

УДК 621.833.5

О. П. КАРПОВ<sup>1</sup>, П. Л. НОСКО<sup>2</sup>, П. В. ФІЛЬ<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Східноукраїнський національний університет ім. В. Даля, м. Сєверодонецьк

<sup>2</sup>Національний авіаційний університет, м. Київ

## ОЦІНКА АМПЛІТУДИ РЕЗОНАНСНИХ КОЛИВАНЬ ЗУБЧАСТОЇ ПЕРЕДАЧІ ЗІ ЗМІННИМ ПЕРЕДАТНИМ ВІДНОШЕННЯМ ПРИ РОТОРНИХ ВІБРАЦІЯХ

*Розглянуто вплив асиметричної функції передатного відношення зубчастої передачі на амплітуду резонансних коливань при роторних вібраціях, отримано аналітичні залежності для визначення амплітуд критичних коливань.*

**Ключові слова:** зубчата передача, змінне передатне відношення, асиметрична функція, резонанс коливань, роторні вібрації, амплітуда.

**Постановка проблеми.** Відомо, що одними з основних джерел коливань і вібрацій у приводі є зубчасті передачі. Будь-який зубчастий редуктор є коливною системою, реальні навантаження в якому при розрахунках визначаються найчастіше приблизно. Це пов'язано з періодичними та випадковими процесами навантаження, тому навіть штучне збільшення коефіцієнтів запасу міцності не завжди убезпечує від передчасного зношування. Однією з головних причин виникнення вібрацій, збуджуваних у редукторі із зубчастими передачами, є нерівномірність обертових мас (роторні вібрації). Саме ці коливання разом з динамічними навантаженнями в самому зачепленні й зумовлюють навантажувальний режим передачі. Отже, дослідження, спрямовані на підвищення протирезонансної стійкості зубчастих передач, зменшення їх вібрацій і шуму, є актуальними.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Вивченню питань віброактивності зубчастих передач круглими колесами присвячено праці Б. М. Абрамова, Э. Л. Айрапетова, М. Д. Генкіна, А. І. Петрусевича, А. П. Філіпова, В. К. Гринкевича, Т. Тошимі, К. Масана, Д. Уолес, А. Сейрег, Г. Опітц та ін. Проведений аналіз вітчизняної та зарубіжної літератури дозволяє зробити висновок: праці, пов'язані з дослідженнями впливу передач некруглими зубчастими колесами (зокрема, й передач з асиметричною функцією передатного відношення) на власні, вимушені та резонансні коливання у зубчастих редукторах, до сьогодні не проводилися. Основними напрямками досліджень у пошуках шляхів зниження віброакустичної активності зубчастих передач є: зниження рівня коливальної енергії, що генерується у зубчастому зачепленні; розроблення різноманітних методів зниження інтенсивності коливань на шляху їх поширення [1; 2; 3]. Перший напрямок боротьби з коливаннями базується на вдосконалюванні технологічних процесів виготовлення зубчастих коліс, підвищенні точності зубчастих профілів. Другий напрямок передбачає пошук оптимальних конструктивних рішень вузлів і машин у цілому, що забезпечують відрядування системи несучих частин від резонансних станів шляхом віброізоляції, вібродемпфірування й віброгасіння. Згадані два напрямки боротьби з вібраціями й шумом зубчастих передач і редукторів мають пасивний характер та обмежений спектр ефективності, особливо з появою зношування в елементах приводу в цілому та зубчастих передачах зокрема.

**Постановка завдань.** Ширший спектр гасіння коливань має третій напрям у боротьбі з вібраціями. Він полягає в тому, що спеціальна зубчата передача, хо-

ча б одна пара в редукторі, за один оберт ведучого колеса створює неузгодженість між власними й вимушеними коливаннями при їхніх близьких або кратних значеннях [2; 3]. Тим самим запобігає додавання частот власних і вимушених коливань зубчастих передач і редуктора в цілому. У цьому випадку згадані коливання будуть перебувати в так званому перехідному режимі, що буде перешкоджати виникненню резонансу. Як показують дослідження [1; 3; 4], одним із критеріїв якісної працездатності зубчастих передач, які дозволяють уникати шуму та небезпечних вібрацій, є вид і параметри функції передатного відношення, у цьому випадку асиметричний закон зміни функції передатного відношення можна вважати найкращим. Розглянемо вплив асиметричної функції передатного відношення на амплітуду резонансних коливань при роторних вібраціях.

**Матеріали й результати досліджень.** Роторні вібрації збуджуються в редукторі в результаті дисбалансів обертових валів, зубчастих коліс. Причиною дисбалансів є неоднорідність матеріалу, помилки геометрії, дефекти конструкції, нерівномірність зношування деталей і ослаблення їх сполучень у процесі експлуатації [1]. При горизонтальному розташуванні валів визначальною є величина прогинів валів на параметри їх коливань. Дослідженнями [1; 2] встановлено, що ведучий вал зубчастої передачі є найбільш віброактивним. Розглянемо ведучий вал з некруглим колесом, симетрично розташованим відносно опор. Під впливом сили ваги центр ваги колеса зміщений щодо його геометричної осі обертання на величину ексцентриситету  $e$ . При рівномірному обертанні вала з колесом з кутовою швидкістю  $\omega_1$  виникає відцентрова сила:

$$F_y = m \cdot \omega_1^2 e, \quad (1)$$

Частота власних коливань згину вала [1, 2]:

$$\omega_c = \sqrt{g / y_{cm}}, \quad (2)$$

де  $y_{cm}$  – статичний прогин вала від дії сили ваги колеса,  $g$  – прискорення вільного падіння.

При постійному крутному моменті  $T_1$  на валу ведучого колеса сили в зачепленні некруглих коліс із урахуванням радіуса його центроїди  $r_1(\varphi_1)$  в загальному вигляді будуть дорівнювати:

окружна сила 
$$F_m = \frac{T_1}{r_1(\varphi_1)} = \frac{T_1 [1 + i(\varphi_1)]}{a_w i(\varphi_1)}, \quad (3)$$

радіальна сила 
$$F_{rn} = \frac{T_1 [1 + i(\varphi_1)]}{a_w i(\varphi_1)} tg \alpha, \quad (4)$$

осьова сила 
$$F_{an} = \frac{T_1 [1 + i(\varphi_1)]}{a_w i(\varphi_1)} tg \beta, \quad (5)$$

де  $\alpha$  – кут зачеплення;  $\beta$  – кут нахилу лінії зуба до осі обертання колеса;  $a_w$  – міжосьова відстань передачі;  $i(\varphi_1)$  – функція передатного відношення.

Радіальна сила (4) спричинює прогин ведучого вала, створюючи вимушені його згинні коливання, окружна сила (3) – крутильні коливання вала, а осьова сила (5) – поздовжні коливання вала.

При горизонтальному розташуванні ведучого та веденого валів радіальна й осьова сила разом утворюють у зачепленні вимушену збуджуючу силу, яка дорівнює:

$$F_e = \sqrt{F_{rn}^2 + F_{an}^2} = \frac{T_1[1+i(\varphi_1)]}{a_w i(\varphi_1)} \sqrt{tg^2\alpha + tg^2\beta}. \quad (6)$$

Оскільки зміщення мас у некруглому колесі, як і в круглому (збалансовано-му за масою), у результаті складання й подальшого зношування системи визначити важко, то приймаємо найгірший випадок, коли сили в зачепленні мають максимальні значення, і центр мас колеса зміщено на величину  $e$ .

На вал при його обертанні з постійною кутовою швидкістю й постійному крутному моменті одночасно діють сили відцентрові сили та сили в зачепленні зубчастої передачі некруглими колесами.

Тоді сумарна сила, що спричинює вимушені коливання з урахуванням значень (1) і (6) буде дорівнювати:

$$F_\Sigma = F_y + F_e = m \cdot \omega_c^2 e + \frac{T_1[1+i(\varphi_1)]}{a_w i(\varphi_1)} \sqrt{tg^2\alpha + tg^2\beta}. \quad (7)$$

З теорії коливань відомо, що амплітуда вимушених коливань системи з одним ступенем свободи описується рівнянням:

$$Y = \frac{F_e}{m \cdot (\omega_c^2 - \omega_e^2)} \sin \omega_e t, \quad (8)$$

де  $F_e$  – амплітуда збуджувальної сили, (приймаємо  $F_e = F_\Sigma$ );  $\omega_e$  – кругова частота збуджувальної сили (частота вимушених коливань системи);  $\omega_c$  – кругова частота вільних коливань системи;  $t$  – час.

Замінивши в (8)  $\omega_e t$  через  $\varphi_1$  і підставивши значення (7) в (8), отримаємо амплітуду вимушених згинних коливань вала:

$$Y_\Sigma = \frac{1}{\omega_c^2 - \omega_e^2} \left\{ \omega_c^2 e + \frac{T_1[1+i(\varphi_1)] \sqrt{tg^2\alpha + tg^2\beta}}{m a_w i(\varphi_1)} \right\}. \quad (9)$$

Рівняння (7) і (9) описують у загальному вигляді залежно від функції передатного відношення в передачі некруглими колесами відповідно силу вимушених коливань і амплітуду критичних коливань системи ведучого вала з некруглим колесом при постійній кутовій швидкості його обертання.

Амплітуда прогину вала від дії збуджувальної сили  $F_e$  (6) дорівнює:

$$Y_e = \frac{F_e \ell^3}{48EI} = \frac{T_1 \ell^3 [1+i(\varphi_1)]}{48EI a_w i(\varphi_1)} \sqrt{tg^2\alpha + tg^2\beta}. \quad (10)$$

Тоді кругова частота вимушених згинних коливань ведучого вала з некруглим колесом від сил у зачепленні  $F_e$  за аналогією з (10) буде дорівнювати:

$$\omega_e = \sqrt{\frac{48gEI a_w i(\varphi_1)}{T_1 \ell^3 [1+i(\varphi_1)] \sqrt{tg^2\alpha + tg^2\beta}}}. \quad (11)$$

З рівняння (9) зрозуміло, що сумарна амплітуда вимушених згинних коливань ведучого вала з некруглим колесом – величина змінна й залежить від функції передатного відношення, безупинно змінюючись за повний оберт ведучого вала. У цьому випадку її значення не може постійно наближатися до нескінченності за час цього оберту, а власна частота  $\omega_c$  коливань вала не може бути рівною або кратною вимушеній частоті  $\omega_e$  коливань цього ж вала.

Таким чином, передачі некруглими колесами не повинні мати схожих явно

виражених резонансних коливальних явищ, як передачі круглими колесами з такими ж геометричними параметрами при тій же частоті вимушених коливань. Для підтвердження цього розглянемо отримані рівняння (10) і (11) для зубчастої передачі з асиметричною функцією передатного відношення [4], яка має вигляд:

$$i(\varphi_1) = \frac{r \cdot [2 + \cos(j_1 \varphi_1)] + B \cdot \sin(j_1 \varphi_1)}{u \cdot r \cdot [2 + \cos(j_1 \varphi_1)] - B \cdot \sin(j_1 \varphi_1)}, \quad (12)$$

де  $u$  – передатне число передачі некруглими колесами;  $r$  – середній радіус центроїди ведучого колеса;  $\varphi_1$  – кут повороту ведучого некруглого колеса;  $j_1$  – кількість максимальних значень радіуса центроїди ведучого некруглого колеса;  $B$  – показник асиметричної функції передатного відношення, який характеризує величину її зміни.

На рис. 1 представлено графіки залежності передатного відношення від кута повороту ведучого колеса  $\varphi_1$ .

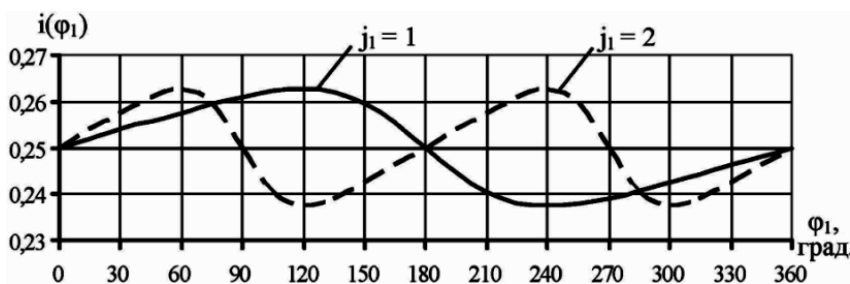


Рис. 1. Графіки асиметричної функції передатного відношення

Середнє значення радіуса центроїди ведучого колеса визначається як:

$$r_{\text{ср}} = \frac{a_w}{u + 1}, \quad (7)$$

де  $a_w$  – міжосьова відстань передачі некруглими колесами.

Підставивши у вирази (9), (11) і (10) значення функції (12), отримаємо:

$$\omega_g = \sqrt{\frac{48gEI\{r[2 + \cos(j_1 \varphi_1)] + B \sin(j_1 \varphi_1)\}}{T_1 \ell^3 [2 + \cos(j_1 \varphi_1)] \sqrt{tg^2 \alpha + tg^2 \beta}}}, \quad (13)$$

$$Y_{\Sigma k} = \frac{1}{\omega_c^2 - \omega_g^2} \left\{ \omega_c^2 e + \frac{T_1 [2 + \cos(j_1 \varphi_1)] \sqrt{tg^2 \alpha + tg^2 \beta}}{m \{r[2 + \cos(j_1 \varphi_1)] + B \sin(j_1 \varphi_1)\}} \right\}. \quad (14)$$

Для значень  $r = 100 \text{ мм}$ ,  $j_1 = 2$ ,  $u = 2,0$ ,  $E = 2,5 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ ,  $T = 380 \text{ Н} \cdot \text{м}$ ,  $\ell = 236 \text{ мм}$ ,  $\alpha = 20^\circ$ ,  $\beta = 16^\circ$ ,  $\omega_1 = 178 \text{ рад/с}$ , за формулами (13), (14) виконано розрахунки й побудований графік залежності амплітуди сумарних коливань від кута повороту ведучого колеса  $Y_{\Sigma k}(\varphi_1)$  для різних значень показника  $B$  (рис. 2) при критичному режимі роботи передачі (власна й середня вимушені частоти згинних коливань вала збігаються й дорівнюють  $26284 \text{ рад/с}$ ).

Як показує математична залежність (14), для круглого колеса ( $B = 0$ ) амплітуда рухається до нескінченності. На графіку для наочності побудована залежність  $Y_{\Sigma k}(\varphi_1)$  для  $B = 0$  в близькорезонансному режимі роботи передачі ( $\omega_g = 25920 \text{ рад/с}$ ), яка показує досить велике значення амплітуди, яке дорівнює

0,47 мм. А графічна залежність  $Y_{\Sigma k}(\varphi_1)$  для  $B = 3$  мм показує порівняно невелике значення критичної амплітуди за час одного оберту колеса.

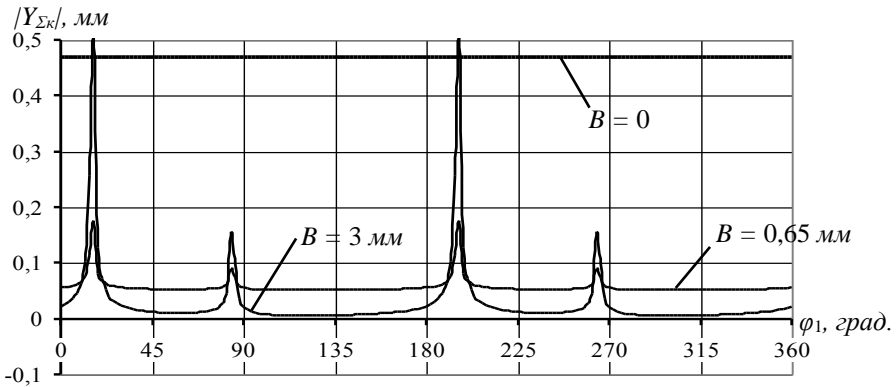


Рис. 2. Графік залежності критичної амплітуди вимушених коливань вала від кута повороту ведучого колеса

Графік (рис. 2) засвідчує, що сумарні амплітуди коливань вала, а також амплітуди коливань вала від сил у зачепленні за один повний оберт ведучого вала змінюються, у той час як амплітуда власних коливань залишається постійною. При цьому частота власних коливань вала не може постійно збігатися або бути кратною сумарній (критичній) частоті вала.

**Висновки.** При зменшенні показника  $B$  значення критичної амплітуди  $Y_{\Sigma k}$  збільшується й надалі (при  $B \rightarrow 0$ ) результат наближається до випадку із круглими колесами ( $Y_{\Sigma k} \rightarrow \infty$ ). Аналіз представлених результатів дозволяє розробити рекомендації щодо вибору показника  $B$  асиметричної функції передатного відношення, нижня межа якого може бути обмежена необхідними умовами до віброактивності зубчастої передачі, що дасть змогу уникнути резонансних режимів роботи зубчастого зачеплення. Змінний характер частоти та періоду цих коливань на відміну від частоти й періоду власних коливань системи вказує на можливість використання цих передач для зниження їх віброактивності, а це дозволить знизити шум та вібрації приводів із зубчастими передачами. Отримані результати можуть використовуватися для вибору параметрів передач із асиметричною передатною функцією для заданих параметрів приводу при проектуванні невисокошвидкісних редукторів зі зниженою віброактивністю.

### Список літератури

1. Возбуждение колебаний в зубчатых передачах / [Э. Л. Айрапетов, В. И. Анархов, М. Д. Генкин та ін.]. – Москва: Наука, 1976. – С. 3–18.
2. Вибрации в технике. Справочник в 6 томах. Т.3 // Под ред. Ф. М. Диментберга и К. С. Колесникова. – М.: Машиностроение, 1980. – 544с.
3. Генкин М. Д. Методы активного гашения вибраций механизмов / М. Д. Генкин, В. Г. Елезов, В. В. Яблонский. – В кн.: Динамика и акустика машин. – М.: Наука, 1971. – С. 70–88.
4. Утутов Н. Л. Геометрия кососимметричных цилиндрических круговинтовых передач / Н. Л. Утутов, А. П. Карпов // Вісник Східноукр. нац. ун-ту. – Луганськ, 2000. – С. 114–123.

Стаття надійшла до редакції 18.02.2016

---

*O. P. KARPOV, P. L. NOSKO, P. V. FIL*

**THE ESTIMATE OF AMPLITUDE OF RESONANCE OSCILLATIONS OF TOOTH GEAR WITH ASYMMETRIC FUNCTION OF TRANSMISSION RATIO FROM THE ROTOR VIBRATION**

The estimate of amplitude of resonance oscillations from the rotor vibration of tooth gear with asymmetric function of transmission ratio is submitted, the analytic dependences for valuation of amplitude of critical oscillations are obtained. It is proved that the variability of the frequency of forced oscillations in contrast to the constant value of the frequency of natural oscillations of the system indicates the possibility of the use of these gears to lower vibrational activity of gear reducer.

**Key words:** gearing, alternating transmission ratio, asymmetrical function, resonance of oscillations, rotor vibration, amplitude.

**Карпов Олексій Петрович** – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри підйомно-транспортної техніки Східноукраїнського національного університету ім. В. Даля, служб. адреса: пр-кт Радянський 59-а, СХУ ім. В. Даля, м. Сєверодонецьк, 93400, Україна; karpov\_a\_@mail.ru, 050-636-3773.

**Носко Павло Леонідович** – д-р техн. наук, професор, професор кафедри машинознавства Національного авіаційного університету, служб. адреса: пр-кт Космонавта Комарова, 1, м. Київ, 03680, Україна; nosko\_p@ukr.net, 050-184-7684.

**Філь Павло Володимирович** – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри машинознавства Національного авіаційного університету, служб. адреса: пр-кт Космонавта Комарова, 1, м. Київ, 03680, Україна.