

УДК 621.822.681.2:369.64

**В.І. Марчук**, д-р техн. наук., проф.,  
**Л.М. Равенець**, аспірант, **С.О. Приступа**, аспірант,  
*Луцький національний технічний університет, м. Луцьк, Україна*  
Тел./Факс: +38 (050)569-46-03; E-mail: [ylar21@mail.ru](mailto:ylar21@mail.ru)

## ДО МОДЕЛЮВАННЯ ЕКСПЛУАТАЦІЙНИХ ХАРАКТЕРИСТИК РОЛИКОПІДШИПНИКІВ

*Експлуатаційні властивості підшипників кочення залежать не тільки від якості матеріалу заготовок і розмірів складових деталей, а й від мікрогеометричних параметрів робочих поверхонь як то параметрів хвилястості та шорсткості доріжок кочення. В роботі розглядається методика моделювання вібрації підшипника та порівняння значень параметрів вібрації отриманих розрахунковим шляхом за допомогою математичного моделювання та шляхом експериментальних досліджень на віброакустичній установці DVK.*

*Наведена методика моделювання використовується для прогнозування віброакустичних підшипників на стадії характеристик технологічного проектування.*  
**Ключові слова:** *вібропереміщення, віброшвидкості, віброприскорення.*

**1. Вступ.** Моделювання вібрацій будь-якої коливної системи передбачає розв'язок двох основних питань: по-перше, виявлення джерел та параметрів віброзбурення, тобто інформацію про сили, що викликають вібрацію; по-друге, про визначення динамічних властивостей коливної системи. В цьому зв'язку розглянемо вібрацію зовнішнього кільця роликів підшипника під час його випробування на віброакустичній установці DVK [3].

**2. Основний зміст.** Опис постановки задачі про віброзбурення, що генерується роликівими підшипниками з технологічними похибками доріжок кочення кілець і роликів типу хвилястості в умовах осьового навантаження підшипника розглядається в [2]. Розв'язок задачі визначає зв'язок між спектрами хвилястості кілець і роликів з одного боку, і спектрами осьових, радіальних і кутових віброзбурень, що генеруються роликівими підшипниками, з іншого. Відповідні залежності для радіальних віброзбурень (спектр першого наближення) представлені в табл.1. На основі цілого ряду проведених експериментальних і теоретичних досліджень нами було встановлено, що радіальні віброзбурення викликають лише парні гармоніки хвилястості роликів і гармоніки хвилястості доріжок кочення кілець, номери яких відрізняються від кратних числу роликів  $z$  значень на  $\pm 1$ .

Опис задачі про динамічні властивості роликівими підшипників у складі приводної установки розглядається в [1]. Показано, що вібрація, яка реєструється давачем, розташованим на зовнішньому кільці роликівими підшипника, визначається коливаннями кільця, як абсолютно твердого тіла і його згинаючими коливаннями по перших формах, причому найбільш виражені резонанси, пов'язані із згинаючими коливаннями кільця. Отримана й експериментально перевірена наступна формула для власних частот коливань системи:

$$v_m^2 = \frac{5(m^2 - 1)^2}{36(1 + 1/m^2)} \tilde{v}_2^2 + \frac{\lambda}{1 + 1/m} \cdot \frac{C_x}{4\pi^2 M}, \text{кГц}^2,$$

де  $m$  - номер форми коливань ( $m=1$  відповідає коливанням кільця, як абсолютно твердого тіла);  $M$  – віброуюча маса, кг;  $\lambda=2$  при  $m \neq \frac{z}{2}q$ ;  $\lambda=0$  і  $\lambda=4$  при  $m = \frac{z}{2}q$ ;  $q=1,2,3,\dots$ ;  $\tilde{\nu}_2$  - власна частота другої форми згинаючих коливань вільного кільця, що розраховується за наступною наближеною формулою:

$$\tilde{\nu}_2^2 = 5,06 \cdot 10^3 \frac{D-d}{(D+d)^2}, \text{кГц}^2$$

де  $D, d$  - зовнішній і внутрішній діаметри зовнішнього кільця підшипника, мм;

$C_x$  - радіальна жорсткість підшипника, що розраховується по наступній наближеній формулі:

$$C_x = 3,75z^{2/3}D_p^{1/3} \sin^{5/3} \tau \text{ctg}^2 \tau (0,1F_0)^{1/3}, \text{Н/мкм},$$

де  $D_p$  – середній діаметр роликів, мм;  $F_0$  - осьове навантаження, Н.

Таблиця 1. Залежності для визначення радіальних вібрацій роликів підшипника

Елемент, що викликає збурювання	Номер гармоніки похибки	Частота збурювання	Амплітуда збурювання
Зовнішнє кільце	$\lambda = qz \pm 1$	$(\lambda \pm 1)\omega_1$	$C_x \alpha_\lambda$
Внутрішнє кільце	$x = qz \pm 1$	$\xi \omega_3 \pm \omega_1$	$C_x \alpha_x$
Ролик	$\xi = 2k$	$x\omega_2 \pm \omega_1$	$\frac{C_x}{\cos \tau} \sqrt{\frac{2}{\pi z}} \alpha_\xi$

У табл.1  $\lambda, \chi, \xi$  – номери гармонік хвилястості доріжки кочення зовнішнього кільця, внутрішнього кільця і ролика;  $\alpha_\lambda, \alpha_\chi, \alpha_\xi$  - амплітуди відповідних гармонік;  $C_c$  – радіальна жорсткість підшипника;  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  - кутові швидкості сепаратора відносно зовнішнього, внутрішнього кілець і ролика навколо власної осі.

Розглянемо радіальні коливання зовнішнього кільця, як абсолютно твердого тіла ( $m=1$ ). Якщо припустити, що амплітуди коливань малі щодо геометричного осьового натягу (для цього роликівий підшипник повинний бути навантажений досить великою осьовою силою  $F_0$ ), то систему можна вважати близькою до лінійної, рівняння радіальної вібрації кільця може бути представлене у вигляді:

$$\ddot{\chi} + 2h\dot{\chi} + \omega_p^2 \chi = \sum_j F_j \sin(\omega_j t + \Psi_j) / M, \quad (1)$$

де  $\chi$  - радіальне вібропереміщення кільця;

$\omega_p$  - власна частота,  $\omega_p^2 = (2\pi\nu_{m=1})^2 \cdot 10^6 = 10^6 K_\chi / M$ , рад/с;

$F_j, \omega_j, \psi_j$  – амплітуда, частота і фаза  $j$ -ої гармоніки віброзбурень, причому  $F_j$  і  $\omega_j$  зв'язані з хвилястістю доріжок кочення кілець і роликів залежностями, представленими в табл. 1.

Вібропереміщення зовнішнього кільця знаходиться розв'язком рівняння (1)

$$\chi = \sum_j F_j K_D(\omega_j) \sin(\omega_j t + \Psi'_j), \quad (2)$$

де  $K_D$  - коефіцієнт динамічності:

$$K_D(\omega_j) = \frac{1}{M \sqrt{(\omega_p^2 - \omega_j^2)^2 + 4h\omega_j^2}}. \quad (3)$$

Апаратні засоби для контролю вібрації – аналізатори спектра – влаштовані таким чином, що дозволяють контролювати середньоквадратичні значення вібропереміщень, віброшвидкостей чи віброприскорень. З огляду на середньоквадратичний характер підсумовування окремих гармонік, замість (2) варто використовувати наступні формули:

$$\hat{\chi} = \sqrt{\sum_j [F_j K_d(\omega_j)]^2}; \quad \hat{\chi} = \sqrt{\sum_j [F_j K_d(\omega_j) \omega_j]^2};$$

$$\hat{\chi} = \sqrt{\sum_j [F_j K_d(\omega_j) \omega_j]^2}; \quad (4)$$

де підсумовування ведеться за всіма  $j$ , для яких  $\omega_j$  попадає в розглянутий діапазон частот.

Розглянемо радіальні коливання зовнішнього кільця з врахуванням його вигину. Середньоквадратичне значення віброприскорення зовнішнього кільця будемо розраховувати аналогічно (4):

$$\hat{\chi} = \sqrt{\sum_j [F_j K_d(\omega_j) \omega_j]^2}; \quad (5)$$

де, однак, значення коефіцієнта динамічності  $K_d(\omega_j)$  будемо визначати не за формулою (3), а за наступною напівемпіричною залежністю:

$$\tilde{K}_d(\omega_j) = \sqrt{\sum_{m=1}^{\ell} \frac{1}{M_m^2 [(\omega_m^2 - \omega_j^2)^2 + (2h_m \omega_j^2)]}}. \quad (6)$$

Тут  $\omega_m$  – власна частота  $m$ -ої форми коливань зовнішнього кільця  $\omega_m^2 = (2\pi\nu_m)^2 \cdot 10^6$ ;

$M_m$  - коефіцієнт, що характеризує інерційні властивості кільця ( $M_{m=1}=M$  - маса кільця з приєднаними до нього елементами);

$h_m$  - коефіцієнт демпфірування  $m$ -ої форми коливань;

$q$  - число розглянутих форм коливань кільця.

У виразах для амплітуд гармонік віброзбурень  $F_j$  є постійний множник  $K_x$  – радіальна жорсткість роликів підшипника. Будемо вважати,

$$K_x / M_m = \omega_m^2,$$

що фізично виправдано для  $m=1$ , а для всіх інших значень  $m$  приймається гіпотетично. При цьому вираз для середньоквадратичного значення радіального віброприскорення кільця (5) буде мати вигляд:

$$\hat{\chi} = \sqrt{\sum_j A_j^2 \sum_{m=1}^{\ell} \frac{1}{[(\omega_m / \omega_j - 1)^2 + (2h_m \omega_j)^2]}}; \quad (7)$$

де  $A_j = F_j / K_x$ .

Моделювання амплітудного спектра віброприскорень роликів підшипника полягає в розрахунку значень  $\hat{\chi}$  за формулою (7) для кожної частотної смуги спектра, тобто в підсумовуванні по  $j$ -тих амплітуд гармонік віброприскорень, частоти  $\omega_j$  яких попадають у відповідну смугу спектра. Невідомі коефіцієнти демпфування  $h_m$  варто визначати в ході обчислювального експерименту шляхом порівняння результатів моделювання з результатами вимірювань і відповідного корегування значень  $h_m$ .

За формулою (7) визначають вібраційну модель роликів підшипника, пов'язуючи між собою два типи спектрів. На вході моделі - амплітудні спектри

технологічних похибок кілець  $\alpha_\lambda(\lambda)$ ,  $\alpha_\chi(\chi)$  і роликів  $\alpha_\xi(\xi)$ . Апаратним засобом вимірювання цих спектрів є кругломіри типу "Талиронд-73" з гармонійним аналізом круглограми.

Вихідним параметром моделі є амплітудний спектр радіальних віброприскорень зовнішнього кільця. Апаратними засобами вимірювання цього спектра є аналізатори спектра типів 2033 чи 2133 фірми "Брюль і К'єр" (Данія).

Основними труднощами, що виникають під час моделювання, є визначення амплітудних спектрів  $\alpha_\lambda(\lambda)$ ,  $\alpha_\chi(\chi)$  і  $\alpha_\xi(\xi)$ . Щоб задати ці спектри необхідно визначити амплітуди декількох десятків перших гармонік хвилястості поверхонь кілець і роликів, що на практиці виявити проблематично через обмежену точність існуючих кругломірів (0,005 мкм) і спаданні амплітуд гармонік похибок з ростом їхніх номерів.

У зв'язку з цим задати спектри похибок можливо, використовуючи регресійні залежності наступного виду [4]:

$$\alpha_\lambda = \alpha_1 / \lambda^{\beta_1}; \alpha_\chi = \alpha_2 / \chi^{\beta_2}; \alpha_\xi = \alpha_3 / \xi^{\beta_3}; \quad (8)$$

Коефіцієнти  $\alpha$  і  $\beta$  цих залежностей визначаються як коефіцієнти регресії шляхом статистичного оброблення результатів вимірювань профілів партій кілець і роликів і їхньої екстраполяції на високі номери гармонік, або на основі обчислювального експерименту шляхом порівняння результатів моделювання з результатами вимірювань спектрів вібрації конкретних роликів підшипників.

На основі такого підходу розроблені алгоритм і програма моделювання спектра радіальних віброприскорень зовнішнього кільця роликів підшипника в складі приводної установки "DVK" алгоритмічною мовою Бейсик. Приклад результатів моделювання спектра віброприскорень підшипника типу 7510 представлений на рис. 1а, на рис. 1б - експериментально встановлений спектр віброприскорень того ж підшипника, отриманий за допомогою аналізатора типу 2131 під час випробування підшипника в складі приводної установки DVK. Порівняння результатів моделювання з результатами вимірювання свідчить про їхню максимальну наближеність.

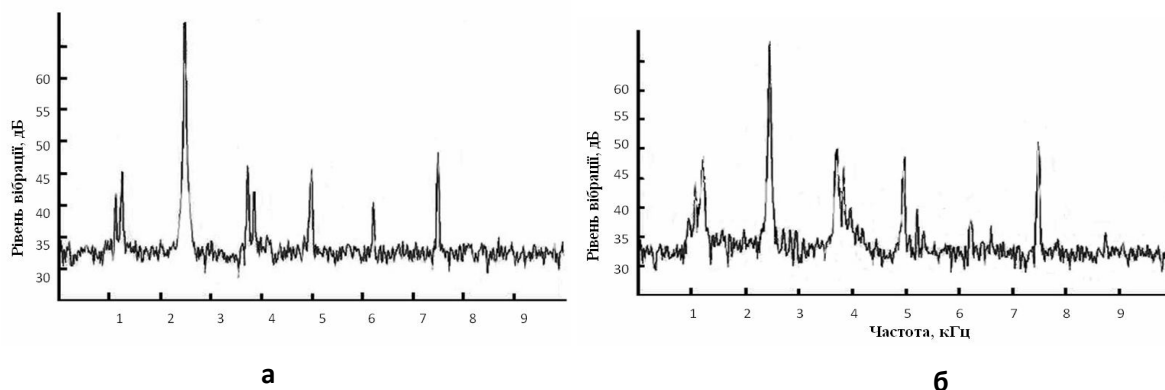


Рис. 1. Моделювання спектра віброприскорень

**3. Результати досліджень.** Проведено чисельне й експериментальне дослідження впливу частоти обертання на рівні вібрації підшипників типів 7505 і 7510 у стандартних октавних смугах частот і на загальний рівень вібрації в діапазоні частот 0-10 кГц. Моделювання спектрів вібрації в октавних смугах частот проводилося з використанням модифікації програми "DVK", вимірювання спектрів вібрації в

октавних смугах частот і загального рівня вібрації – на удосконаленій віброакустичній установці DVK, що забезпечує можливість регулювання частоти обертання в межах 600-3000 хв<sup>-1</sup>, з використанням аналізатора спектра типу 2131.

Аналіз результатів вимірювання спектрів віброприскорень роликів підшипників типів 7505 і 7510 дозволив одержати наступну регресійну залежність рівня вібрації від частоти обертання внутрішнього кільця:

$$A = A_0 \cdot N^{1,3}, \text{ м/с}^2, \quad (9)$$

де  $A_0$  - коефіцієнт, що залежить від конструкції і похибок підшипника, м/с<sup>2</sup> ;

$N$  - частота обертання, хв<sup>-1</sup>.

Результати моделювання в певній мірі залежать від значень коефіцієнтів  $\alpha$  і  $\beta$  (8), що апроксимує спектри похибок кілець і роликів. Безпосереднє визначення цих коефіцієнтів за результатами гармонійного аналізу круглограм виявилось неможливим у силу надзвичайно малих значень амплітуд високих гармонік спектрів похибок кілець і роликів високоточних підшипників. У той же час аналіз теоретичної моделі дозволив встановити наступну залежність між значеннями коефіцієнтів  $\beta$  залежностей (8) і ступенем залежності (9) рівня вібрації від частоти обертання кільця:

$$\delta = \beta - 0,5$$

У результаті для  $\delta=1,3$  маємо  $\beta=1,8$ .

Коефіцієнти  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  і  $\alpha_3$  вибиралися на основі чисельного експерименту, виходячи з того, щоб рівні вібрації, обумовленої похибками зовнішнього кільця, внутрішнього кільця і роликів, були приблизно однакові, а загальний рівень вібрації підшипників, одержаний у результаті моделювання, відповідав загальному рівню вібрації, який реєструється під час вимірювання.

Для наочності порівняння результати вимірювання і моделювання апроксимувалися різними видами регресійних залежностей з використанням стандартних підпрограм. Найкращий збіг з результатами експериментів і моделювання було отримано для регресійної залежності виду

$$y = a + b \ln x$$

Коефіцієнти кореляції регресійної залежності за результатами моделювання, а також регресійної залежності за результатами вимірювання близькі до одиниці. Відповідні регресійні залежності, а також дані моделювання й експериментів по трьох октавних смугах частот і загальному рівню вібрації представлені на рис. 2 На графіках значками + позначені результати моделювання, а значками 0 - результати вимірів.

Зіставлення представлених розрахункових і експериментальних залежностей свідчить про їхню максимальну наближеність, особливо в області високих частот. В області низьких частот результати моделювання і вимірювання узгоджуються значно гірше, ці недоліки пов'язані з тим, що у використаній програмі не враховується спектр вібрації першого наближення, який відіграє важливу роль в області низьких частот.

**4. Висновки.** Таким чином, за результатами виконаних досліджень можна констатувати:

- розроблений алгоритм і програма моделювання спектра віброприскорень зовнішнього кільця з врахуванням згинаючих коливань і різних відхилень основних параметрів доріжок і тіл кочення. Експериментальні дослідження підтвердили результати, отримані розрахунковим методом;

- отримана й експериментально перевірена формула розрахунку рівня вібрації при різних частотах обертання внутрішнього кільця.

Наведена методика моделювання вібрацій дозволяє прогнозувати експлуатаційні характеристики роликів підшипників ще на стадії механічного оброблення кілець та роликів за відомими параметрами хвилястості поверхонь кочення.

#### **Список літератури:**

1. Вибрация и шум подшипников качения: обзор / Бальмот В.Б., Самотин О.Н., Варламов Е.Б., Авдеев А.М. – М.: Цинтэиавтопром, 1987. – 125 с.
2. Журавлев В.Ф. Механика шарикоподшипников гироскопов / В.Ф. Журавлев, В.Б. Бальмот. – М.: Машиностроение, 1986. – 248 с.
3. Марчук В.І. Моделювання динамічної системи безцентрового врізного шліфування робочих поверхонь роликів підшипників / В.І. Марчук // Наукові нотатки. Міжвузівський збірник (за напрямом “Інженерна механіка”). – 2004. – Вип. 14. – 2004. – С. 187-198.
4. Струтинський В.Б. Математичне моделювання процесів та систем механіки: підручник / В.Б. Струтинський. – Житомир: ТІТІ, 2001. – 612 с.

Надійшла до редакції 30.01.2014

**В.И. Марчук, Л.Н. Равенец, С.О. Приступа**

#### **К МОДЕЛИРОВАНИЮ ЭКСПЛУАТАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК РОЛИКОПОДШИПНИКОВ**

*Эксплуатационные свойства подшипников качения зависят не только от качества материала заготовок и размеров составляющих деталей, но и от микрогеометрических параметров рабочих поверхностей, то есть параметров волнистости и шероховатости дорожек качения. В работе рассматривается методика моделирования вибрации подшипника и сравнения значений параметров вибраций, полученных расчетным путем с помощью математического моделирования и путем экспериментальных исследований на виброакустической установке DVK.*

*Приведенная методика моделирования используется для прогнозирования виброакустических подшипников на стадии характеристик технологического проектирования.*

**Ключевые слова:** *виброперемещения, виброскорости, виброускорения.*

**V. Marchuk, L. Ravenets, S. Pristupa**

#### **MODELING OF OPERATIONAL CHARACTERISTICS OF ROLLER BEARINGS**

*Performance characteristics of rolling bearings depend not only on the quality of the material and sizes of components, but also on microgeometric parameters of working surfaces such as roughnesses and wavinesses of the rolling track. This paper describes a method of modeling bearing vibration and comparing the values of vibration parameters obtained using mathematical modeling and through experimental research on the vibro-acoustic installation DVK.*

*The technique of simulation is used to predict the vibroacoustic characteristics on the stage of technological design.*

**Keywords:** *vibro-moving, vibro-speed, vibro-acceleration.*