

## РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ТЕКСТОВИХ ЗАДАЧ ЯК ЗАСІБ ФОРМУВАННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ СТАРШОКЛАСНИКІВ

**Анотація.** У статті обґрунтовано можливості процесу розв'язування текстових задач для виокремлення та реалізації ефективних умов формування математичної компетентності учнів у старшій школі. Визначено такі умови формування математичної компетентності учнів старшої школи у процесі розв'язування текстових задач: переосмислення мети, завдань і змісту текстових задач у курсі математики старшої школи, зокрема, формування ставлення учнів до текстових задач як ефективного засобу моделювання і дослідження процесів і явищ навколишнього світу; реалізація внутрішньопредметних та міжпредметних зв'язків, що дозволяє істотно інтенсифікувати процес формування у школярів умінь застосовувати математичні знання на практиці, в нестандартних умовах; забезпечення умов формування і розвитку умінь здобувати нові знання, прагнути самовдосконалення, планувати самоосвітню діяльність; систематичний моніторинг сформованості математичної компетентності учнів старшої школи.

**Ключові слова:** математична компетентність, текстові задачі.

### **Solving text problems as a mean of formation of mathematical competence among senior pupils**

**Annotation.** This article grounds capabilities of solving text problems, distinguishing and implementation of effective terms of forming mathematical competence among senior pupils. Following terms of forming mathematical competence among senior pupils were determined during text problems solving: reinterpretation of object, problem and content of text problems during mathematics course in high school, especially, attitude formation to text problems as an effective way of modeling and study of processes and environment phenomena; integration between different subjects and topics, that allows to intensify skills formation process among pupils to employ them in practice during atypical terms; providing with terms of formation and development of skills, willing of self-completion, planning self-educational activities; regular monitoring of formed mathematical competence among senior pupils.

**Key words:** mathematical competence, text problems.

**Постановка проблеми.** У сучасному світі, щорічно оновлюється близько 5 % теоретичних і 20 % практичних знань, тому в сучасній школі недоцільно акцентувати увагу стандартному обсязі знань та умінь. Важливо поряд із формуванням предметних знань та умінь розвивати в учнів уміння використовувати набуті знання в різноманітних ситуаціях, уміння самостійно засвоювати нову інформацію, аналізувати її. Варто в навчанні математики, зокрема старшої школи, змістити акценти зі знання фактів і використання навичок у знайомих ситуаціях на розвиток в учнів інтелектуальних умінь, пов'язаних із розв'язуванням творчих завдань, застосуванням знань у невідомих ситуаціях. У навчальному процесі актуальними стають практично зорієнтовані завдання, що підкреслюють

єдність математичної теорії в різних сферах життя, взаємозв'язки між поняттями та методами досліджень. Вважаємо, що належна увага вчителя до розв'язування текстових задач в шкільних курсах стереометрії й алгебри і початків аналізу сприятиме формуванню в старшокласників таких математичних компетентностей, що допоможуть їм ефективніше розв'язувати практичні задачі із повсякденного життя.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** У методичній літературі не існує єдиного трактування математичної задачі. У шкільній математиці задачею в широкому розумінні називають вимогу обчислити, перетворити, побудувати, довести чи дослідити щонебудь, або запитання, рівносильне такій вимозі. Також сучасній методичній літературі немає єдиного трактування поняття «текстова задача», причому,

багато авторів поняття «текстова задача» і «сюжетна задача» розуміють як синоніми. Своє трактування змісту поняття текстової задачі в шкільному курсі математики пропонували Г. Бевз, О. Єпішева, В. Крупич, Ю. Колягін, С. Лук'янова, Л. Соколенко, А. Пишкало, З. Слєпкань, А. Столяр, Л. Шелехова, В. Швець, Л. Філон, Л. Фрідман та інші. Текстовою задачею будемо називати сформульовану вимогу знайти значення деякої величини на основі даних співвідношень між значеннями інших величин.

Традиційно розв'язування текстових задач є ефективним засобом формування математичних знань і вмінь, розвитку інтелекту та виховання учнів. Текстові задачі вивчаються у курсі шкільної математики від першого до випускного класу та є засобом формування математичних компетентностей учнів. У проаналізованих нами працях [1; 2; 3; 4] розкрито роль текстових задач у формуванні математичної компетентності учнів основної школи.

В методичній літературі існують різні трактування поняття «математична компетентність». В нашій статті виберемо за основу розкриття математичної компетентності С. Раковим [7]: вміння бачити та застосовувати математику в реальному житті, розуміти зміст і метод математичного моделювання, вміння будувати математичну модель, досліджувати її методами математики, інтерпритувати отримані результати.

Згідно навчальної програми з математики, при навчанні математики на академічному рівні, основна увага приділяється не лише засвоєнню математичних знань, а й виробленню вмінь застосовувати їх до розв'язування практичних і прикладних задач, оволодінню математичними методами, моделями, що забезпечить успішне вивчення профільних предметів — хімії, фізики, біології, технологій. При цьому зв'язки математики з профільними предметами посилюються за рахунок розв'язування задач прикладного змісту, ілюстрацій застосування математичних понять, методів і моделей у шкільних курсах хімії, біології, фізики, технологій. Вивчаючи математику, старшокласники мають усвідомити, що процес застосування набутих знань та умінь до розв'язування будь-яких прикладних задач розподіляється на три етапи: 1) формалізація (перехід від ситуації, описаної в задачі, до формальної математичної моделі цієї ситуації, і від неї — до чітко сформульованої математичної задачі); 2) розв'язування задачі у межах побудованої моделі; 3) інтерпретація одержаного розв'язку математичної задачі та співвіднесення його із вихідною ситуацією [5, с. 5]. Втім, лише при вивченні теми «Похідна та її застосування» у навчальній програмі передбачено розв'язування нескладних прикладних задач на знаходження найбільших і найменших значень реальних величин. У програмі зовнішнього незалежного оцінювання з математики для осіб, які

бажають здобувати вищу освіту на основі повної загальної середньої освіти [6, с. 3] зазначено, що завдання зовнішнього незалежного оцінювання з математики полягає у тому, щоб оцінити знання та вміння учасників: будувати математичні моделі реальних об'єктів, процесів і явищ та досліджувати ці моделі засобами математики; виконувати математичні розрахунки (виконувати дії з числами, поданими в різних формах, дії з відсотками, складати та розв'язувати задачі на пропорції, наближені обчислення тощо); виконувати перетворення виразів (розуміти змістове значення кожного елемента виразу, знаходити допустимі значення змінних, знаходити числові значення виразів при заданих значеннях змінних тощо); будувати й аналізувати графіки найпростіших функціональних залежностей, досліджувати їхні властивості; розв'язувати рівняння, нерівності та їх системи, розв'язувати текстові задачі за допомогою рівнянь, нерівностей та їхніх систем; знаходити на рисунках геометричні фігури та встановлювати їхні властивості; знаходити кількісні характеристики геометричних фігур (довжини, величини кутів, площі, об'єми); розв'язувати найпростіші комбінаторні задачі та обчислювати ймовірності випадкових подій; аналізувати інформацію, що подана в графічній, табличній, текстовій та інших формах.

Вважаємо, що для формування математичної компетентності випускника загальноосвітньої школи дуже важливим є процес розв'язування текстових задач. Причому рівень сформованого уміння розв'язувати текстові задачі учнем дозволяє визначити та оцінити ступінь оволодіння математичними поняттями, здатність аналізувати, порівнювати, обґрунтовувати свої висновки та спроможність застосовувати отримані знання. Аналіз діючих підручників з математики у старшій школі щодо кількості та сюжетної різноманітності текстових задач, дає можливість сформулювати такі висновки:

- у більшості діючих підручників з алгебри і початків аналізу, у розділах «Вправи на повторення» системно розміщені текстові задачі із шкільного курсу основної школи. Текстові задачі прикладного змісту пропонуються у незначній кількості або взагалі відсутні;

- у більшості діючих підручників із стереометрії пропонуються прикладні задачі, розв'язування яких зводиться до використання вивчених теоретичних фактів у межах параграфу;

- практично відсутні задачі в яких розглядаються не навчальні, а практичні ситуації із повсякденного життя (медицина, житло, спорт тощо), розв'язування яких передбачає використання засвоєних математичних знань та вмінь у різноманітних ситуаціях.

**Мета даної статті:** обґрунтувати можливості процесу розв'язування текстових задач для виокремлення та реалізації ефективних умов

формування математичної компетентності учнів у старшій школі.

**Виклад основного матеріалу.** Формування математичної компетентності старшокласників у процесі навчання розв'язувати текстові задачі має враховувати наступні аспекти: розв'язування текстових задач в учнів викликає певні труднощі і не всі учні здатні відразу зорієнтуватися із методом або способом розв'язування даної задачі; у старшій школі певним чином змінюються функції текстових задач: поряд із традиційними навчальною, розвивальною, виховною функціями, на перший план виходять функції узагальнення і систематизації матеріалу; розвитку дослідницьких умінь учнів. У старшій школі мають бути вдосконалені форми, методи і засоби навчання розв'язуванню текстових задач – провідне місце має бути відведене методам проблемно-пошуковому і дослідницькому, що стимулюють пізнавальну активність учнів. Має бути значно збільшена і частка самостійної роботи школярів з різними джерелами навчальної інформації. Змінюються прийоми, способи розв'язування текстових задач – якщо в основній школі, переважна більшість текстових задач зводилась до складання і розв'язування рівнянь, нерівностей або їх систем, то в процесі навчання учнів старшої школи пріоритет має бути відданий узагальненим прийомам і методам розв'язування. Однак, ми спостерігаємо зменшення кількості текстових задач у шкільних підручниках для старшої школи; місце вивчення текстових задач у старшій школі навчальною програмою, практично не передбачене.

У процесі навчання математики, направленому на формування вмінь розв'язувати текстові задачі, важливо здійснювати коригування життєвого досвіду учнів за такими напрямками: своєчасно виявляти помилкові уявлення в міркуваннях учнів; навчати учнів знаходити помилки, самостійно їх виправляти та запобігати їх появі; враховувати специфіку задач і рівень попередньої підготовки учнів.

Розглянемо, для прикладу, задачу з курсу стереометрії:

*Сировари вважають, що при рівних об'ємах сири кульової форми краще зберігають свої смакові якості, ніж сири форм циліндра чи куба. Чому?*

Розв'язання. Якщо об'єм шматків сиру однаковий, то потрібно з'ясувати як змінюється площа поверхні в залежності від її форми.

Нехай шматок сиру має об'єм  $V$ . Тоді площа поверхні куба з даним об'ємом буде дорівнювати  $6\sqrt[3]{V^2} = \sqrt[3]{216V^2}$ . Площа поверхні циліндра з таким об'ємом буде дорівнювати  $4\pi\sqrt[3]{\frac{V^2}{\pi^2}} = \sqrt[3]{64\pi V^2}$  (за умови, що  $R=H$ ). Площа поверхні кулі з таким об'ємом буде дорівнювати  $4\pi\sqrt[3]{\frac{9V^2}{16\pi^2}} = \sqrt[3]{36\pi V^2}$ . Оскільки, смакові якості сиру будуть збережені краще у формі, яка має меншу площу поверхні, тобто буде меншою

взаємодія сиру із повітрям, то із наведених міркувань видно, що площа сфери є найменшою.

Розв'язування таких прикладних задач на уроках стереометрії, дозволяє вчителю показати, що за абстрактними обчисленнями й перетвореннями є «реальний зміст», прикладне застосування. Тобто зміст задачі практико-орієнтований, зрозумілий учням й спирається на певний практичний досвід учнів, а факти математичної теорії доступні для сприйняття учнями. Причому розв'язування задачі зводиться до розв'язування типових математичних задач, дозволяє вчителю продемонструвати можливості використання апарату математики і не розчиняється в термінах інших галузей. Також зазначимо, що у більшості текстових задач відразу не відомо, які знання необхідно використати, тому учень має розглянути своєрідний «набір» теоретичних відомостей і практичного досвіду.

Процес розв'язування наведеної задачі передбачає використання методу математичного моделювання, тому потрібно особливу увагу приділити формуванню в учнів таких умінь: аналізувати текст задачі і виявляти дані істотні для математичних дій; співвідносити дані і вимоги задачі з відомими математичними моделями; виявити відсутні дані (якщо вони є) і доповнити (з наявного досвіду, з літератури, з довідників) умову задачі або виключити зайві дані; вибрати модель і застосувати її для математизації ситуації завдання; розв'язати математичну модель; інтерпретувати отриманий результат відповідно до питання задачі; зробити висновки: де ще може застосовуватися даний спосіб розв'язування (в житті, при вивченні інших предметів), чи можна розв'язати задачу іншим способом і т.д.

Важливим є грамотний відбір текстових задач для ефективного формування математичної компетентності старшокласників. До системи задач з теми «Об'єм геометричних тіл» можна доповнити ще наступні задачі:

*Після сьомого прання шматок господарського мила зменшився вдвічі по довжині, ширині і висоті. На скільки прань його ще вистачить?*

Розв'язання. Нехай розміри шматка господарського мила були  $a, b, c$ . Отже, об'єм цілого шматка дорівнює добутку вимірів, тобто  $abc$ . Після прання розміри шматка мила стали  $\frac{a}{2}, \frac{b}{2}, \frac{c}{2}$ . Об'єм мила став дорівнювати  $\frac{abc}{8}$ . Тобто, за попередні прання витрачено сім таких частин об'єму мила. Отже, даного шматка вистачить на одне прання.

*Ціна діаманта пропорційна квадрату його об'єму. Як вигідніше продавати діамант: цілим чи розпиляти на частини?*

Розв'язання. Зрозуміло, що продавати цілий діамант вигідніше, бо з умови що  $V=V_1+V_2$  слідує, що  $V^2 > V_1^2 + V_2^2$ .

Зрозуміло, що формування перерахованих вище умінь можна забезпечити лише за умови систематичного включення таких задач до системи вправ на уроці. Навчання розв'язуванню текстових задач має здійснюватись в режимі встановлення відношень, що сприяють утворенню цілісних знань, а система текстових задач має бути структурована таким чином, щоб виявлялись саме ті відношення, які необхідні для засвоєння знань. Запропоновані вище задачі «побутового змісту» зрозумілі учням будь-якого профілю. Якщо, учні класу навчаються за певним профілем, то текстові задачі мають бути профільно спрямованими. Наприклад, у класах поглибленого вивчення математики і фізики, можна доповнити систему вправ такими задачами:

*Циліндричний бак, який лежить горизонтально і на третину вкопаний в землю, треба пофарбувати. Як визначити обсяг роботи і необхідну кількість фарби?*

*Пліт виготовлено з 16 балок прямокутного перерізу, кожна з яких 3,6 м довжиною, 0,20 м шириною і 0,25 м товщиною. Який найбільший вантаж може він підняти, щоб не потонути?*

*Деталь, що має форму правильної чотирикутної піраміди, утворює виступ над корпусом. Вершина деталі недоступна. Які вимірювання потрібно зробити, щоб визначити об'єм піраміди?*

У формуванні математичних компетентностей учнів старшої школи важливу роль відіграє самостійна, пізнавальна, активна діяльність учнів. Важливо, щоб крім алгоритмічних вмінь і навичок, формувались евристичні прийоми розв'язування текстових задач. Це необхідно для формування здатності самостійного розв'язування творчих задач, використання знань у нових незвичних ситуаціях. Зокрема, важливою є самостійна робота учнів із складання текстових задач, відбору таких задач для вивчення конкретної теми чи відпрацювання певного методу, що сприяє розширенню кругозору учня, формуванню пізнавального інтересу та розвитку творчого мислення. Використання сучасних програмних продуктів, різноманітних інтернет ресурсів дозволяє істотно посилити та інтенсифікувати процес формування у школярів умінь застосовувати математичні знання на практиці, в

нестандартних умовах; ефективно здійснювати як міжпредметні зв'язки математики з іншими шкільними предметами, так і внутрішньопредметні зв'язки.

Таким чином, визначаємо такі умови формування математичної компетентності учнів старшої школи у процесі розв'язування текстових задач:

– переосмислення мети, завдань і змісту текстових задач у курсі математики старшої школи, зокрема, формування ставлення учнів до текстових задач як ефективного засобу моделювання і дослідження процесів і явищ навколишнього світу;

– реалізація внутрішньопредметних та міжпредметних зв'язків, що дозволяє істотно інтенсифікувати процес формування у школярів умінь застосовувати математичні знання на практиці, в нестандартних умовах;

– забезпечення умов формування і розвитку умінь здобувати нові знання, прагнути самовдосконалення, планувати самоосвітню діяльність;

– систематичний моніторинг сформованості математичної компетентності учнів старшої школи.

**Висновки.** Використання текстових задач у навчанні математики дозволяє учням усвідомити необхідність оволодіння математичними знаннями та сприяє свідомому та активному засвоєнню навчального матеріалу. В результаті навчання математики в старшій школі, сформовані в учнів уміння здійснювати аналіз умови текстової задачі, виділяти основні типи текстових задач; осмислювати залежності між величинами, вміння виражати невідомі величини через відомі, бачити дві однакові величини, виражені по-різному; логічно обґрунтовувати математичні твердження, застосовувати математичні методи в процесі розв'язування текстових задач, використовувати математичні знання і вміння при розв'язуванні текстових задач міжпредметного змісту; уміння працювати з підручником, критично оцінювати умову текстової задачі з неповною або надлишковою інформацією, виділяти головне, аналізувати, робити висновки, використовувати отримані знання в особистому житті забезпечують формування математичної компетентності старшокласників.

#### Література:

1. Матяш О. І. Задачі методичної діяльності вчителя у навчанні учнів геометрії / О. І. Матяш // Наукові записки Малої академії наук України: Зб. наук. пр. – Вип. 3. Серія: педагогічні науки. – Київ: ТОВ «СІПРІНТ». – 2013. – С. 224-232.
2. Матяш О. І. Система задач на урок як засіб підвищення ефективності навчання геометрії в школі / О. І. Матяш // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми: Зб. наук. праць. – Вип. 26.– Київ-Вінниця, 2010. – С. 39-44.
3. Михайленко Л.Ф. Математическая компетентность учащихся как педагогическая проблема. / Л. Ф. Михайленко// Научная конференция с международно участие МАТТЕХ 2012, 22-24.11.2012 г., Шуменски университет. – С.231-233
4. Михайленко Л.Ф. Формирование практической компетентности школьников в процессе решение текстовых задач / Л. Ф. Михайленко// Бюллетень лаборатории математического, естественнонаучного образования и информатизации по

материалам Международной научно-практической конференции «Математическое, естественнонаучное образование и информатизация». – Москва: МГПУ, 2012г. – С.62-66.

5. Навчальна програма з математики для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Академічний рівень. [Електронний ресурс] /Режим доступу:<http://osvita.ua/doc/files/news/309/30993/40.pdf>

6. Програма зовнішнього незалежного оцінювання з математики для осіб, які бажають здобувати вищу освіту на основі повної загальної середньої освіти [Електронний ресурс] /Режим доступу: [http://osvita.ua/doc/files/news/11/1126/Matem\\_2015.pdf](http://osvita.ua/doc/files/news/11/1126/Matem_2015.pdf)

7. Раков С.А. Формування математичних компетентностей випускника школи як місія математичної освіти. /С.А. Раков// Математика в школі. – 2007. – №5 – С.2-7.

8. Шелехова Л.В. Сюжетная задача как объект изучения. [Електронний ресурс] /Режим доступу:<http://cyberleninka.ru/article/n/syuzhetnaya-zadacha-kak-obekt-izucheniya>.