

Шифрин Б.М.

Кировоградская летная академия
Национального авиационного университета,
г. Кировоград, Украина
E-mail: b_shifrin@mail.ru

О ТРЕНИИ НА ПНЕВМОКОЛЕСЕ ПРИ ЧИСТОМ УВОДЕ

УДК 629.3.015.5

На основе синтеза идей основной аналитической модели установившегося увода деформируемого пневмоколеса и теории поликомпонентного сухого трения твердых тел предложена модификация основной модели, которую можно рассматривать как распространение теории поликомпонентного сухого трения на случай увода деформируемого пневмоколеса. Предложена поправка к основной модели, касающаяся расположения пятна контакта, которая позволила объяснить эффект трения качения, а также улучшить согласование теоретических и экспериментальных данных.

Ключевые слова: трение, пневмоколесо, чистый увод.

Введение

Пневмоколесные машины (автомобили, мотоциклы, самолеты, автопоезда и т.д.) являются неотъемлемыми элементами современных транспортных систем. Многочисленные дорожно-транспортные и неординарные летные происшествия, а также потребность повышения ресурса и комфортабельности указывают на актуальность совершенствования математических моделей их движения, важной составной частью которых является модель физико-механического взаимодействия катящихся пневмоколес с опорной поверхностью. По-видимому, трудности, возникающие при рассмотрении именно этой части, привели к тому, что решения многих насущных задач динамики пневмоколесных машин далеки от требуемой глубины (с достижениями и проблемами механики шин можно познакомиться в капитальном труде [1]). В настоящей статье рассматривается качение *упругого* пневмоколеса в режиме чистого установившегося увода и на основе синтеза идей, положенных в основу построения основной аналитической модели увода [2, 3] и теории поликомпонентного сухого трения [4], предлагается модификация упомянутой модели.

В общем случае качения пневмоколеса в пятне его контакта с опорной поверхностью образуются зоны адгезии и скольжения (далее вместо «пятно контакта с опорной поверхностью» пишем «пятно»). При достаточно больших углах увода зона адгезии отсутствует и потому для описания сил и моментов трения правомочно использовать теорию поликомпонентного сухого трения. В [4] эта теория применена для изучения явления шимми *жестких* колес, исходя из допущений, что (а) пятно имеет форму окружности, а (б) распределение нормальных напряжений подчиняется закону Г. Герца. В [2, 3] приведена модель, работающая, в частности, при установившемся чистом уводе пневмоколеса, которая в [3] признана *основной аналитической моделью установившегося увода*. Авторы работ [2, 3] полагали, что (в) пятно контакта имеет форму прямоугольника, а (г) действие нормальной силы обуславливает распределенную по закону параболы силу. Допущение (г) не согласуется с классическим для теоретической механики рассуждением о трении при качении деформируемого колеса (к примеру, [5]) и существенно расходится с экспериментальными данными для высоких скоростей движения пневмоколеса [6].

Актуальность данной работы обусловлена:

- потребностью сопоставления результатов моделирования, полученных с помощью основной аналитической модели установившегося увода, и ее модификации, построенной при предположениях (а) и (б);

- необходимостью более полного учета закона распределения нормальной силы.

Предложенную в данной работе модификацию модели [2, 3] будем называть *модифицированной аналитической моделью установившегося чистого увода*.

Сведения об основной аналитической модели увода

Полагаем, что ось пневмоколеса совершает заданное движение в плоскости, параллельной опорной (рис. 1):

$$X_C = V_C t, Z_C = W_C(t),$$

где C – центр масс оси и одновременно всего снаряженного пневмоколеса,
 t – время в секундах.

Плоскость диска пневмоколеса и опорную плоскость считаем взаимно перпендикулярными.

Как было оговорено, ограничиваемся случаем *установившегося* увода, т.е. принимаем:

$$\dot{V}_C = \text{const}; \quad \dot{W}_C = \text{const}, V_C \gg W_C.$$

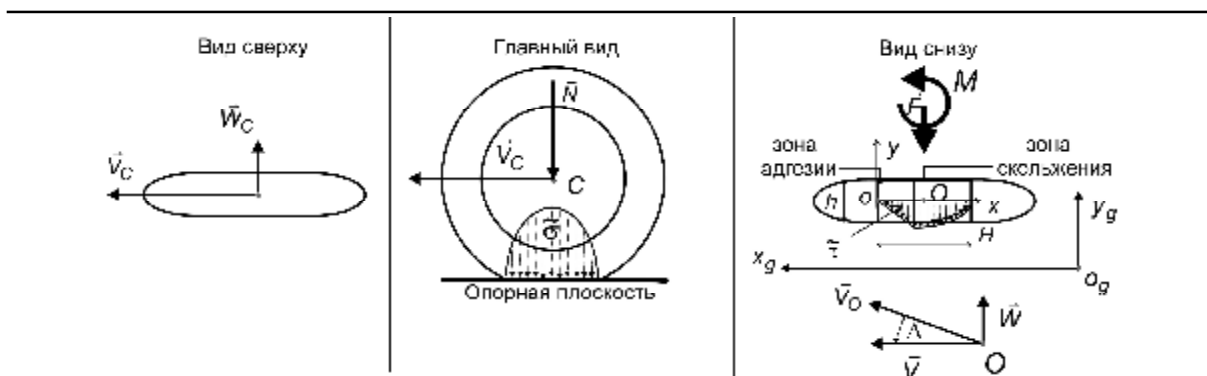


Рис. 1 – К описанию основной модели установившегося чистого увода

Другим ограничением является требование отсутствия продольного скольжения, при выполнении которого увод называют *чистым*.

Вернемся к рис. 1: $o_g x_g y_g$ – связанная с опорной плоскостью система координат; oxu – связанная с пятном система координат; H, h и O – размеры и центр пятна; \dot{V}_O – вектор скорости точки O ; \dot{V}, \dot{W} – продольная и поперечная составляющие вектора \dot{V}_O , соответственно, $\dot{V} = \dot{V}_C$ и $\dot{W} = \dot{W}_C$; $\Delta \approx W/V$ – угол увода; F – поперечная сила трения; M – момент вращения сил трения, который в механике шин называют восстанавливающим (такое название обусловлено тем, что, как это видно из рисунка, момент стремится развернуть пневмоколесо так, чтобы угол увода уменьшился); $N = \text{const}$ – нормальная сила на ось пневмоколеса, которую считаем намного большей его веса.

Модель [2, 3] описывает, в частности, компоненты трения F, M при установившемся чистом уводе. Ее адекватность проверялась на основе экспериментальных данных [7, 8]. Опишем модель [2] в нужном нам формате и в форме близкой к [9].

Считаем, что вдоль линии ox на опорную плоскость действует распределенная сила, интенсивность которой равна:

$$\tilde{\sigma} = \tilde{\sigma}(x), [\tilde{\sigma}] = H/m, N = \int_0^H \tilde{\sigma}(x) dx. \quad (1)$$

Элементарные массы пневмоколеса принимают участие в переносном движении вместе с центром масс C , а также во вращательном движении вокруг его оси. При наличии увода в пятне возникают касательные напряжения $\tau(x, y)$, направленные вдоль оси ou , которые обуславливают распределенную силу интенсивностью $\tilde{\tau}(x)$, $[\tilde{\tau}] = H/m$. Ее статическими эквивалентами являются поперечная сила трения:

$$F = \int_0^H \tilde{\tau}(x) dx \quad (2)$$

и восстанавливающий момент:

$$M = \int_0^H \tilde{\tau}(x)(x - H/2) dx = \int_0^H \tilde{\tau}(x)x dx - FH/2. \quad (3)$$

При записи (1) - (3) принимаем, что касательное напряжение $\tau(x, y)$, действующее противоположно оси ou в точках $x > H/2$, способствует появлению положительной силы F и момента M .

Представим исходные положения модели [2] более полно, чем во введении:

1. Если $\Delta \leq \Delta_{cr}$, то пятно включает зоны адгезии и скольжения (рис. 1), Δ_{cr} – критический угол увода. Первая из них прилегает к оси ou и уменьшается по мере увеличения угла увода. Как только $\Delta > \Delta_{cr}$, то в пятне происходит лишь скольжение.

2. В области адгезии:

$$\tilde{\tau}(x) = \tilde{\tau}_a(x) = k_{**}\Delta x, \quad (4)$$

где $k_{**} = \text{const}$ – коэффициент жесткости шины, $[k_{**}] = H/m^2$.

3. В области скольжения:

$$\tilde{\tau}(x) = \tilde{\tau}_c(x) = \mu(\Delta)\tilde{\sigma}(x). \quad (5)$$

Зависимость $\mu(\Delta)$ часто принимают в виде:

$$\mu = \mu_0 - \mu_1 \Delta, \quad (6)$$

где μ_0, μ_1 – положительные коэффициенты, получаемые на основе экспериментов;

$$\mu_i = \text{const}, i = 0, 1.$$

4. Интенсивность $\tilde{\sigma}(x)$ распределена по закону параболы:

$$\tilde{\sigma} = 6NH^{-2}x(1 - x/H), \quad \tilde{\sigma}_{\max} = \tilde{\sigma}(H/2) = 1,5N/H. \quad (7)$$

5. Длину адгезии x_a нужно находить из условия:

$$\tilde{\tau}_a(x_a) = \tilde{\tau}_c(x_a). \quad (8)$$

В настоящей работе, как и в [3], для упрощения полагаем:

$$\mu \neq \mu(\Delta) = \mu_0. \quad (9)$$

Приняв во внимание положения (1) – (9), находим:

$$\begin{cases} F(\Delta) = F_{\leq}(\Delta) = \mu_0 N f_F(\Delta), \Delta \leq \Delta_{cr}; \\ F(\Delta) = F_{>}(\Delta) = \text{const} = \mu_0 N, \Delta > \Delta_{cr} \end{cases} \quad (10)$$

и

$$\begin{cases} M(\Delta) = M_{\leq}(\Delta) = \frac{1}{2} \mu_0 N H f_M(\Delta), \Delta \leq \Delta_{cr}; \\ M(\Delta) = M_{>}(\Delta) = \text{const} = 0, \Delta > \Delta_{cr}, \end{cases} \quad (11)$$

где $f_F(\Delta), f_M(\Delta)$ – безразмерные функции угла увода, которые запишем через промежуточный аргумент $\Delta_{**} = \Delta_{**}(\Delta)$:

$$f_F(\Delta_{**}) = \Delta_{**}(3 - 3\Delta_{**} + \Delta_{**}^2) \quad \text{и} \quad f_M(\Delta_{**}) = \Delta_{**}(1 - 3\Delta_{**} + 3\Delta_{**}^2 - \Delta_{**}^3),$$

где

$$\Delta_{**} = \Delta / \Delta_{cr}, \quad \Delta_{cr} = (6\mu_0 N) / (k_{**} H^2); \quad (12)$$

$$\bar{S}_a^{осн} = S_a^{осн} / (Hh) = 1 - \Delta_{**}, \quad (13)$$

где $S_a^{осн}$ – площадь зоны адгезии по версии основной модели увода.

Далее величины k_{**}, Δ_{**} будем именовать коэффициентом жесткости 1-го рода и относительным углом увода 1-го рода, соответственно.

Модифицированная (предлагаемая) модель чистого увода

На рис. 2 показан вид сверху на предлагаемую модель увода. Полагаем, что:

- пятно имеет вид круга радиуса R , его центр O (рис. 2) смещен по направлению движения на расстояние Re , а нормальное напряжение распределено по площади пятна согласно закону Г. Герца;

- путем варьирования значений R, e, σ_{\max} (где σ_{\max} – максимальное нормальное напряжение или нормальное напряжение в центре) удастся достаточно точно аппроксимировать реальное распределение нормальных напряжений и форму пятна.

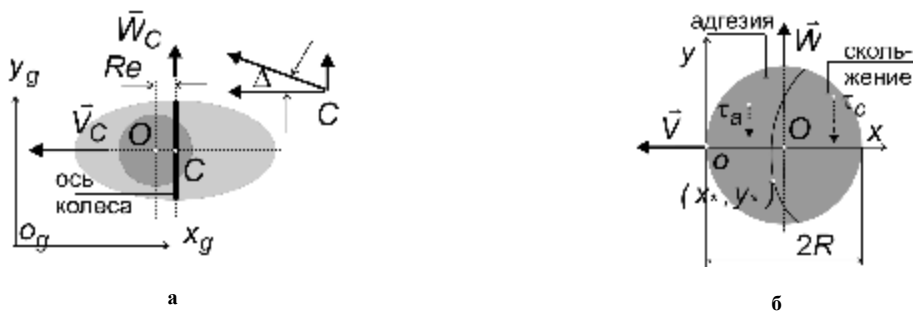


Рис. 2 – Модифицированная модель установившегося чистого увода

Общая задача ставится так: при известных величинах V_C, R, e, σ_{\max} и механических постоянных шины расчетным путем определить компоненты трения F и M ; полученные результаты сопоставить с основной аналитической моделью увода.

Представим исходные положения для построения предлагаемой модели:

1. В области адгезии:

$$\tau(x, y) = \tau_a(x) = k_* \Delta x, \quad (14)$$

где $k_* = \text{const}$ – коэффициент жесткости 2-го рода, $[k_*] = H / M^3$.

2. В области скольжения:

$$\tau(x, y) = \tau_c(x, y) = \mu_0 \sigma(x, y). \quad (15)$$

3. Напряжения $\sigma(x, y)$ распределены по закону:

$$\sigma(x, y) = \sigma_{\max} \sqrt{1 - \frac{y^2 + (R-x)^2}{R^2}}, \quad \sigma_{\max} = \frac{3N}{2\pi R^2}. \quad (16)$$

4. Границу областей адгезии и скольжения следует находить из условия неразрывности напряжений:

$$\tau_a(x_*, y_*) = \tau_c(x_*, y_*). \quad (17)$$

Приступим к построению модели.

Приняв во внимание (14) - (16), из условия (17) получим уравнение границы зон адгезии и скольжения:

$$\bar{y}_* = \bar{y}_*(\bar{x}_*, \Delta_*) = \sqrt{2\bar{x}_* - (1 + \Delta_*^2)\bar{x}_*^2}, \quad (18)$$

где $\bar{y}_* = y_* / R$; $\bar{x}_* = x_* / R$; $\bar{x}_* \in [0; \bar{x}_0]$, $\bar{x}_0 = 2 / (1 + \Delta_*^2) \leq 2$; $\bar{y}_* \in [-1; 1]$;

$$\Delta_* = \Delta / \Delta', \quad \Delta' = \frac{3\mu_0 N}{2\pi k_* R^3} \quad (19)$$

относительный угол увода 2-го рода.

Найдем функции $F[\Delta_*(\Delta)], M[\Delta_*(\Delta)]$.

Из (18) видим, что графики функций $\bar{y}_*(\bar{x}_*, \Delta_*)$ симметричны относительно оси абсцисс. На рис. 3а они приведены для положительных \bar{y}_* и десяти выборочно назначенных значений относительного угла увода Δ_* . Уточним: кривая «1» построена для $\Delta_* = \Delta = 0$ и совпадает с контуром пятна; кривая «2» соответствует значению $\Delta_* = 0,5$, а последующие кривые получены для значений $\Delta_* = 1,0; 1,5; \dots 4,5$. Рис. 3, б иллюстрирует уменьшение относительной площади зоны адгезии по мере роста относительного угла увода:

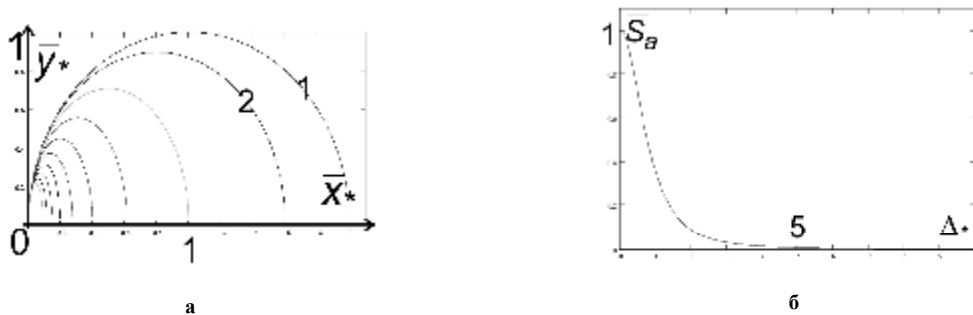


Рис. 3 – Зоны адгезии и скольжения

$$\bar{S}_a = S_a^\theta / (\pi R^2) = (1 + \Delta_*^2)^{-3/2}, \quad (20)$$

где S_a^θ – площадь зоны адгезии по версии модифицированной модели увода.

К результату (20) приходим, используя определенный интеграл №855.51 [10].

Найдем поперечную силу трения и восстанавливающий момент, исходя из выражений:

$$\begin{cases} F(\Delta_*) = \iint_D \tau(x, y, \Delta_*) dD; \\ M(\Delta_*) \equiv M_c(\Delta_*) = M_o(\Delta_*) - F(\Delta_*)e; \\ M_o(\Delta_*) = \iint_D \tau(x, y, \Delta_*)(x - R) dD = \iint_D \tau(x, y, \Delta_*) x dD - F(\Delta_*)R, \end{cases} \quad (21)$$

где D – область пятна;

M_o – момент относительно его центра.

Представим выражения (21) в "рабочем" виде (рис. 4):

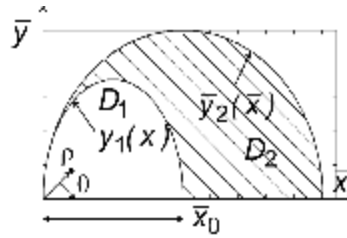


Рис. 4 – К определению интегралов (21)

$$\begin{cases} F(\Delta_*) = 2 \sum_{i=1}^3 J_i^F(\Delta_*); M_o(\Delta_*) = 2 \sum_{i=1}^3 J_i^M(\Delta_*) - F(\Delta_*)R, \end{cases} \quad (22)$$

где $J_i^F = \iint_{D_i} \tau(x, y) dD_i$ и $J_i^M = \iint_{D_i} \tau(x, y) x dD_i$.

Приведем двойные интегралы к повторным, а также выполним элементарные преобразования:

$$\begin{cases} J_1^F / R^2 = \int_0^{\bar{x}_0} d\bar{x} \int_0^{\bar{y}_1(\bar{x})} \tau_a(\bar{x}, \bar{y}) d\bar{y}; \\ J_2^F / R^2 = \int_0^{\bar{x}_0} d\bar{x} \int_{\bar{y}_1(\bar{x})}^{\bar{y}_2(\bar{x})} \tau_c(\bar{x}, \bar{y}) d\bar{y}; \\ J_3^F / R^2 = \int_{\bar{x}_0}^2 d\bar{x} \int_0^{\bar{y}_2(\bar{x})} \tau_c(\bar{x}, \bar{y}) d\bar{y}, \end{cases}$$

где

$$\bar{y}_1(\bar{x}, \Delta_*) \equiv \bar{y}_*(\bar{x}, \Delta_*); \bar{y}_2(\bar{x}) \equiv \bar{y}_*(\bar{x}, \Delta_* = 0);$$

$$\tau_a(\bar{x}, \bar{y}) = \tau_a(\bar{x}) = \mu_0 \sigma_{\max} \Delta_* \bar{x}; \quad \tau_c(\bar{x}, \bar{y}) = \mu_0 \sigma_{\max} \sqrt{2\bar{x} - \bar{x}^2 - \bar{y}^2};$$

$$\begin{cases} J_1^M / R^3 = \int_0^{\bar{x}_0} d\bar{x} \int_0^{\bar{y}_1(\bar{x})} \tau_a(\bar{x}, \bar{y}) \bar{x} d\bar{y}; \\ J_2^M / R^3 = \int_0^{\bar{x}_0} d\bar{x} \int_{\bar{y}_1(\bar{x})}^{\bar{y}_2(\bar{x})} \tau_c(\bar{x}, \bar{y}) \bar{x} d\bar{y}; \\ J_3^M / R^3 = \int_{\bar{x}_0}^2 d\bar{x} \int_0^{\bar{y}_2(\bar{x})} \tau_c(\bar{x}, \bar{y}) \bar{x} d\bar{y}. \end{cases}$$

Обозначим:

$$J_i^F / R^2 = \pi \mu_0 \sigma_{\max} \cdot f_i^F(\Delta_*), i = 1, 2, 3 \text{ и } J_i^M / R^3 = \pi \mu_0 \sigma_{\max} \cdot f_i^M(\Delta_*), i = 1, 2, 3.$$

Находим:

$$f_1^F(\Delta_*) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta_*}{(1 + \Delta_*^2)^{5/2}}; \quad f_3^F(\Delta_*) = \frac{2}{3} \cdot (1 + \Delta_*^2)^{-3} - (1 + \Delta_*^2)^{-2} + \frac{1}{3}$$

$$\text{и } f_1^M(\Delta_*) = \frac{5}{8} \cdot \frac{\Delta_*}{(1 + \Delta_*^2)^{7/2}}; f_3^M(\Delta_*) = -\frac{4}{3} \cdot (1 + \Delta_*^2)^{-3} + (1 + \Delta_*^2)^{-4} + \frac{1}{3}.$$

Функции $f_2^F(\Delta_*)$, $f_2^M(\Delta_*)$ найдем, используя маткад-программу:

$$f_2^F = \int_0^{\bar{x}_0} \Phi(\bar{x}, \Delta_*) d\bar{x}, \quad f_2^M = \int_0^{\bar{x}_0} \bar{x} \Phi(\bar{x}, \Delta_*) d\bar{x},$$

где

$$\Phi(\bar{x}, \Delta_*) = \frac{1}{2} \bar{y}_2^2(\bar{x}) - \frac{1}{\pi} \bar{y}_1(x, \Delta_*) \sqrt{\bar{y}_2^2(\bar{x}) - \bar{y}_1^2(x, \Delta_*)} - \frac{1}{\pi} \bar{y}_2^2(\bar{x}) \arcsin\left(\frac{\bar{y}_1(x, \Delta_*)}{\bar{y}_2(x)}\right).$$

Введем в рассмотрение вспомогательную функцию:

$$F_-(\Delta_*) / (\pi \mu_0 \sigma_{\max} R^2) = F(\Delta_*) / (\pi \mu_0 \sigma_{\max} R^2) - 2f_2^F(\Delta_*),$$

а также обозначения:

$$\begin{aligned} F(\Delta_*) / (\pi \mu_0 \sigma_{\max} R^2) &= \bar{F}(\Delta_*), \\ F_-(\Delta_*) / (\pi \mu_0 \sigma_{\max} R^2) &= \bar{F}_-(\Delta_*), \\ M_o(\Delta_*) / (\pi \mu_0 \sigma_{\max} R^3) &= \bar{M}_o(\Delta_*). \end{aligned}$$

Сопоставив графики функций $F(\Delta_*)$ и $\bar{F}_-(\Delta_*)$, увидим, что:

$$dF(\Delta_*) / d\Delta|_{\Delta=0} = dF_-(\Delta_*) / d\Delta|_{\Delta=0}. \quad (23)$$

Обстоятельство (23) будем использовать в следующем параграфе.

Остановимся на влиянии параметра e на восстанавливающий момент. Функции $M(\Delta_*)|_{e=0}$ и $M(\Delta_*)|_{e \neq 0}$ отличаются поведением вблизи стационарной точки, а также при больших углах увода, эти отличия приближают теоретические кривые к экспериментальным. При $\Delta_* \rightarrow \infty$ функция $M(\Delta_*)|_{e=0}$ стремится к нулю, а функция $M(\Delta_*)|_{e \neq 0} \rightarrow$ к значению $M(\Delta_* \rightarrow \infty) = \text{const} = -\mu_0 N \text{Re}$.

Сопоставление основной и модифицированной аналитических моделей увода

Приняв во внимание (16), находим, что коэффициент

$$\pi \mu_0 \sigma_{\max} R^2 = \frac{3}{2} \mu_0 N. \quad (24)$$

Введем обозначения:

$$\begin{aligned} F(\Delta_*) / (\mu_0 N) &= \frac{3}{2} \bar{F}(\Delta_*) = \varphi_F(\Delta_*), \\ M_o(\Delta_*) / (\mu_0 N R) &= \frac{3}{2} \bar{M}_o(\Delta_*) = \varphi_M(\Delta_*), \\ M(\Delta_*) / (\mu_0 N R) &= \frac{3}{2} \bar{M}_o(\Delta_*) - \varphi_F(\Delta_*) e = \varphi_M^e(\Delta_*). \end{aligned}$$

Используя (12) и (19), установим отношение приведенных углов 1-го и 2-го рода:

$$\Delta_* / \Delta_{**} = \frac{\Delta_{cr}}{\Delta'} = \frac{4\pi k_* R^3}{k_{**} H^2}.$$

Производная $dF / d\Delta|_{\Delta=0}$ является основной механической характеристикой шины при ее уводе и именуется коэффициентом увода K_{y6} . С учетом (23) имеем:

$$3\mu_0 N \cdot d[f_1^F(\Delta_*) + f_3^F(\Delta_*)] / d\Delta|_{\Delta=0} = \mu_0 N \cdot df_F(\Delta_{**}) / d\Delta|_{\Delta=0}.$$

Отсюда следует $k_{**} H^2 = 2\pi k_* R^3$. Таким образом:

$$\Delta_{**} = \frac{1}{2} \Delta_*. \quad (25)$$

Будем полагать, что:

$$R = \frac{1}{2} H. \quad (26)$$

Равенство (26) оправдано тем, что при принятии (16) и (26) интенсивность распределенных нормальных сил вдоль оси ox , $x \in [0, 2R]$ (рис. 2, б) окажется совпадающей с законом параболы (7).

Соотношения (25) и (26) дают возможность построить графики $f_F(\Delta_*)$ и $f_M(\Delta_*)$, а соотношение (25) позволяет построить график функции $\bar{S}_a^{ocn}(\Delta_*)$. На рис. 5 сопоставлены результаты полу-

ченные с помощью основной (утолщенные пунктирные линии) и модифицированной (тонкие сплошные линии) аналитических моделей увода; функция $\Phi_M^e(\Delta_*)$ построена для $e = 0,005$.

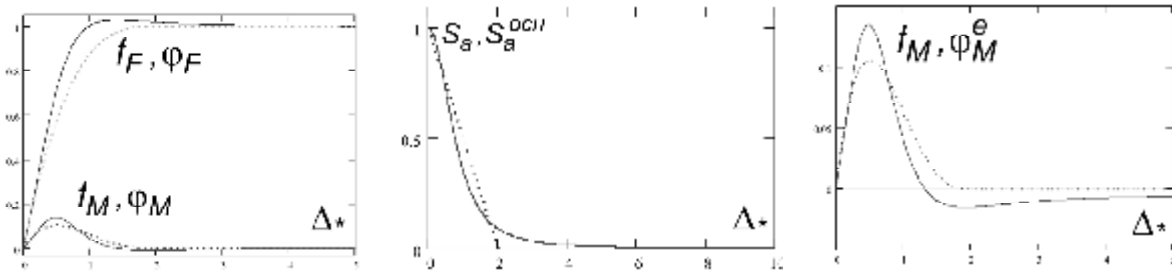


Рис. 5 – Сопоставление результатов основной и модифицированной моделей

Для завершенности предлагаемой модели приведем формулу, связывающую коэффициент жесткости k_* с коэффициентом увода $K_{ув}$, значения которого либо известны, либо могут быть получены с помощью известных экспериментальных методик:

$$k_* = K_{ув} / (\pi R^3).$$

Выводы

1. Синтезируя допущения, принимаемые в основной аналитической модели увода и в теории поликомпонентного сухого трения, а также, внося поправку о расположении пятна, построена модифицированная аналитическая модель чистого увода пневмоколеса; поправка имеет задачей объяснить эффект трения качения. Полученную модель можно рассматривать как результат распространения теории поликомпонентного сухого трения твердых тел на случай качения с установившимся чистым уводом упругого пневмоколеса.

2. Построены графики зависимости поперечной силы и восстанавливающего момента от углов увода для широкого (вообще говоря, произвольного) диапазона изменения аргумента; для воспроизведения момента пришлось прибегнуть к численному нахождению определенного интеграла. Графики, полученные с помощью основной и модифицированной моделей, отличаются незначительно (рис. 5).

3. Предложенная модель допускает несколько более полное отражение законов нормального нагружения пятна, чем основная аналитическая модель увода.

Частично в формате тезисов материал статьи докладывался на 2 - ой международной научно-практической конференции «Управление высокоскоростными движущимися объектами и профессиональная подготовка операторов сложных систем» в ноябре 2013 г. в Кировоградской летной академии НАУ.

Литература

1. Pacejka H.B. Tyre and vehicle dynamics / H.B. Pacejka. – Butterworth-Heinemann, 2006. – 642 pp.
2. Gim G. An analytic model of pneumatic tires for vehicle dynamic simulations. Part 1: Pure slips /G. Gim, P.E. Nikravesh// Int. J. of Vehicle Design. – 1990. – V.11, №6. – P. 589 - 618.
3. Pacejka H.B. Shear force development by pneumatic tires in steady-state conditions. A review of modeling aspects / H.B. Pacejka, R.S. Sharp// Vehicle system dynamics. – 1991. – Vol.20, № 3-4. – P. 121 - 176.
4. Андронов В.В. Сухое трение в задачах механики / В.В. Андронов, В.Ф. Журавлев/ М.; Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2010. – 184 с.
5. Костарев А.В. Сопротивление движению колеса / А.В. Костарев // Вестник научно-технического развития, 2010. – №2(30). – С. 40-43.
6. Кнороз В.И. Работа автомобильной шины/ В.И. Кнороз. – М.: Транспорт, 1976. – 238 с.
7. Sakai H. Theoretical and experimental studies on the dynamic properties of tires, Part 2: Experimental investigation of rubber friction and deformation of a tire / H. Sakai// Int. J. of Vehicle Design. – 1981. – Vol.2, № 2. – P.182 - 226.
8. Sakai H. Theoretical and experimental studies on the dynamic properties of tires, Part 4: Investigations of the influences of running conditions by calculation and experiment / H. Sakai // Int. J. of Vehicle Design, 1982. – Vol.3, № 3. – P. 333 - 375.
9. Плахтиенко Н.П. Одноступенная модель колебаний опоры шасси самолета/ Н.П. Плахтиенко, Б.М. Шифрин //Техн. механика. –2006. –№1. – С.16 - 25.
10. Двайт Г.Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы: пер. с англ. /Г.Б. Двайт. – М.: Наука. – 1977. – 228 с.

Поступила в редакцию 28.08.2014

Shifrin B.M. About friction on air wheels with pure slip.

Based on synthesis of ideas of the basic analytical model (BAM) of steady slip of a deformable air wheels and the theory of multicomponent dry friction (TMDF) of solids, the article proposes a modification of BAM, which can be regarded as an extension of TMDF on the case of deformable air wheels. The article rejects BAM assumptions about the shape of contact patch and the normal distributed force and replaces them with the assumptions of a TMDF model — it is assumed that the contact patch is a circle, and the normal stress corresponds to Hertz law. In addition, the article proposes an amendment to BAM concerning the location of contact patch. This allowed to explain the effect of rolling friction and improve coordination of theoretical and experimental data. Two-dimensional boundaries of zones of adhesion and friction are built for different angles of slip. The article compares dependence charts (i) of the area of adhesion zone, (ii) lateral friction and restoring moment (iii) on slip angle, obtained on the basis of the BAM and the modified model — the observed differences were found insignificant.

Keywords: friction, air wheels, pure slip.

References

1. Pacejka H.B. Tyre and vehicle dynamics. Butterworth-Heinemann, 2006. 642 p.
2. Gim G. An analytic model of pneumatic tires for vehicle dynamic simulations. Part 1: Pure slips. G. Gim, P.E. Nikraves. Int. J. of Vehicle Design. 1990. V.11, №6. P. 589 - 618.
3. Pacejka H. B. Shear force development by pneumatic tires in steady-state conditions. A review of modeling aspects. H. B. Pacejka, R. S. Sharp. Vehicle system dynamics. 1991. Vol.20, № 3-4. P. 121 - 176.
4. Andronov V.V. Suhoe trenie v zadachah mehaniki. V. V. Andronov, V. F. Zhuravlev/ M.; Izhevsk: NITs «Regulyarnaya i haoticheskaya dinamika», Institut kompyuternykh issledovaniy, 2010. 184 pp.
5. Kostarev A.V. Soprotivlenie dvizheniyu koleasa. Vestnik nauchno-tehnicheskogo razvitiya, 2010. №2 (30). P. 40 - 43.
6. Knoroz V. I. Rabota avtomobilnoy shinyi. M.: Transport, 1976. 238 pp.
7. Sakai H. Theoretical and experimental studies on the dynamic properties of tires, Part 2: Experimental investigation of rubber friction and deformation of a tire. Int. J. of Vehicle Design. 1981. Vol.2, № 2. P. 182 - 226.
8. Sakai H. Theoretical and experimental studies on the dynamic properties of tires, Part 4: Investigations of the influences of running conditions by calculation and experiment. Int. J. of Vehicle Design, 1982. Vol.3, № 3. P. 333 - 375.
9. Plahtienko N. P. Odnostepennaya model kolebaniy oporyi shassi samoleta. N. P. Plahtienko, B.M. Shifrin. Tehn. mehanika. 2006. №1. P.16 - 25.
10. Dwight H. B. Tables of integrals and other mathematical data. NY: The Macmillan Company. 1961. – 228 pp.