методами, розв’язувати задачі оптимізації параметрів нечіткої моделі не тільки з гладкими, але і негладкими цільовими функціями.

Бібліографічні посилання

1. **Борисов, В.В.** Нечеткие модели и сети. [Текст] / В.В. Борисов, В.В. Круглов, А.С. Федулов. – М.: Горячая линия-Телеком, 2007. – 284 с.
2. **Киселева, Е.М.** Непрерывные задачи оптимального разбиения множеств и r-алгоритмы: Монография / Е.М. Киселева, Л.С. Коряшкина. – К.: Наукова думка, 2015. –400 с.
3. **Киселева, Е.М.** Оценка инвестиционной привлекательности стартапов на основе нейронечетких технологий [Текст] / О. М. Кісельова, О. М. Притоманова, С.В. Журавель // Проблемы управления и информатики, 2016. - №5. – С.123-143.
4. **Леоненков, А.В.** Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH [Текст] / А.В. Леоненков – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 736 с.
5. **Михалевич, В.С.** Оптимизационные задачи производственно-транспортного планирования. Модели, методы, алгоритмы [Текст] / В. С. Михалевич, В. А. Трубин, Н. З. Шор. – М.: Наука, – 1986. – 264 с.
6. **Шор, Н.З.** Методы минимизации недифференцируемых функций и их приложения [Текст] / Н.З. Шор. – Киев: Наук. Думка, 1979. – 199 с.

7. **Haykin, S.** Neural Networks: A Comprehensive Foundation, second edition [Text].– New Jersey: Prentice-Hall, 1999. – 823 p.
8. **Zgurovsky, M.** System Analysis of Computational Intelligence Main Trends [Text]// International Journal "Information Content and Processing", Volume 1, Number 3, 2014. – C. 220 - 238.
9. **Zimmerman, H.-J.** Fuzzy Sets Theory – and Its Applications [Text]/ H.-J. Zimmerman. – 4th ed. - Boston: Kluwer Academic Publishers, 2001. - 514 p.
10. **Mamdani, E.N.** An Experiment in Linguistic Synthesis with Fuzzy Logic Controller [Text]// Int. J. Man-Machine Studies. – 1975. – Vol. 7. - №1. – P.1-13.
11. **Kosko, B.** Fuzzy Systems as Universal Approximators [Text] // IEEE Trans. on Computers. – 1994. – Vol. 43. - №11. – P.1329-1333.

Надійшла до редколегії 17.02. 2017