

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ УМОВ НАВАНТАЖЕННЯ КОЛІННОГО СУГЛОБА В САГІТАЛЬНІЙ ПЛОЩИНІ

Проф. О. М. Хвисьук, К. Б. Пустовойт, М. Ю. Карпінський*, О. Д. Карпінська*

Харківська медична академія післядипломної освіти,
*ДУ «Інститут патології хребта та суглобів ім. проф. М. І. Сітенка НАМНУ»,
м. Харків

На основі розгляду графічної моделі навантаження колінного суглоба в сагітальній площині, а також шляхом побудови графіків залежності сил, що діють у суглобі під час руху, визначено основні параметри колінного суглоба, що впливають на його навантаження і сприяють його руйнуванню.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УСЛОВИЙ НАГРУЗКИ КОЛЕННОГО СУСТАВА В САГИТАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ

Проф. А. Н. Хвисьук, Е. Б. Пустовойт, М. Ю. Карпинский*,
Е. Д. Карпинская*

На основе рассмотрения графической модели нагрузки коленного сустава в сагитальной плоскости, а также путем построения графиков зависимости сил, действующих в суставе при движении, определены основные параметры коленного сустава, влияющие на его нагрузку и способствующие его разрушению.

MATHEMATICAL MODELING OF THE KNEE JOINT IN CONDITIONS OF LOADING IN THE SAGITTAL PLANE

A. N. Khvisyuk, E. B. Pustovoyt, M. Ju. Karpynsky*,
E. D. Karpynskaya*

On the basis of consideration of graphic model of loading of knee-joint in a sagittal plane, and also by the construction of the graphs of dependence of forces of operating in a joint at motion the basic parameters of knee-joint, influencing on his loading and cooperant to his destruction, are certain.

Проблема діагностики та лікування остеоартрозу колінного суглоба продовжує хвилювати як хворих, так і лікарів [1, 2]. Велику кількість цієї патології складають спадково схильні його форми, у яких на перший план виходять порушення форми кісткових структур суглоба та порушення біомеханіки суглоба з подальшим його руйнуванням [3, 5].

Загальноновизнаними стали уявлення про те, що біомеханіка — це наука, котра перебуває поміж біологічними та медичними науками та, водночас, підпорядкована таким технічним наукам, як фізика, математика (з розділами теорії катастроф і теоретичної механіки) та певною мірою пов'язана з наукою про опір матеріалів. Її складником є біомеханіка руху.

Не втратила значення думка про те, що лікар може правильно виконувати ортопедичні заходи тільки в тому разі, коли він дійсно за своєї механіку суглобів та м'язів. Якщо він цих

знань не має, то залишається лише техніком, який діє за схемою і неспроможний прийняти доцільне рішення в більш складних випадках.

Усвідомлюючи широкомасштабність значення біомеханічних методів дослідження у проблемі спадково схильних захворювань колінного суглоба та розвитку диспластичного гонартрозу, ми використовували їх на всіх етапах розвитку цієї складної проблеми. У цьому розділі ми вирішуємо тільки ті питання біомеханіки, які пов'язані з діагностикою стану колінного суглоба в сагітальній площині та їхньої залежності від форми та деяких параметрів суглоба.

Мета роботи — розробити математичну модель колінного суглоба, яка описує його роботу в сагітальній площині.

МАТЕРІАЛИ ТА МЕТОДИ

Для реалізації вказаної мети ми застосували метод графо-математичного аналізу

розрахунків сил, що діють у колінному суглобі, з побудовою графіків залежності цих сил від деяких параметрів колінного суглоба в сагітальній площині. Розрахунки виконували за методами курсу опору матеріалів [4].

РЕЗУЛЬТАТИ ТА ЇХНЄ ОБГОВОРЕННЯ

Розглянемо роботу колінного суглоба в сагітальній площині під час підняття гомілки з вагою на її дистальному кінці (рис. 1).

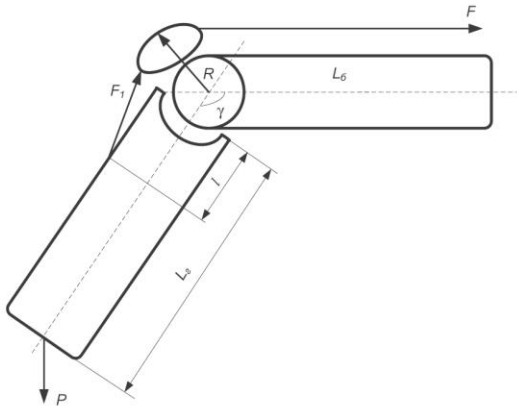


Рис. 1. Розрахункова схема роботи колінного суглоба в сагітальній площині під час підняття гомілки з вагою на її дистальному кінці

З метою спрощення розрахунку сил, схему (рис. 1) можна поділити на дві прості розрахункові. Перша схема відображає гомілку у вигляді важеля першого типу (рис. 2).

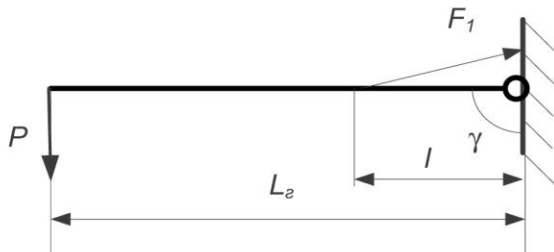


Рис. 2. Розрахункова схема роботи гомілки

На цій схемі подано балку довжиною L_2 , яка має шарнірне закріплення. На вільний кінець балки діє вага величиною P . Утримувальну силу F_1 прикладено на відстані l (відстань від надколінка до великої горбистості) від шарніру. Величина утримувальної сили F_1 залежить від кута γ нахилу гомілки до горизонтальної осі.

Розрахуймо величину сили F_1 , необхідну для утримання системи в рівновазі. Відповідно до законів механіки, система перебуває в рівновазі,

коли сума всіх сил та сума моментів, що діють у системі, дорівнює 0. Запишемо рівняння рівності моментів для нашої розрахункової схеми:

$$\sum M = PL_2 - F_1 l \sin \gamma = 0, \tag{1}$$

де P — вага, прикладена до гомілки;
 L_2 — довжина гомілки;
 l — відстань від надколінка до великої горбистості;
 F_1 — сила дії м'язів.

З рівняння (1) виразимо величину сили F_1 , необхідну для утримання гомілки:

$$F_1 = P \frac{L_2}{l \sin \gamma}. \tag{2}$$

Отримане рівняння (2) дозволяє побудувати графік залежності величини сили F_1 , необхідної для утримання гомілки, від величини відстані між надколінком і великою горбистістю. Для побудови графіка приймаємо, що величина ваги P дорівнює 1 Н ($P=1$ Н), величину відстані між надколінком і великою горбистістю l беремо у відсотках від довжини гомілки L_2 (рис. 3).

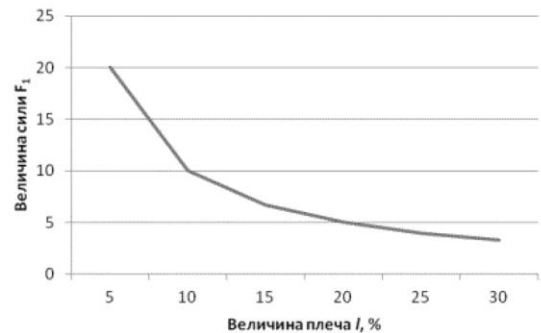


Рис. 3. Графік залежності величини сили F_1 , необхідної для утримання гомілки, від величини відстані між надколінком і великою горбистістю

Графік (рис. 3) наглядно показує, що величина сили, необхідної для утримання гомілки, перебуває у протилежній залежності від величини плеча її дії, тобто від відстані між надколінком і великою горбистістю. Інакше кажучи, що більшою є величина плеча дії сили, то менша величина зусилля необхідна для утримання гомілки.

Друга розрахункова схема моделює безпосередньо колінний суглоб, що можна уявити у вигляді блока, через який перекинута тяга (рис. 4).

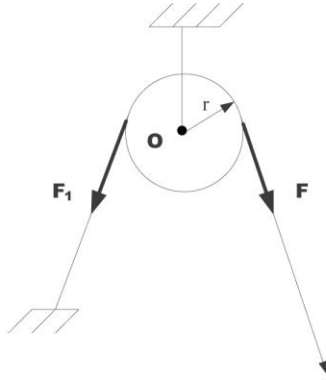


Рис. 4. Розрахункова схема роботи колінного суглоба

Це блок, радіусом r , через який за допомогою надколінка перекинута тяга, на котру, з одного боку, діє розгинач стегна силою F , з іншого — вага гомілки, яку замінюємо силою F_1 , величину якої ми розраховували за допомогою попередньої схеми.

Розрахуємо величину сили F , необхідну для утримання системи в рівновазі. Відповідно до законів механіки, система перебуває в рівновазі, коли сума всіх сил та сума моментів, що діють у системі, дорівнює 0. Запишемо рівняння рівності моментів для нашої розрахункової схеми:

$$\sum M = F_1 l \sin \gamma - Fr = 0, \quad (3)$$

де r — відстань від надколінка до центру обертання.

Розв'язавши це рівняння, одержимо вираз (4) для визначення величини сили F :

$$F = F_1 \frac{l}{r} \sin \gamma. \quad (4)$$

Можна дійти висновку, що чим більшими є радіус дії надколінка та його відстань від великої горбистості, тим менше величина зусилля розгинача стегна, необхідна для підняття гомілки.

Якщо підставити значення величини сили F_1 із рівняння (2) до рівняння (3), можна отримати загальний вираз величини м'язового зусилля під час піднімання гомілки:

$$F = P \frac{L_2}{rl \sin \gamma}. \quad (5)$$

Отриманий вираз (5) дозволяє визначити величину сили чотиригодового розгинача стегна, необхідну для втримання ваги гомілки,

залежно від радіусу обертання надколінка та відстані надколінка від великої горбистості (рис. 4).

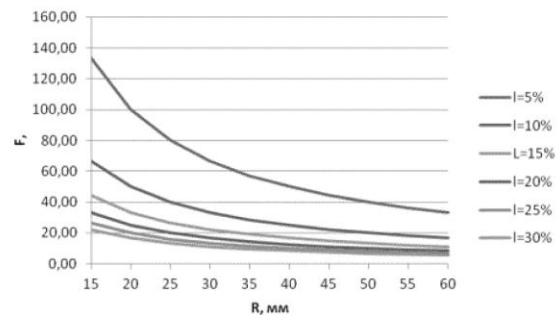


Рис. 5. Графік залежності зусилля, створюваного м'язом, залежно від радіуса обертання надколінка та відстані надколінка від великої горбистості

Як показано на графіку, збільшення радіусу обертання надколінка та його відстані від великої горбистості призводить до зниження величини зусилля чотиригодового розгинача стегна, необхідну для втримання ваги гомілки.

На підставі розрахункової схеми (рис. 5) та результатів виконаного розрахунку величин дійових сил можна виконати розрахунок величини сили, яка діє на надколінок у сагітальній площині (рис. 6). Для вирішення цього завдання в загальному вигляді виконуємо додавання сил, що діють на блок.

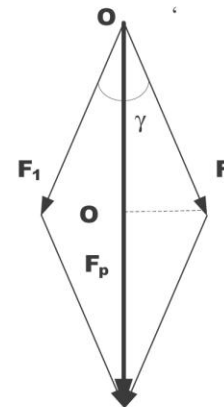


Рис. 6. Схема додавання векторів сил, що діють на надколінок

У результаті додавання векторів сил методом паралелограма отримуємо вислідну силу F_p . Спробуймо визначити, як залежить величина цієї сили від кута γ згинання колінного суглоба.

Згідно з теоремою косинусів, величина вислідної сили F_p буде визначатися так:

$$F_p^2 = F^2 + F_1^2 - 2FF_1 \cos(\pi - \gamma). \quad (6)$$

З рівняння (3) виразимо величину сили F_1 через величину сили F :

$$F_1 = F \frac{r}{l}. \quad (7)$$

Підставимо значення сили F_1 із рівняння (7) до рівняння (6), у результаті отримаємо:

$$F_p^2 = F^2 + F^2 \frac{r^2}{l^2} - 2FF \frac{r}{l} \cos(\pi - \gamma). \quad (8)$$

Після спрощення рівняння (8) матиме вигляд

$$F_p^2 = F^2 \frac{r}{l} \left(\frac{r}{l} - 2 \cos(\pi - \gamma) \right). \quad (9)$$

Ураховуючи тригонометричні перетворення, у закінченому вигляді величина вислідної сили визначиться так:

$$F_p = F \sqrt{\frac{r}{l} \left(\frac{r}{l} + 2 \cos \gamma \right)}. \quad (10)$$

Побудуємо графік залежності величини сили F_p , що діє на надколінок у сагітальній площині від кута згинання коліна та радіуса обертання надколінка в результаті дії одиначної сили F ($F=1$ Н) (рис. 7).

Як показано на графіку, сила, що притискає надколінок під час розгинання колінного суглоба, може перевищувати зусилля, які розвиває чотириголовий розгинач стегна, від 2 до 7 разів.

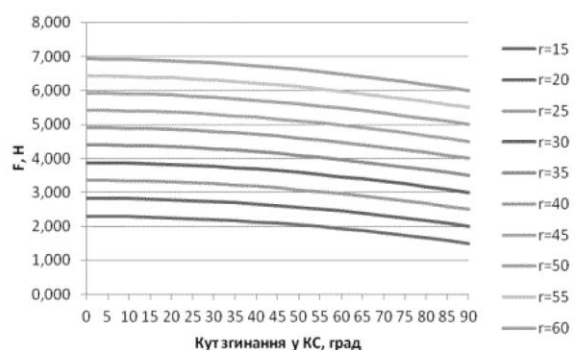


Рис. 7. Графік залежності величини сили, що діє на надколінок у сагітальній площині, від кута згинання коліна та радіуса обертання надколінка

ВИСНОВКИ

1. Величина сили, необхідної для утримання гомілки, перебуває в протилежній залежності від величини плеча її дії, тобто від відстані між надколінком і великою горбистістю.

2. Що більше радіус дії надколінка та його відстань від великої горбистості, то менше величина зусилля розгинача стегна, яка необхідна для підняття гомілки.

3. Збільшення радіуса обертання надколінка та його відстані від великої горбистості призводить до зниження величини зусилля чотириголового розгинача стегна, необхідного для втримання ваги гомілки.

4. Радіус обертання надколінка та його відстань від великої горбистості мають важливе значення для умов навантаження колінного суглоба та надколінка.

Подальшим перспективним дослідженням буде верифікація отриманих даних на клінічних прикладах із подальшим їх використанням для планування хірургічного лікування.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Зазірний І. М. Сучасні погляди на етіологію і патогенез остеоартрозу / І. М. Зазірний // Лікар. справа. — 2003. — № 2. — С. 7–12.
2. Корж Н. А. Остеоартроз — подходы к лечению / Н. А. Корж, В. А. Филиппенко, Н. В. Дедух // Вісн. ортопедії, травматології та протезування. — 2004. — № 3. — С. 75–78.
3. Корж Н. А. Прогноз прогрессирования остеоартроза коленного сустава / Н. А. Корж, М. Л. Головаха, Б. С. Гавриленко [и др.] // Ортопед. травматол. — 2010. — № 2 — С. 28–34.
4. Писаренко Г. С. Справочник по сопротивлению материалов / Г. С. Писаренко, А. П. Яковлев, В. В. Матвеев ; отв. ред. Г. С. Писаренко. — 2-е изд. перераб., доп. — К. : Наук. думка, 1988. — 736 с.
5. Сіменач Б. І. Артроз з позиції теорії причинності / Б. І. Сіменач, О. П. Бабуркіна, П. І. Снісаренко [та ін.] // Ортопед. травматол. — 2003. — № 2 — С. 135–143.