УДК 620.178

О.Г. Приймаков, канд. техн. наук,
Р.М. Джус, канд. техн. наук.

ФІЗИЧНЕ ТА МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ УТВОРЕННЯ ГРАНИЧНИХ МАСТИЛЬНИХ ПЛІВОК

Постановка проблеми та аналіз літератури. При граничному терті зниження тертя і зносу поверхонь відбувається завдяки здатності мастильного матеріалу утворювати на поверхні міцні граничні шари адсорбційного або хімічного походження. На першій стадії взаємодії поверхні та мастильного матеріалу адсорбований шар утворюється молекулами поверхнево-активного компонента. Цьому шару властиві пружність форми і квазікристалічна будова, він витримує значні навантаження, розділяючи поверхні [1]. Адсорбовані плівки за певних умов мають здатність до самоорганізації, тобто має місце процес динамічної рівноваги між утворенням і руйнуванням адсорбованих шарів під дією зовнішніх факторів. Таким чином, указана стадія виступає першою підсистемою структурно-динамічної схеми при граничному терті з відповідною системою рівнянь [2]. При досягненні значення першої перехідної температури динамічна рівновага порушується і відбувається руйнування адсорбційних шарів [3].

Більшість сучасних мастильних матеріалів містять хімічно-активні компоненти, які при температурі хімічної модифікації утворюють на поверхні металу хімічно-модифіковані плівки зі зниженим опором зсуву, що призводить до зниження тертя і зносу. При стабільності зовнішніх умов також має місце динамічна рівновага процесів утворення і руйнування граничних хімічно-модифікованих шарів. Розглянута стадія є другою підсистемою структурно-динамічної схеми з відповідним аналітичним описом фізичної моделі. Подальше посилення зовнішнього впливу призводить до повного руйнування граничного мастильного шару.

Мета статті. Всі ці складні процеси значно впливають на процеси тертя та зношування, а їх аналіз та розрахунок основних показників неможливі без адекватних моделей. Метою даної статі є саме створення універсальної математичної моделі теплоенергоперенесення для широкого спектра матеріалів трибосистем.

Результати досліджень. Для математичного опису процесів в підсистемах і переходу між ними можуть бути застосовані відомі аналітичні моделі перехідних температур і зношування в режимі граничного змащення.

Є дві області трибосистеми 1 і 2 (рис. 1), де має місце процес самоорганізації, тобто умовна рівновага між утворенням плівки та її руйнуванням. Можна допустити, що в областях 1 і 2 відбувається підготовчий період, а в зоні 1-2 – власне руйнування плівки, отже, найбільше уваги слід приділити хвилеподібному процесу руйнування плівки в зоні 1-2.

Рівновага для області 1 порушується при критичній температурі $T_{кр1}$, плівка руйнується (молекули мастила зникають з поверхні внаслідок дифузії). Одночасно з підвищенням температури починає утворюватися хімічна гранична плівка. Рівновага настає при температурі $T_{хм}$, а після температури $T_{кр2}$ плівка також руйнується.

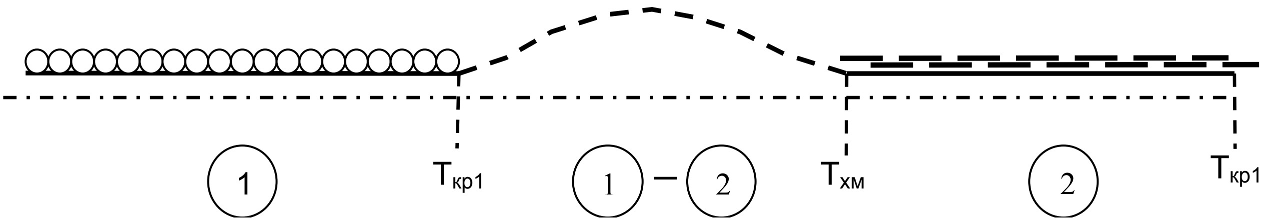

Рисунок 1 – Загальна розрахункова схема процесу утворення та руйнування плівки

Отже, маємо хвилеподібний рух граничної масляної плівки: утворення адсорбованої масляної плівки – рівновага руйнування адсорбованої плівки з одночасним утворенням хімічної плівки – рівновага – руйнування хімічної плівки.

Перш за все покажемо, як здійснюється самоорганізація через переходи у нашому випадку. Якщо гранична масляна плівка переходить від деякого початкового стану до іншого кінцевого чи проміжного стану, то вектор стану $q(x, t) = \acute{U}(t)V(x)$, де $\acute{U}(t)$ – функція збурення (параметр порядку), що залежить від часу t, а $V(x)$ описує деякий просторовий порядок.

У цьому рівнянні параметр порядку $\acute{U}$ визначається за рівнянням $\acute{U} = \lambda U$, де λ – показник Ляпунова.

При швидкій зміні управляючого параметра α, коли нерівність $\lambda<0$ швидко переходить у нерівність $\lambda > 0$, з'являється перехідний вектор стану виду

$$q(x, t) = e^{\lambda t} V(x). \tag{1}$$

Зрозуміло, що перехідний вектор описує деяку оновлену структуру масляної плівки, але не прямує до нового стійкого стану.

На це впливають такі процеси, як дифузія, тепло- і масоперенос, реологічні явища та ін.; саме такі процеси і визначають самоорганізацію системи змащування.

За описаним нами підходом криється властива всім випадкам самоорганізації філософська проблема: для виникнення переходу (1) всередині системи змащування мають існувати деякі флуктуації в певному поєднанні (поверхнево- та хімічно-активні речовини, дифузія, взаємодифузія, рух дислокацій, реологія властивостей, хвилеподібні коливання речовини та ін.). За відсутності флуктуацій $U\equiv 0$ і, відповідно, $q\equiv 0$.

Проте слід припустити, що самоорганізація в області 1-2 відбувається не лише через переходи, але й через зміну кількості компонентів і управляючих параметрів, як це випливає з [4].

Згідно [5] еволюційне рівняння стохастичного переходу від стану q_1 до стану q_2 описується нелінійним рівнянням:

$$\dot{q}_1 = \alpha q_1 + \beta\, q_1 q_2 + f(t), \qquad (2)$$

де *α, β* – управляючі параметри, що задаються або визначаються детерміновано;

$f(t)$ – «флуктуаційні сили», що визначаються не детерміновано і роблять еволюцію тимчасовою.

Якщо прийняти ентропію S як міру невизначеності стану системи змащування, то з розбалансуванням температур аж до досягнення $T_{кр1}$ ступінь упорядкованості масляної плівки зменшується й ініціюється процес самоорганізації її структури аж до дифузії («S-теорема» з [5]).

Там же показано, що зміна ентропії має пульсуючий (коливальний) характер, який описується рівнянням

$$\Delta T(S_1 - S_2) = \rho/2\langle(\delta\nu)^2\rangle > 0, \qquad (3)$$

де ΔT – різниця температур мастильної плівки і поверхневого шару матеріалу;

S_1, S_2 – ентропія станів 1 і 2 відповідно;

δv – пульсація швидкості зміни структурного стану мастильної плівки.

У системі змащування продукується ентропія, причому, одночасно з продукуванням ентропії всередині системи відбувається теплообмін із зовнішнім середовищем:

$$dS = d_iS + dQ/T, \qquad (4)$$

де d_iS – ентропія, що продукується всередині системи;

dQ/T – потік тепла в системі змащування.

Продукування ентропії, яка в умовах нерівноваги є завжди позитивною, відбувається з певною швидкістю, тобто $d_iS/dt > 0$.

Якщо позначити виробництво ентропії в одиницю часу в одиниці об'єму мастильної плівки як $\int d\nu$, то можна записати $d_iS/dt = \int d\nu > 0$.

Значення d_iS/dt фактично визначає швидкість продукування ентропії, причому при тепло- та масопереносі ця швидкість буде певним чином змінюватись. Ентропія dS продукується завдяки теплопровідності.

Через різницю температур ΔT виникає потік енергії dE/dt, а рушійною силою цього потоку є теплопровідність системи змащування.

Спираючись на [6], можна рекомендувати визначити функцію дисипації ентропії так:

$$\sigma = dE/dt\,(1/T_1 + 1/T_2) = dE/dt\,((T_2 - T_1)/T_1T_2). \qquad (5)$$

Рівняння (5) може бути математичним описом термодинамічного та синергетичного тлумачення процесу утворення граничних масляних плівок.

Цікаво, що до подібного висновку прийдемо і на основі теорії інформації. Як відомо з [7], зменшення ентропії приводить до збільшення інформації про систему змащування, і навпаки. У нашому випадку таке збільшення інформації виражається через реологічні зміни всередині системи змащування, дифузію масляної плівки тощо. Це і є поясненням можливості такого феноменологічного явища, як формування граничних масляних плівок. Чисельно зв'язок інформації про стан масляної плівки з її ентропією виражається відомою формулою Шеннона [7].

Моделювання процесів тепло- та енергопереносу у відкритій трібосистемі зі змащенням.

Змоделюємо математично процес теплоенергетичного переносу у відкритій трибосистемі типу „диск-диск", базуючись на нелінійному узагальненні закону тертя Ньютона, основних положеннях реології та класичній теорії переносу теплоти.

Загальне рівняння переносу теплоти (рівняння Умова) має вигляд [8]

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} + divQ - \gamma = 0, \tag{6}$$

де φ – розподіл потенціалу теплопереносу (фізичне поле);

Q – сумарний потік теплопереносу;

γ – об'ємна щільність.

Враховуючи, що $Q = \varphi v + q$, де v – розподіл макроскопічного руху речовини (поле швидкостей) а $q = L\varphi$, (L – оператор, що зрівноважує тензорні розмірності q і φ), формула (6) набуває вигляду

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} + div(\varphi v) = -divq + \gamma. \tag{7}$$

Скористаємося градієнтним законом теплопровідності Фур'є – Каттанео:

$$q_t = -\lambda g_t - \tau_t \frac{\partial q_t}{\partial \tau}, \tag{8}$$

де q_t – тепловий потік;

λ – інтенсивність теплопереносу;

$g_t = \mathrm{grad}\,T;$

τ_t , T_t - час релаксації температурного поля.

Порівнявши (8) і (9) для ізотропного твердого тіла з постійними теплофізичними властивостями, отримаємо гіперболічне рівняння теплопереносу між тілами 1 і 2:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + \tau_t \frac{\partial^2 T}{\partial \tau^2} = \alpha \Delta T + \frac{\gamma_t}{\rho c_p}, \tag{9}$$

де a – коефіцієнт температуропровідності: $\alpha = \dfrac{\lambda}{\rho c_p}$;

ρ – щільність тіла;

c_p – теплоємність тіла;

ΔT – різниця температур.

Рішення рівняння (9) з необхідними початковими та граничними умовами відповідає поширенню температурного поля від тіла 2 до тіла 1 і навпаки, з різко окресленим фронтом, що поширюється зі швидкістю $v_t = (a/\tau_t)^{1/2}$. Отже, рівняння (9) описує поширення теплоти під дією різниці температур ΔT з кінцевою швидкістю, тобто процес теплопереносу має марківський характер і не залежить від «передісторії» теплонапруженого стану. Насправді, цей процес є немарківським і залежить від температурного градієнту, тобто

$$g_t = -\int_0^{\infty} K(\theta) g(\tau - \theta) d\theta, \tag{10}$$

де $K(\theta)$ – функція релаксації температурного поля;

$g(\tau\text{-}\theta)$ – температурний градієнт.

При $g(\tau - \theta) = g(\tau)$ рівняння (10) набуває вигляду

$$g_t = -\lambda gradT = -\lambda \nabla T = -\lambda g_t, \tag{11}$$

де $g_t = gradT = \nabla T$, причому $\lambda = \int_0^{\Delta T} K(\theta) d\theta$.

Вважаючи, що функція релаксації експоненціально затухає, тобто

$$K(\theta) = \frac{\lambda}{\tau_t} exp(\frac{\theta}{\tau_t}) \tag{12}$$

з рівняння (10) отримаємо рівняння (8), що доводить правомірність гіпотези про експоненціальне затухання релаксації температурного поля. Тепловий потік q_t та внутрішня енергія термонапруженої трибосистеми з урахуванням „немарковості” процесу і релаксаційних явищ температурного поля визначаються так:

$$q_t = \int_0^{\Delta T} K(\theta) g d\theta, \tag{13}$$

$$e = e_0 + c\Delta T - \int_0^{\Delta\tau} i(\theta)T(\theta)d\theta \qquad (14)$$

де *e* – внутрішня енергія термонапруженої трибосистеми;

c – зведена об'ємна теплоємність тіл 1 і 2;

$i(\theta)$ - функція релаксації внутрішньої енергії;

e_0 – початкова внутрішня енергія тіл 1 і 2.

Величини $g'(\theta)$ і $T'(\theta)$ знайдемо диференціюванням *d/dθ*:

$$\begin{cases} \dfrac{d}{d\theta} q(\theta) = g(\tau - \theta); \\ \dfrac{d}{d\theta} T(\theta) = T(\tau - \theta). \end{cases} \qquad (15)$$

Диференціюючи в часткових похідних q_t та *e* з (13) і (14), отримаємо

$$\frac{\partial q_t}{\partial \tau} = -K(\theta)g - \int_0^{\Delta T} K(\theta)g(\tau - \theta); \qquad (16)$$

$$\frac{\partial e}{\partial \tau} = c\frac{\partial T}{\partial \tau} + i(\theta)T + \int_0^{\Delta T} i(\theta)T(\tau - \theta)d\theta. \qquad (17)$$

Використаємо закон збереження для *e* у вигляді

$$\frac{\partial e}{\partial \tau} = -divq_t + \gamma_t, \qquad (18)$$

де γ_t- об'ємна щільність, і отримаємо інтегродиференційне рівняння переносу теплоти від тіла 2 до тіла 1 (з урахуванням теплопередачі та конвекції тепла) як для двох ізотропних тіл:

$$c\frac{\partial^2 T}{\partial \tau^2} + i(\theta)\frac{\partial T}{\partial \tau} + \int_0^{\Delta T} i(\theta)\frac{\partial T(\tau-\theta)}{\partial \tau}d\theta = K(\theta)\Delta T + \int_0^{\Delta T} K(\theta)\Delta T(\tau-\theta)d\theta + \gamma_t. \qquad (19)$$

Висновки. Рівняння (19) є фактично математичною моделлю явища теплопереносу та внутрішнього енергопереносу в термонапруженій трибосистемі за умови постійності сил зовнішнього навантаження, яка випливає з розгляду її фізичної моделі. Якщо сили Р змінюються у часі, тоді до рівняння (20) слід додати відоме рівняння нелінійного масоперенесення Фіка (градієнтний закон Фіка) і розв'язувати їх у системі. Зокрема, для конструкційних сталей рівняння нелінійного масоперенесення в термонапруженій трибосистемі набуває вигляд:

$$\frac{\partial \rho_{1,2}}{\partial \tau} + div(\rho_{1,2};V) = D(\theta)\nabla\left[\nabla \rho_{1,2}\right] + \int_0^{\partial} D(\theta)\nabla\left[\nabla \rho_{1,2}(\tau-\theta)\right]d\theta + \gamma_m, \quad (21)$$

де $D(\theta)$ - релаксаційна функція [7, 9]: $D'(\theta) = D(\tau - \theta)$;

γ_m – об'ємна щільність металу, що переноситься в процесі зношування.

Слід відзначити універсальність розробленої моделі теплоенергоперенесення, оскільки вона придатна для широкого спектра матеріалів трибосистем, що контактують між собою, без обмежень за розміром і формою плями контакту, величини питомого тиску в зоні контакту.

Список використаних джерел

1. Цеснек Л.С. Механика и микрофизика истирания поверхностей / Л.С. Цеснек. – М.: Машиностроение, 1979. – 263с.
2. Циглер Г. Экстремальные принципы термодинамики необратимых процессов и механика сплошной среды / Г Циглер. – М.: Мир, 1966. – 136 с.
3. Войтов В.А. Принципы конструктивной износостойкости узлов трения гидромашин / В.А.Войтов, О.М. Яхно, Ф.Х. Аби Сааб. – К.: НТУ «КПІ», 1999. – 192 с.
4. Оптико-структурный машинный анализ изображений / под ред. К.А. Яновского. – М.: Машиностроение, 1984. – 278 с.
5. Лившиц Н.А. Вероятностный анализ систем автоматического управления / Н.А. Лившиц, В.Н. Пугачёв. – М.: Сов. радио, 1963. – 896 с.
6. Корытин А.М. Автоматизация типовых технологических процессов и промышленных установок / А.М. Корытин. – К. – Одеса: Вища шк., 1980. – 373 с.
7. Поцелуев А.В. Статистический анализ и синтез сложних динамических систем / А.В. Поцелуев. – М.: Машиностроение. – 1984. – 205 с.
8. Измерение вероятностных характеристик случайных процессов с применением стохастических вычислительных устройств / под ред. В.Г. Корчагина. – Л.: Энергоатомиздат, 1982. – 128 с.
9. Акустическая эмиссия в экспериментальном материаловедении / под общ. ред. Н.А. Семашко. – М.: Машиностроение, 2002. – 240 с.

Поступила в редакцию 28.08.09.
Рецензент: д-р техн. наук, проф. Я.С. Карпов, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», г. Харьков