УДК 629.75.33.06

В.Т. Абрамов, канд. техн. наук,
В.А. Матусевич,
В.Н. Павленко, канд. техн. наук,
А.В. Шехов

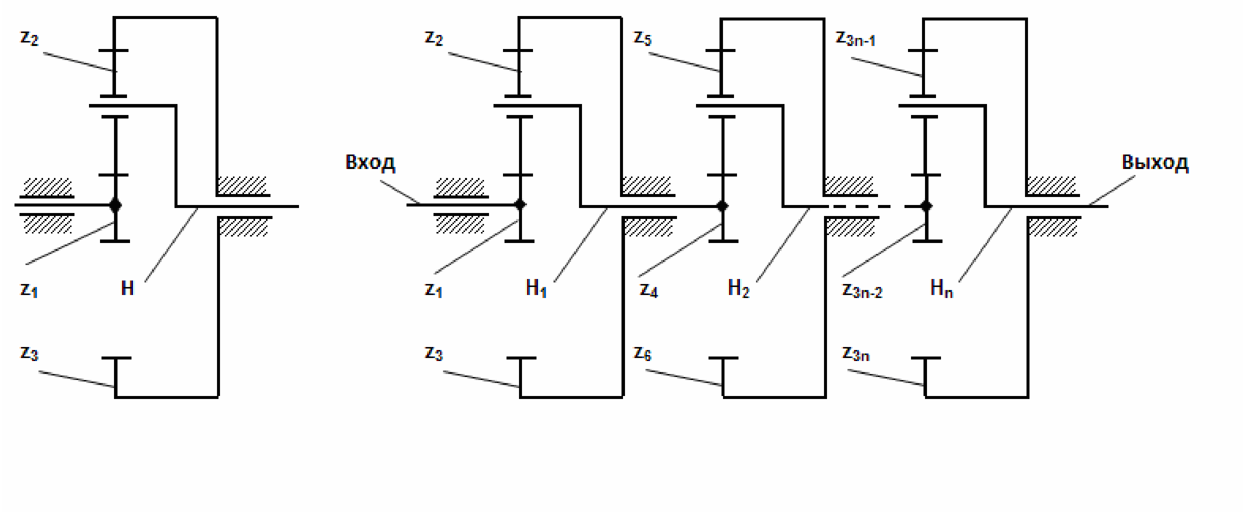
СИНТЕЗ МНОГОСТУПЕНЧАТЫХ ПЛАНЕТАРНЫХ МЕХАНИЗМОВ С МИНИМАЛЬНЫМ МЕРТВЫМ ХОДОМ

Проектирование многоступенчатых планетарных механизмов - многовариантная задача, решение которой выполняют, как правило, путем последовательного приближения к требуемым техническим условиям. В основном это связано с различным распределением общего передаточного отношения по ступеням такого механизма. Поэтому с целью ограничения возможных вариантов конструкции проектируемого механизма принимают ряд дополнительных требований по ее оптимизации. Например, для приводов, используемых в системах управления летательных аппаратов, работающих в старт-стопном режиме, такими требованиями являются быстродействие, масса привода и точность. Дополнительные требования могут быть противоречивыми друг другу. Качество выбора оптимальной конструкции проектируемого механизма зависит от применяемой методики ее оптимизации.

Исследованию точности планетарных механизмов посвящено достаточно много работ, в частности [1 – 4]. В работе [2] рассмотрены постановки задач оптимизации планетарных механизмов по многим критериям, в том числе по критерию точности. Но в этой работе не приводится описание методики оптимизации по критерию точности применительно к синтезу многоступенчатых планетарных механизмов. Аналогичное замечание относится и к работе [4].

Цель работы - разработка методики синтеза многоступенчатого планетарного механизма с минимальным значением угловой погрешности, вызванной боковыми зазорами в зубчатых зацеплениях, приведенной к выходному звену механизма. При этом оптимальный синтез должен учитывать возможные значения передаточных отношений отдельных ступеней механизма.

Поставленная задача была решена для многоступенчатого планетарного механизма типа $\overline{AI}\times\ldots\times\overline{AI}$, который получил широкое распространение в практике создания приводов для летательных аппаратов. Элементарная ступень рассматриваемого механизма (планетарная передача типа $\overline{AI}$) и схема его построения показаны на рис. 1, а и рис. 1, б соответственно. На этом же рисунке приведены обозначения зубчатых колес водил, используемые в данной работе. При этом число ступеней механизма равно n.



а б

Рисунок 1 – Кинематические схемы исследуемых механизмов

Величина мертвого хода зависит не только от величин боковых зазоров в зубчатых зацеплениях, но и от кинематических параметров механизмов. Применительно к элементарной ступени механизма (рис. 1, а) в работе [1] показано, что угловая погрешность $\Delta\varphi_{б.з.H}$, вызванная боковыми зазорами в зацеплениях, приведенная к водилу механизма, определяется зависимостью

$$\Delta\varphi_{б.з.H} = \frac{1}{500 \cdot \cos\alpha \cdot m \cdot z_1 \cdot u_1} \cdot \left(j_{n\max(1-2)} + j_{n\max(2-3)}\right), \qquad (1)$$

где α, m - угол и модуль зацепления;

$u_1 = 1 + \frac{z_3}{z_1}$ - передаточное отношение механизма;

z_1, z_3 - числа зубьев подвижного и неподвижного центральных колес механизма;

$j_{n\max(1-2)}$, $j_{n\max(2-3)}$ - вероятные максимальные боковые зазоры в зацеплениях 1-2 и 2-3 соответственно.

Величину вероятного максимального бокового зазора в зубчатом зацеплении рассчитывают по формуле [1]

$$j_{n\max} = j_{n\min} + T_{jn} - j_{nt}, \qquad (2)$$

где $j_{n\min}$ - гарантированный боковой зазор;

T_{jn} - допуск на боковой зазор;

j_{nt} - изменение бокового зазора за счет температурной деформации.

Некоторые стандарты, в частности ГОСТ 1642-81, дают готовые расчетные величины $j_{n\max}$ без учета температурной деформации. Эти величины и были использованы в данной работе при анализе мертвого хода многоступенчатых планетарных механизмов.

Вероятный максимальный боковой зазор $j_{n\max}$ зависит от чисел зубьев колес, входящих в зацепление, модуля зацепления, степени точности и вида сопряжения зубчатых колес.

Введем относительную (безразмерную) угловую погрешность

$$\overline{\Delta\varphi}_{б.з.H} = \Delta\varphi_{б.з.H} \cdot 500 \cdot \cos\alpha = \frac{\Phi_1}{d_1 u_1}, \tag{3}$$

где $\Phi_1 = j_{n\max(1-2)} + j_{n\max(2-3)}$;

$d_1 = m z_1$ - диаметр делительной окружности центрального колеса z_1.

Зависимость (3) для любой ступени многоступенчатого планетарного механизма типа $\overline{AI} \times ... \times \overline{AI}$ (рис. 1, б) задаем в виде

$$\overline{\Delta\varphi}_{б.з.H_i} = \frac{\Phi_i}{d_{3i-2} u_i}, \tag{4}$$

где i - номер ступени многоступенчатого планетарного механизма.

Суммарную относительную угловую погрешность $\overline{\Delta\varphi}_{\Sigma б.з.H_n}$, вызванную боковыми зазорами в зубчатых зацеплениях, приведенную к выходному водилу H_n многоступенчатого планетарного механизма типа $\overline{AI} \times ... \times \overline{AI}$ находим следующим образом

$$\begin{aligned}
\overline{\Delta\phi}_{\Sigma б.з.H_n} &= \frac{\overline{\Delta\phi}_{б.з.H_1}}{u_2 \cdot u_3 \cdot ... \cdot u_n} + \frac{\overline{\Delta\phi}_{б.з.H_2}}{u_3 \cdot u_4 \cdot ... \cdot u_n} + ... + \overline{\Delta\phi}_{б.з.H_n} = \\
&= \frac{\Phi_1}{d_1 \cdot u_1 \cdot u_2 \cdot ... \cdot u_n} + \frac{\Phi_2}{d_4 \cdot u_2 \cdot u_3 \cdot ... \cdot u_n} + ... + \frac{\Phi_n}{d_{3n-2} \cdot u_n} = \\
&= \frac{1}{u_\Sigma}\left(\frac{\Phi_1}{d_1} + \frac{\Phi_2}{d_4} u_1 + ... + \frac{\Phi_n}{d_{3b-2}} u_1 \cdot u_2 \cdot ... \cdot u_{n-1}\right) = \\
&= \frac{1}{u_\Sigma}\left(\frac{\Phi_1}{d_1} + \sum_{i=2}^{n}\left(\frac{\Phi_i}{d_{3i-2}} \prod_{j=1}^{i} u_j\right)\right),
\end{aligned} \tag{5}$$

где $u_{\Sigma} = \prod_{i=1}^{n} u_i$ - общее передаточное отношение многоступенчатого планетарного механизма.

В соотношении (5) параметры $\frac{\Phi_i}{d_{3i-2}}$ зависят от передаточного отношения u_i. Тогда суммарную относительную угловую погрешность $\overline{\Delta\varphi}_{\Sigma б.з.H_n}$ можно рассматривать как безразмерную функцию, зависящую от передаточных отношений всех ступеней многоступенчатого планетарного механизма, т.е. $\overline{\Delta\varphi}_{\Sigma б.з.H_n} = \overline{\Delta\varphi}_{\Sigma б.з.H_n}(u_1, u_2, ..., u_n)$.

Итак, значение суммарной относительной угловой погрешности $\overline{\Delta\varphi}_{\Sigma б.з.H_n}$ при заданном общем передаточном отношении u_{Σ} зависит от распределения передаточных отношений u_i по ступеням многоступенчатого планетарного механизма. При этом оптимальное распределение передаточных отношений u_i, при котором значение величины $\overline{\Delta\varphi}_{\Sigma б.з.H_n}$ будет минимальным, следует находить из заданного диапазона возможных передаточных отношений одной элементарной ступени (рис. 1, а) многоступенчатого планетарного механизма.

Алгоритм нахождения минимальных значений параметров $\frac{\Phi_i}{d_{3i-2}}$ следующий. Для ряда значений u_i в диапазоне его рационального существования [2] подбирают возможные варианты чисел зубьев z_1, z_2 и z_3. Затем с помощью таблиц стандарта СЭВ 642-77 для этих чисел зубьев при различных значениях модуля зацепления m вычисляют значения параметра $\frac{\Phi_i}{d_{3i-2}}$. Результаты вычислений сводят в таблицу, которая для некоторых результатов вычислений приведена в табл. 1.

Анализ данных табл. 1 показывает, что для заданного значения модуля зацепления m_j значения параметра $\frac{\Phi_i}{d_{3i-2}}$ с достаточной точностью описываются следующей зависимостью:

$$\left(\frac{\Phi_i}{d_{3i-2}}\right)_{\min} = a_j + b_j \cdot u \,. \qquad (6)$$

Таблица 1

Степень точности				8			
Сопряжение				F			
u	z_1	z_2	z_3	Модуль m, мм			
				0,2	0,4	0,6	0,8
3,0	36	18	72	15,1	7,7	6,68	5,3
	90	45	180	6,97	3,95	3,3	2,7
4,0	60	60	180	9,4	5,8	5,2	3,9
5,0	44	67	178	13,34	7,9	6,92	5,3
7,0	30	75	180	19,6	11,4	9,2	7,6
8,0	25	74	173	23,5	12,8	11,0	9,14

Значения параметров a_j и b_j из (6) находили методом регрессионного анализа. В табл. 2 приведены значения этих коэффициентов для тех значений модулей m_j, которые указаны в табл. 1.

Таблица 2

Коэффициент	Модуль m, мм			
	0,2	0,4	0,6	0,8
a_j	-3,32	-1,03	-0,81	-1,21
b_j	3,33	1,76	1,49	1,29

Подставив соотношение (6) в формулу (5) после несложных преобразований получим

$$\overline{\Delta\varphi}_{\Sigma б.з.H_n} = \frac{1}{u_\Sigma}\left(a_1 + b_n u_\Sigma + (a_n + b_{n-1})\frac{u_\Sigma}{u_n} + \sum_{i=1}^{n-2}\left((a_{i+1} + b_i)\prod_{j=1}^{i} u_j\right)\right). \quad (7)$$

Оптимальное распределение передаточных отношений ступеней многоступенчатого планетарного механизма находим для случая, когда все зубчатые колеса механизма выполнены с одинаковым модулем. Тогда соотношение (7) примет вид

$$\overline{\Delta\varphi}_{\Sigma б.з.H_n} = \frac{1}{u_\Sigma}\left(a + b u_\Sigma + (a + b)\sum_{i=1}^{n-1}\left(\prod_{j=1}^{i} u_j\right)\right). \quad (8)$$

Из (8) следует, что суммарная относительная угловая погрешность $\overline{\Delta\varphi}_{\Sigma б.з.H_n}$ будет минимальной, когда выполнено условие

$$\sum_{l=1}^{n-1}\left(\prod_{j=1}^{i} u_j\right) \to \min . \qquad (9)$$

Данное условие выполнимо при максимально возможном передаточном отношении u_n последней ступени механизма.

Алгоритм оптимального распределения передаточного отношения механизма u_Σ по его ступеням следующий. Определяют число ступеней механизма n из соотношения

$$\frac{\lg u_\Sigma}{\lg u_{\max}} \le n \le \frac{\lg u_\Sigma}{\lg u_{\min}}, \qquad (10)$$

где $[u_{\min}, u_{\max}]$ - заданный диапазон возможных значений передаточного отношения одной ступени (рис. 1, а).

Исходя из заданных передаточного отношения u_Σ и диапазона значений $[u_{\min}, u_{\max}]$ на основе графика, показанного на рис. 2, определяют соответствующую подобласть, в которую попадает величина u_Σ. Если она попадает в первую подобласть (I), то оптимальным будет следующее распределение

$$u_n = \frac{u_\Sigma}{u_{\min}^{n-1}}, \mathrm{u}_1 = u_2 = ... = u_{n-1} = u_{\min} . \qquad (11)$$

В случае попадания в третью подобласть (III) оптимальным распределением будет такое:

$$u_1 = \frac{u_\Sigma}{u_{\max}^{n-1}}, \mathrm{u}_2 = u_3 = ... = u_n = u_{\max} . \qquad (12)$$

Если передаточное отношение u_Σ соответствует второй подобласти (II), то передаточное отношение последней ступени назначают по формуле

$$u_n = u_{\max} . \qquad (13)$$

Тогда общее передаточное отношение оставшихся ступеней механизма будет равно

$$u_{1,n-1} = \prod_{i=1}^{n-1} u_i = \frac{u_{\Sigma}}{u_{\max}}. \qquad (14)$$

Затем проверяют, в какую подобласть нового графика, подобного приведенному на рис. 2, но построенного при новом значении числа ступеней, равного $n-1$, попадает передаточное отношение $u_{1,n-1}$. Найденная подобласть определит одно из оптимальных распределений (11) – (14).

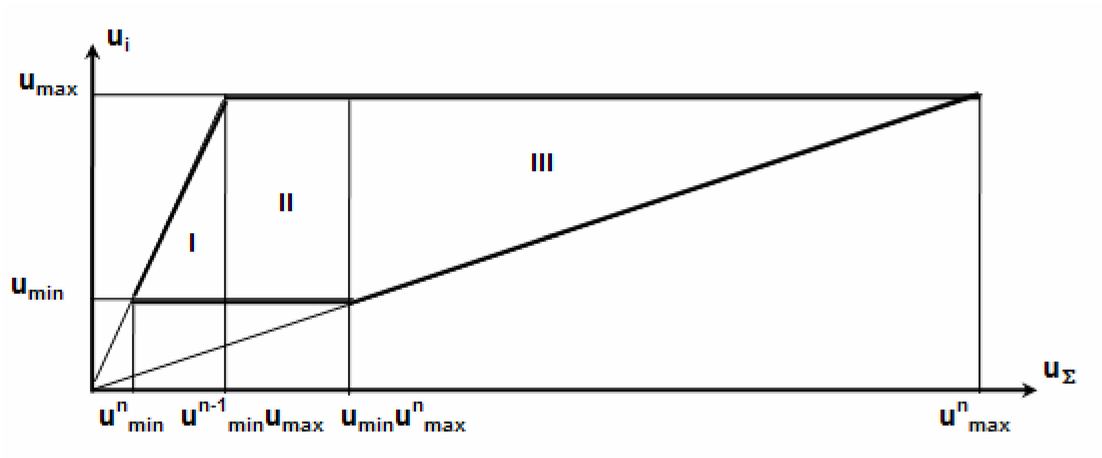


Рисунок 2 – Область существования передаточного отношения элементарной ступени многоступенчатого планетарного механизма

После того как выполнено распределение общего передаточного отношения u_{Σ} по ступеням многоступенчатого планетарного механизма, подбирают числа зубьев z_{3i-2} так, чтобы они были максимальными для каждого значения u_i.

Приведем результаты применения рассмотренной методики синтеза применительно к следующей задаче синтеза многоступенчатого планетарного механизма типа $\overline{AI} \times ... \times \overline{AI}$. Заданы: общее передаточное отношение механизма $u_{\Sigma} = 2720$; диапазон возможных значений передаточного отношения одной ступени механизма $[u_{\min} = 3, u_{\max} = 7]$; модуль зацепления зубчатых колес механизма $m = 0{,}4\,мм$.

Требуемое общее передаточное отношение механизма реализуемо пятью ступенями, т.е. $n = 5$. Из табл. 2 для значения модуля

$m = 0{,}4\,мм$ находим значения коэффициентов аппроксимации вида (6): $a = -1{,}03$; $b = 1{,}76$.

В результате реализации алгоритма, заданного соотношениями (11) – (14), получим следующее распределение передаточных отношений по ступеням механизма: $u_5 = 7, u_4 = 7, u_3 = 6, u_2 = 3, u_1 = 3$. Полученное распределение дает общее передаточное отношение механизма $\tilde{u}_\Sigma = 2646$.

Ошибка обеспечения требуемого значения общего передаточного отношения механизма составила 2,7%. Из приведенного распределения видно, что пришлось два раза использовать решение по формулам (13) – (14).

Были выбраны следующие числа зубьев: z_1=z_4=90; z_2=z_5=45; z_3=z_6=180; z_7=36; z_8=72; z_9=180; z_{10}=z_{13}=30; z_{11}=z_{14}=75; z_{12}=z_{15}=180. Число сателлитов для каждой ступени было принято равным 3.

Выводы

На основе подходов анализа точности простых планетарных механизмов, выполненных в работах [1 – 4], разработана методика синтеза многоступенчатых планетарных механизмов, для которых обеспечивается минимальное значение величины мертвого хода, приведенной к выходному звену механизма. Оптимальное распределение общего передаточного отношения механизма по его ступеням находят с учетом диапазонов возможных значений передаточных отношений отдельных ступеней.

Список использованных источников

1. Добежа Ю.И. Точность мелкомодульных зубчатых зацеплений: учеб. пособие / Ю.И. Добежа, В.А. Ткаченко. – Х.: Харьк. авиац. ин-т, 1983. - 95 с.

2. Ткаченко В.А. Проектирование планетарных механизмов, оптимальных по динамическим характеристикам: учеб. пособие по курс. и дипл. проектированию / В.А. Ткаченко, В.Т. Абрамов, М.Д. Коровкин – Х.: Харьк. авиац. ин-т, 1983. – 110 с.

3. Техническая механика (курсовое проектирование) / В.А. Ткаченко, В.Т. Абрамов, Ю.И. Добежа, А.А. Сухобрус. – Х.: Харьк. авиац. ин-т, 1999. - 140 с.

4 Ткаченко В.А. Планетарные механизмы (оптимальное проектирование) / В.А. Ткаченко. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т “Харьк. авиац. ин-т”, 2003. – 446 с.

Поступила в редакцию 25.05.2010 г.
Рецензент: д-р техн. наук, проф. П.Д. Доценко, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков