

УПРУГИЕ КОНСТАНТЫ ТРЕХМЕРНОГО ТЕЛА ТРАНСВЕРСАЛЬНО-АРМИРОВАННОГО СЛОИСТОГО КОМПОЗИЦИОННОГО МАТЕРИАЛА

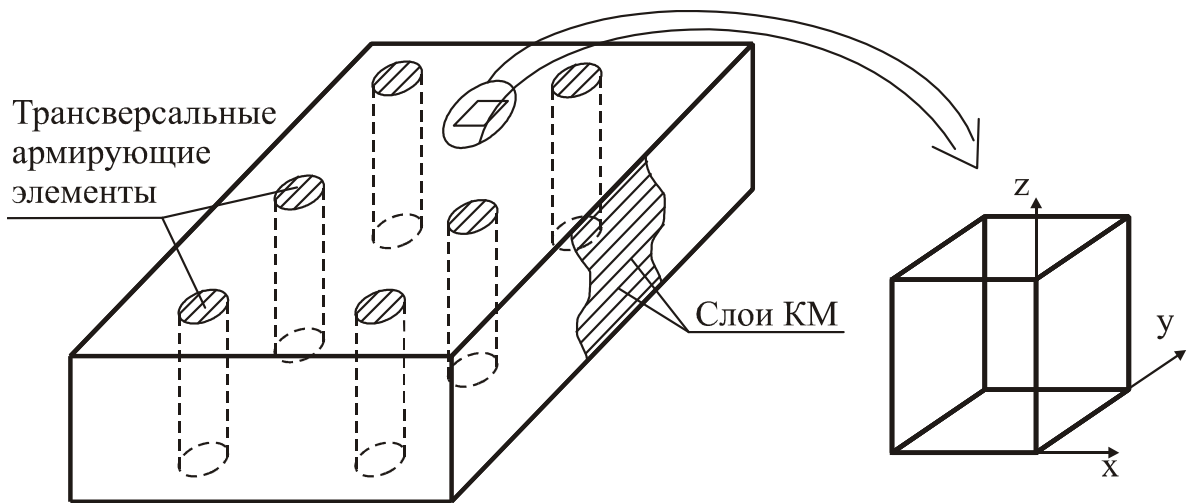
Основными конструктивно-технологическими решениями (КТР) панелей крыла и оперения из композиционного материала (КМ) являются толстые обшивки (более 3...4 мм), опирающиеся на силовой каркас (нервюры, лонжероны, стенки), или подкрепленные стрингерами панели. Как в первом случае, так и во втором разрушение конструкции начинается или с расслоения обшивки, или с нарушения связи между обшивкой и стрингерами [1], причем уровень напряжений в плоскости панели не превышает 50% от предельных. Таким образом, из-за недостаточной межслоевой прочности трудно реализовать высокие механические свойства армирующих волокон (нитей, жгутов, лент). Это обстоятельство в течение последних лет стимулирует поиск КТР, которые улучшили бы трансверсальные характеристики слоистых КМ.

Широко распространено КТР на основе дополнительного армирования КМ трансверсальными элементами. Количественная оценка характеристик материала реализуется на основе математических моделей трехмерного анизотропного тела, содержащего в себе дискретно-расположенные армирующие стержни.

В работах [2-4] получены необходимые формулы для расчета физико-механических характеристик (ФМХ) (в точке) каждого слоя в окрестности арматуры, но не рассматриваются свойства КМ в трансверсальном направлении.

Для толстых обшивок из слоистых КМ при их расчете на устойчивость необходимо учитывать поперечные сдвиги [5], т.е. модули упругости G_{xz} , G_{yz} , увеличение которых реализуется трансверсальным армированием. Поэтому актуальной является задача определения физико-механических свойств такого слоистого материала.

Рассмотрим области материала, не содержащие армирующих стержней (см. рисунок). Каждый слой КМ в осях 1,2, первая из которых совпадает с касательной к упругой линии волокна, а вторая - ей перпендикулярна, является ортотропным. При этом ось 3, замыкающая декартову систему координат, является осью упругой симметрии слоя. Тогда КМ, состоящий из произвольного количества параллельных друг другу слоев, также будет иметь одну ось упругой симметрии, которая перпендикулярна к плоскости слоев. Для таких тел уравнения физического закона в ортогональной системе координат записываются в виде [6-8]



$$\begin{aligned}
 \varepsilon_x &= \frac{\sigma_x}{E_x} - \mu_{yx} \cdot \frac{\sigma_y}{E_y} - \mu_{zx} \cdot \frac{\sigma_z}{E_z} + \eta_{x,xy} \cdot \frac{\tau_{xy}}{G_{xy}}; \\
 \varepsilon_y &= -\mu_{xy} \cdot \frac{\sigma_x}{E_x} + \frac{\sigma_y}{E_y} - \mu_{zy} \cdot \frac{\sigma_z}{E_z} + \eta_{y,xy} \cdot \frac{\tau_{xy}}{G_{xy}}; \\
 \varepsilon_z &= -\mu_{xz} \cdot \frac{\sigma_x}{E_x} - \mu_{yz} \cdot \frac{\sigma_y}{E_y} + \frac{\sigma_z}{E_z} + \eta_{z,xy} \cdot \frac{\tau_{xy}}{G_{xy}}; \\
 \gamma_{xy} &= \eta_{xy,x} \cdot \frac{\sigma_x}{E_x} + \eta_{xy,y} \cdot \frac{\sigma_y}{E_y} + \eta_{xy,z} \cdot \frac{\sigma_z}{E_z} + \frac{\tau_{xy}}{G_{xy}}; \\
 \gamma_{yz} &= \frac{\tau_{yz}}{G_{yz}} + \eta_{yz,xz} \cdot \frac{\tau_{xz}}{G_{xz}}; \quad \gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G_{xz}} + \eta_{xz,yz} \cdot \frac{\tau_{yz}}{G_{yz}},
 \end{aligned} \tag{1}$$

где оси x , y находятся в плоскости слоев.

В монографии [9] получены зависимости для определения коэффициентов уравнений (1) при плоском напряженно-деформированном состоянии, т.е. без учета поперечных свойств КМ.

Дополнительные армирующие стержни представляют собой пучки параллельных друг другу волокон (при их изготовлении на пултрузионных установках) или металлические штифты (в соединениях с элементами поперечной связи [1]). В первом случае материал стержня является трансверсально-изотропным [6, 7] в системе координат, одна из осей которой совпадает с направлением волокон. Уравнения физического закона имеют известный вид [6, 7]. Для наклонных стержней пересчет упругих констант в глобальной системе координат x , y , z производится согласно [6, 7].

Во втором случае (металлические стержни) физический закон для изотропного тела не изменяется при переходе от одних координат к другим.

Пусть анизотропное тело, нагруженное средними напряжениями

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}$, претерпевает деформации $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{xz}$. Каждый слой КМ является ортотропным в местной (связанной) системе координат 1, 2, 3 и для него известны физико-механические свойства. Тогда уравнения физического закона в осях 1, 2, 3 имеют вид

$$\begin{aligned}\varepsilon_{1i} &= \frac{1}{E_{1i}}(\sigma_{1i} - \mu_{12i} \cdot \sigma_{2i} - \mu_{13i} \cdot \sigma_z); \\ \varepsilon_{2i} &= \frac{1}{E_{2i}}(\sigma_{2i} - \mu_{21i} \cdot \sigma_{1i} - \mu_{23i} \cdot \sigma_z); \\ \varepsilon_{3i} &= \frac{1}{E_{3i}}(-\mu_{31i} \cdot \sigma_{1i} - \mu_{32i} \cdot \sigma_{2i} + \sigma_z); \\ \gamma_{12i} &= \frac{\tau_{12i}}{G_{12i}}; \gamma_{23i} = \frac{\tau_{23i}}{G_{23i}}; \gamma_{13i} = \frac{\tau_{13i}}{G_{13i}},\end{aligned}\tag{2}$$

где $E_{1i}, E_{2i}, E_{3i}, G_{12i}, G_{13i}, G_{23i}, \mu_{12i}, \mu_{21i}, \mu_{13i}, \mu_{31i}, \mu_{23i}, \mu_{32i}$ - упругие константы i -го слоя в местной системе координат 1, 2, 3.

Условия совместности деформации согласно [6] записываются так:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{1i} &= \varepsilon_x \cdot \cos^2 \varphi_i + \varepsilon_y \cdot \sin^2 \varphi_i + \gamma_{xy} \cdot \sin \varphi_i \cdot \cos \varphi_i; \\ \varepsilon_{2i} &= \varepsilon_x \cdot \sin^2 \varphi_i + \varepsilon_y \cdot \cos^2 \varphi_i - \gamma_{xy} \cdot \sin \varphi_i \cdot \cos \varphi_i; \\ \gamma_{12i} &= (\varepsilon_y - \varepsilon_x) \cdot \sin 2\varphi_i + \gamma_{xy} \cdot \cos 2\varphi_i; \\ \gamma_{23i} &= -\gamma_{xz} \cdot \sin \varphi_i + \gamma_{yz} \cdot \cos \varphi_i; \\ \gamma_{13i} &= \gamma_{xz} \cdot \cos \varphi_i + \gamma_{yz} \cdot \sin \varphi_i,\end{aligned}\tag{3}$$

где φ_i - угол укладки i -го слоя препрега.

Решение уравнений (2) относительно напряжений приводит к следующим формулам:

$$\begin{aligned}\sigma_{1i} &= \overline{E}_{1i} \cdot (\varepsilon_{1i} + \mu_{21i} \cdot \varepsilon_{2i}) + a_{1i} \cdot \sigma_z; \quad \sigma_{2i} = \overline{E}_{2i} \cdot (\varepsilon_{2i} + \mu_{12i} \cdot \varepsilon_{1i}) + a_{2i} \cdot \sigma_z; \\ \tau_{12i} &= G_{12i} \cdot \gamma_{12i}; \quad \tau_{13i} = G_{13i} \cdot \gamma_{13i}; \quad \tau_{23i} = G_{23i} \cdot \gamma_{23i},\end{aligned}\tag{4}$$

где

$$\overline{E_{1i}} = \frac{E_{1i}}{1 - \mu_{12i} \cdot \mu_{21i}}; \quad \overline{E_{2i}} = \frac{E_{2i}}{1 - \mu_{12i} \cdot \mu_{21i}}; \quad (5)$$

$$a_{1i} = \frac{\mu_{13i} + \mu_{12i} \cdot \mu_{23i}}{1 - \mu_{12i} \cdot \mu_{21i}}; \quad a_{2i} = \frac{\mu_{23i} + \mu_{21i} \cdot \mu_{13i}}{1 - \mu_{12i} \cdot \mu_{21i}}. \quad (6)$$

Подставив выражение (3) в (4), получим

$$\begin{aligned} \sigma_{1i} &= \overline{E_{1i}} \cdot [\varepsilon_x \cdot (\cos^2 \varphi_i + \mu_{21i} \cdot \sin^2 \varphi_i) + \varepsilon_y \cdot (\sin^2 \varphi_i + \mu_{21i} \cdot \cos^2 \varphi_i) + \\ &+ \gamma_{xy} \cdot \cos \varphi_i \cdot \sin \varphi_i \cdot (1 - \mu_{21i})] + \sigma_z \cdot a_{1i}; \\ \sigma_{2i} &= \overline{E_{2i}} \cdot [\varepsilon_x \cdot (\sin^2 \varphi_i + \mu_{12i} \cdot \cos^2 \varphi_i) + \varepsilon_y \cdot (\cos^2 \varphi_i + \mu_{12i} \cdot \sin^2 \varphi_i) + \\ &+ \gamma_{xy} \cdot \cos \varphi_i \cdot \sin \varphi_i \cdot (\mu_{12i} - 1)] + \sigma_z \cdot a_{2i}; \\ \sigma_{3i} &= \sigma_z; \\ \tau_{12i} &= G_{12i} \cdot [(\varepsilon_y - \varepsilon_x) \cdot \sin 2\varphi_i + \gamma_{xy} \cdot \cos 2\varphi_i]; \\ \tau_{13i} &= G_{13i} \cdot [\gamma_{xz} \cdot \cos \varphi_i + \gamma_{yz} \cdot \sin \varphi_i]; \\ \tau_{23i} &= G_{23i} \cdot [-\gamma_{xz} \cdot \sin \varphi_i + \gamma_{yz} \cdot \cos \varphi_i]; \end{aligned} \quad (7)$$

Проекции этих напряжений на оси x , y , z определяются по известным формулам [9]:

$$\begin{aligned} \sigma_{xi} &= \sigma_{1i} \cdot \cos^2 \varphi_i + \sigma_{2i} \cdot \sin^2 \varphi_i - \tau_{12i} \cdot \sin 2\varphi_i; \\ \sigma_{yi} &= \sigma_{1i} \cdot \sin^2 \varphi_i + \sigma_{2i} \cdot \cos^2 \varphi_i + \tau_{12i} \cdot \sin 2\varphi_i; \\ \tau_{xyi} &= (\sigma_{1i} - \sigma_{2i}) \cdot \cos \varphi_i \cdot \sin \varphi_i + \tau_{12i} \cdot \cos 2\varphi_i; \\ \tau_{xzi} &= \tau_{13i} \cdot \cos \varphi_i - \tau_{23i} \cdot \sin \varphi_i; \\ \tau_{yzi} &= \tau_{13i} \cdot \sin \varphi_i + \tau_{23i} \cdot \cos \varphi_i. \end{aligned} \quad (8)$$

После подстановки (8) в уравнения равновесия

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \sigma_{xi} \cdot \delta_i = \sigma_x \cdot \delta_\Sigma; \quad \sum_{i=1}^n \sigma_{yi} \cdot \delta_i = \sigma_y \cdot \delta_\Sigma; \quad \sum_{i=1}^n \tau_{xyi} \cdot \delta_\Sigma = \tau_{xy} \cdot \delta_\Sigma; \\ \sum_{i=1}^n \tau_{xzi} \cdot \delta_\Sigma = \tau_{xz} \cdot \delta_\Sigma; \quad \sum_{i=1}^n \tau_{yzi} \cdot \delta_\Sigma = \tau_{yz} \cdot \delta_\Sigma \end{aligned} \quad (9)$$

получим следующие две группы уравнений:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x \cdot B_{11} + \varepsilon_y \cdot B_{12} + \gamma_{xy} \cdot B_{13} + \sigma_z \cdot A_1 &= \sigma_x \cdot \delta_\Sigma; \\
\varepsilon_x \cdot B_{21} + \varepsilon_y \cdot B_{22} + \gamma_{xy} \cdot B_{23} + \sigma_z \cdot A_2 &= \sigma_y \cdot \delta_\Sigma; \\
\varepsilon_x \cdot B_{31} + \varepsilon_y \cdot B_{32} + \gamma_{xy} \cdot B_{33} + \sigma_z \cdot A_3 &= \tau_{xy} \cdot \delta_\Sigma;
\end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned}
\gamma_{xz} \cdot B_{44} + \gamma_{yz} \cdot B_{45} &= \tau_{xz} \cdot \delta_\Sigma; \\
\gamma_{xz} \cdot B_{54} + \gamma_{yz} \cdot B_{55} &= \tau_{yz} \cdot \delta_\Sigma,
\end{aligned} \tag{11}$$

где $B_{11}, B_{12}=B_{21}, B_{13}=B_{31}, B_{22}, B_{23}=B_{32}, B_{33}$ тождественно совпадают с выражениями, приведенными в [9]:

$$\begin{aligned}
A_1 &= \sum_{i=1}^n \delta_i \cdot (a_{1i} \cdot \cos^2 \varphi_i + a_{2i} \cdot \sin^2 \varphi_i); \\
A_2 &= \sum_{i=1}^n \delta_i \cdot (a_{1i} \cdot \sin^2 \varphi_i + a_{2i} \cdot \cos^2 \varphi_i); \\
A_3 &= \sum_{i=1}^n \delta_i \cdot \cos \varphi_i \cdot \sin \varphi_i (a_{1i} - a_{2i});
\end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned}
B_{44} &= \sum_{i=1}^n \delta_i \cdot (G_{13i} \cdot \cos^2 \varphi_i + G_{23i} \cdot \sin^2 \varphi_i); \\
B_{45} = B_{54} &= \sum_{i=1}^n \delta_i \cdot \cos \varphi_i \cdot \sin \varphi_i (G_{13i} - G_{23i}); \\
B_{55} &= \sum_{i=1}^n \delta_i \cdot (G_{13i} \cdot \sin^2 \varphi_i + G_{23i} \cdot \cos^2 \varphi_i).
\end{aligned} \tag{13}$$

Здесь δ_i, φ_i - толщина и угол укладки i -го слоя препрега.

Из третьего уравнения системы (2) с учетом (7) определим деформацию пакета по оси z

$$\varepsilon_z = \frac{1}{\delta_\Sigma} \cdot (\sigma_z \cdot A_4 - \varepsilon_x \cdot A_1 - \varepsilon_y \cdot A_2 - \gamma_{xy} \cdot A_3), \tag{14}$$

где

$$A_4 = \sum_{i=1}^n \frac{1}{E_{3i}} \cdot (1 - a_{1i} \cdot \mu_{31i} - a_{2i} \cdot \mu_{32i}). \tag{15}$$

Решение (10) и (11) относительно деформаций и подстановка полученных выражений в (14) приводит к следующему выражению для физического закона:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \frac{1}{B} \cdot \{ \delta_\Sigma \cdot [\sigma_x \cdot (B_{22} \cdot B_{33} - B_{23}^2) + \\
&+ \sigma_y \cdot (B_{13} \cdot B_{23} - B_{12} \cdot B_{33}) + \\
&+ \tau_{xy} \cdot (B_{12} \cdot B_{23} - B_{13} \cdot B_{22})] - \sigma_z \cdot L_1 \}; \\
\varepsilon_y &= \frac{1}{B} \cdot \{ \delta_\Sigma \cdot [\sigma_x \cdot (B_{13} \cdot B_{23} - B_{12} \cdot B_{33}) + \\
&+ \sigma_y \cdot (B_{11} \cdot B_{33} - B_{13}^2) + \\
&+ \tau_{xy} \cdot (B_{12} \cdot B_{13} - B_{11} \cdot B_{23})] - \sigma_z \cdot L_2 \}; \\
\gamma_{xy} &= \frac{1}{B} \cdot \{ \delta_\Sigma \cdot [\sigma_x \cdot (B_{12} \cdot B_{23} - B_{13} \cdot B_{22}) + \\
&+ \sigma_y \cdot (B_{12} \cdot B_{13} - B_{11} \cdot B_{23}) + \\
&+ \tau_{xy} \cdot (B_{11} \cdot B_{22} - B_{12}^2)] - \sigma_z \cdot L_3 \}; \\
\varepsilon_z &= \frac{1}{B} \cdot \left[\frac{\sigma_z}{\delta_\Sigma} \cdot (A_1 \cdot L_1 + A_2 \cdot L_2 + A_3 \cdot L_3 + A_4 \cdot B) - \right. \\
&\left. - \sigma_x \cdot L_1 - \sigma_y \cdot L_2 - \tau_{xy} \cdot L_3 \right]; \\
\gamma_{xz} &= \delta_\Sigma \cdot \frac{\tau_{xz} \cdot B_{55} - \tau_{yz} \cdot B_{45}}{B_{44} \cdot B_{55} - B_{45}^2}; \quad \gamma_{yz} = \delta_\Sigma \cdot \frac{\tau_{yz} \cdot B_{44} - \tau_{xz} \cdot B_{45}}{B_{44} \cdot B_{55} - B_{45}^2}.
\end{aligned} \tag{16}$$

Здесь приняты обозначения:

$$\begin{aligned}
B &= B_{11} \cdot B_{22} \cdot B_{33} - B_{11} \cdot B_{23}^2 - B_{22} \cdot B_{13}^2 - \\
&- B_{33} \cdot B_{12}^2 + 2 \cdot B_{12} \cdot B_{13} \cdot B_{23}; \\
L_1 &= A_1 \cdot (B_{22} \cdot B_{33} - B_{23}^2) + A_2 \cdot (B_{13} \cdot B_{23} - B_{12} \cdot B_{33}) + \\
&+ A_3 \cdot (B_{12} \cdot B_{23} - B_{13} \cdot B_{22}); \\
L_2 &= A_1 \cdot (B_{13} \cdot B_{23} - B_{12} \cdot B_{33}) + A_2 \cdot (B_{11} \cdot B_{33} - B_{13}^2) + \\
&+ A_3 \cdot (B_{12} \cdot B_{13} - B_{11} \cdot B_{23}); \\
L_3 &= A_1 \cdot (B_{12} \cdot B_{23} - B_{13} \cdot B_{22}) + A_2 \cdot (B_{12} \cdot B_{13} - B_{11} \cdot B_{23}) + \\
&+ A_3 \cdot (B_{11} \cdot B_{22} - B_{12}^2).
\end{aligned} \tag{17}$$

Сравнив коэффициенты при напряжениях в (16) и (1), получим искомое выражение для упругих констант трехмерного слоистого КМ:

$$\begin{aligned}
 E_x &= \frac{B}{[\delta_\Sigma \cdot (B_{22} \cdot B_{33} - B_{23}^2)]}; & E_y &= \frac{B}{[\delta_\Sigma \cdot (B_{11} \cdot B_{33} - B_{13}^2)]}; \\
 G_{xy} &= \frac{B}{[\delta_\Sigma \cdot (B_{11} \cdot B_{22} - B_{12}^2)]}; & \mu_{xy} &= \frac{B_{12} \cdot B_{33} - B_{13} \cdot B_{23}}{B_{11} \cdot B_{33} - B_{13}^2}; \\
 \eta_{x,xy} &= \frac{B_{12} \cdot B_{23} - B_{22} \cdot B_{13}}{B_{11} \cdot B_{22} - B_{12}^2}; & \eta_{y,xy} &= \frac{B_{12} \cdot B_{13} - B_{11} \cdot B_{23}}{B_{11} \cdot B_{22} - B_{12}^2}; \\
 \eta_{xy,x} &= \frac{B_{12} \cdot B_{23} - B_{22} \cdot B_{13}}{B_{33} \cdot B_{22} - B_{23}^2}; & \eta_{xy,y} &= \frac{B_{12} \cdot B_{13} - B_{11} \cdot B_{23}}{B_{11} \cdot B_{33} - B_{13}^2}; \\
 \mu_{yx} &= \frac{B_{12} \cdot B_{33} - B_{13} \cdot B_{23}}{B_{11} \cdot B_{33} - B_{13}^2};
 \end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned}
 E_z &= \frac{B \cdot \delta_\Sigma}{A_1 \cdot L_1 + A_2 \cdot L_2 + A_3 \cdot L_3 + A_4 \cdot B}; \\
 \mu_{zx} &= \frac{L_1 \cdot \delta_\Sigma}{A_1 \cdot L_1 + A_2 \cdot L_2 + A_3 \cdot L_3 + A_4 \cdot B}; \\
 \mu_{zy} &= \frac{L_2 \cdot \delta_\Sigma}{A_1 \cdot L_1 + A_2 \cdot L_2 + A_3 \cdot L_3 + A_4 \cdot B}; \\
 \eta_{xy,z} &= -\frac{L_3 \cdot \delta_\Sigma}{A_1 \cdot L_1 + A_2 \cdot L_2 + A_3 \cdot L_3 + A_4 \cdot B}; \\
 \mu_{xz} &= \frac{L_1}{\delta_\Sigma \cdot (B_{22} \cdot B_{33} - B_{23}^2)}; & \mu_{yz} &= \frac{L_2}{\delta_\Sigma \cdot (B_{11} \cdot B_{33} - B_{13}^2)}; \\
 \eta_{z,xy} &= -\frac{L_3}{\delta_\Sigma \cdot (B_{11} \cdot B_{22} - B_{12}^2)}; & G_{xz} &= \frac{(B_{44} \cdot B_{55} - B_{45}^2)}{\delta_\Sigma \cdot B_{55}}; \\
 G_{yz} &= \frac{(B_{44} \cdot B_{55} - B_{45}^2)}{\delta_\Sigma \cdot B_{44}}; & \eta_{yz,xz} &= -\frac{B_{45}}{B_{55}}; & \eta_{xz,yz} &= -\frac{B_{45}}{B_{44}}.
 \end{aligned} \tag{19}$$

Заметим, что формулы (18) тождественны выражениям, приведенным в работе [9], а (19) являются новыми результатами.

Таким образом, получены зависимости для определения

деформативных характеристик слоистого КМ в трех направлениях по известным упругим свойствам составляющих слоев.

Для ортотропного в осях x , y композиционного материала

$$B_{13} = B_{31} = B_{23} = B_{32} = B_{45} = B_{54} = A_3 = L_3 = 0;$$

$$B = B_{33} \cdot (B_{11} \cdot B_{22} - B_{12}^2); L_1 = B_{33} \cdot (A_1 \cdot B_{22} - A_2 \cdot B_{12}); \quad (20)$$

$$L_2 = B_{33} \cdot (A_2 \cdot B_{11} - A_1 \cdot B_{12}).$$

С учетом этого выражения (18) и (19) принимают вид

$$E_x = \frac{B_{11} \cdot B_{22} - B_{12}^2}{B_{22} \cdot \delta_\Sigma}; E_y = \frac{B_{11} \cdot B_{22} - B_{12}^2}{B_{11} \cdot \delta_\Sigma}; \quad (21)$$

$$G_{xy} = \frac{B_{33}}{\delta_\Sigma}; \mu_{xy} = \frac{B_{12}}{B_{22}}; \mu_{yx} = \frac{B_{12}}{B_{11}};$$

$$E_z = \frac{\delta_\Sigma \cdot (B_{11} \cdot B_{22} - B_{12}^2)}{A_1 \cdot (A_1 \cdot B_{22} - A_2 \cdot B_{12}) + A_2 \cdot (A_2 \cdot B_{11} - A_1 \cdot B_{12}) + A_4 \cdot (B_{11} \cdot B_{22} - B_{12}^2)};$$

$$\mu_{zx} = \frac{\delta_\Sigma \cdot (A_1 \cdot B_{22} - A_2 \cdot B_{12})}{A_1 \cdot (A_1 \cdot B_{22} - A_2 \cdot B_{12}) + A_2 \cdot (A_2 \cdot B_{11} - A_1 \cdot B_{12}) + A_4 \cdot (B_{11} \cdot B_{22} - B_{12}^2)};$$

$$\mu_{zy} = \frac{\delta_\Sigma \cdot (A_2 \cdot B_{11} - A_1 \cdot B_{12})}{A_1 \cdot (A_1 \cdot B_{22} - A_2 \cdot B_{12}) + A_2 \cdot (A_2 \cdot B_{11} - A_1 \cdot B_{12}) + A_4 \cdot (B_{11} \cdot B_{22} - B_{12}^2)}; \quad (22)$$

$$\mu_{xz} = \frac{A_1 \cdot B_{22} - A_2 \cdot B_{12}}{B_{22} \cdot \delta_\Sigma}; \mu_{yz} = \frac{A_2 \cdot B_{11} - A_1 \cdot B_{12}}{B_{11} \cdot \delta_\Sigma};$$

$$G_{xz} = \frac{B_{44}}{\delta_\Sigma}; G_{yz} = \frac{B_{55}}{\delta_\Sigma};$$

$$\eta_{x,xy} = \eta_{y,xy} = \eta_{xy,x} = \eta_{xy,y} = \eta_{xy,z} = \eta_{z,xy} = \eta_{yz,xz} = \eta_{xz,yz} = 0.$$

Полученные выше зависимости представляют собой систему математического обеспечения расчета упругих характеристик слоистого анизотропного КМ произвольной структуры по известным свойствам каждого слоя. Особую значимость эти результаты приобретают в связи с применением в конструкциях толстых пакетов, дополнительно армированных трансверсальными стержнями.

В дальнейшем планируется получить осредненные характеристики материала на макроуровне (по наперед заданному представительному или произвольному объему), что необходимо для реализации дискретных расчетных схем и численного решения разрешающих дифференциальных уравнений при исследовании нагруженного деформированного состояния конструкций и их элементов.

Вывод

В работе получены зависимости для определения упругих констант трехмерного тела трансверсально-армированного слоистого КМ на микроуровне в области материала, не содержащего армирующих стержней.

Список использованных источников

1. Жмудь Н.П. Слоистые кольца из стеклопластиков с дополнительным армированием иглами в радиальном направлении / Н.П. Жмудь, В.Ю. Петров, В.Н. Шалыгин // Механика полимеров. – №2, 1978. – С. 226-230.
2. Жаркан М. Моделирование структурных параметров и физико-механических свойств трансверсально-армированных волокнистых композиционных материалов/ М. Жаркан // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»: – Вып. 1 (57). – Х., 2009. – С. 24-32.
3. Ивановская О.В. Определение структурных параметров волокнистых композиционных материалов, армированных дискретными трансверсальными стержнями при их шахматном расположении / О.В. Ивановская, М. Жаркан (Mohammed R Gharkan) // Композиционные материалы в промышленности: тез. докл. междунар. науч.-практ. конф. 1-5 июня 2009 г. – Ялта, 2009. – С. 366-369.
4. Жаркан М. (Mohammed R Gharkan). Расчетные зависимости для определения структурных параметров поперечных слоев волокнистых композиционных материалов, армированных дискретными трансверсальными стержнями / М. Жаркан (Mohammed R Gharkan) // Композиционные материалы в промышленности: тез. докл. междунар. науч.-практ. конф. 1-5 июня 2009 г. – Ялта, 2009. – С. 362-366.
5. Васильев В.В. Механика конструкций из композиционных материалов / В.В. Васильев. – М.: Машиностроение, 1988. – 272 с.
6. Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела / С.Г. Лехницкий. – М.: Наука, 1977. – 416 с.
7. Лехницкий С.Г. Анизотропные пластинки / С.Г. Лехницкий. - М.: Гос. изд-во техн. лит., 1957. – 463 с.
8. Рабинович А.Л. Введение в механику армированных полимеров / А.Л. Рабинович. – М.: Наука, 1970. – 482 с.
9. Образцов И.Ф. Оптимальное армирование оболочек вращения из композиционных материалов / И.Ф. Образцов, В.В. Васильев, В.А. Бунаков. – М.: Машиностроение, 1977. – 144 с.

Поступила в редакцию 03.06.09.

*Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.Е. Гайдачук,
Национальный аэрокосмический университет
им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков*