

УДК 621.3.011.72

ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В RLC-ЦЕПИ
С ГЕТЕРОГЕННОЙ ПЛАЗМОЭРОЗИОННОЙ НАГРУЗКОЙ

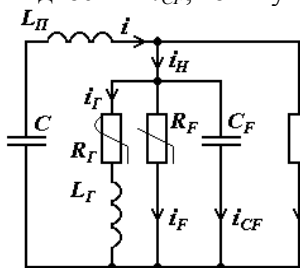
Н.А.Шидловская, член-корреспондент НАН Украины, С.Н.Захарченко, канд.техн.наук
Институт электродинамики НАН Украины,
пр. Победы, 56, Киев-57, 03680, Украина.
E-mail: shydlovska@mail.ua, snzakhar@bk.ru

Предложена нелинейно-параметрическая эквивалентная схема замещения гетерогенной плазмоэрозионной нагрузки для широкого диапазона частот. Разработаны аналитические модели, описывающие переходные процессы в RLC-цепи с такой нагрузкой как в общем случае, так и в случаях нелинейной и параметрической зависимости сопротивления нагрузки. Рассмотрены зависимости от протекающего тока эквивалентного электрического сопротивления слоя металлических гранул, а также воды, описываемые гиперболическими функциями первого порядка. Рассмотрена параметрическая зависимость сопротивления слоя гранул, описываемая функцией на основе суммы двух экспонент. Получены решения дифференциального уравнения, описывающего переходные процессы в данной цепи для указанных выше частных случаев нелинейных и параметрических зависимостей сопротивления слоя гранул и воды в диапазонах низких, средних и высоких частот разрядных импульсов. Библ. 10, рис. 1.

Ключевые слова: плазмоэрозионная нагрузка, нелинейно-параметрические зависимости, переходный процесс, дифференциальное уравнение.

Введение. Переходные процессы в выходных цепях генераторов импульсов с емкостными накопителями энергии и гетерогенной плазмоэрозионной нагрузкой являются электротехнической основой ряда передовых технологий [3, 5, 8–10]. Такая нагрузка представляет собой погруженный в жидкость с низкой электропроводностью слой металлических гранул, между которыми в результате импульсного подвода электрической энергии возникают плазменные каналы. Моделирование данных процессов является актуальной и важной задачей для их оптимизации и поиска новых эффективных режимов, иногда выходящих за рамки возможностей существующего на сегодня оборудования. Цель настоящей работы состоит в аналитическом описании переходных процессов в выходных цепях таких генераторов.

Постановка задачи исследований. Схема выходного контура данного генератора с эквивалентом гетерогенной плазмоэрозионной нагрузки для широкого диапазона частот и напряжений импульсов показана на рисунке, где C – емкость накопителя энергии генератора импульсов; L_{Π} – индуктивность соединительных кабелей; $R_{Г}$ – нелинейно-параметрическая активная составляющая сопротивления слоя гранул с токопроводящими каналами между ними; $L_{Г}$ – лианеризованная индуктивность слоя; R_{F} – нелинейное сопротивление жидкости, окружающей гранулы; C_{F} – лианеризованная емкость жидкости. Сопротивление резистора, шунтирующего нагрузку тиристорного генератора импульсов для обеспечения нулевых начальных условий на накопителе энергии в каждом цикле его заряда независимо от состояния нагрузки, на рисунке обозначено $R_{Ш}$. Выходной ток генератора обозначен i , общий ток нагрузки – $i_{Н}$, ток гранул – $i_{Г}$, активный ток жидкости – i_{F} , реактивный ток жидкости – i_{CF} , ток шунта – $i_{Ш}$.



При неизменной конфигурации плазменных каналов между гранулами и окружающих его элементов слоя параметры $L_{Г}$ и C_{F} можно считать линейными. Такие условия наблюдаются после предварительной плазмоэрозионной обработки поверхности гранул в течение 1–3 минут, что выполняется в подавляющем большинстве технологических режимов. Активное сопротивление жидкости R_{F} в общем случае нелинейно. Для воды, которая является рабочей жидкостью во многих технологических процессах [2, 5, 9], существенная нелинейность ее сопротивления наблюдается лишь при низких значениях приложенного напряжения в рассматриваемых разрядных камерах (до 50 В для водопроводной и до 150 В для дистиллированной), а при более высоких напряжениях ее сопротивление условно можно считать линейным [2]. Активное сопротивление слоя

гранул с плазменными каналами между ними R_{Γ} в общем случае нелинейно-параметрическое. Однако решение нелинейного дифференциального уравнения с переменными коэффициентами, которое описывает процессы в рассматриваемой цепи при учете как нелинейных, так и параметрических особенностей R_{Γ} , затруднительно, поэтому в дальнейшем будем учитывать либо нелинейную, либо параметрическую зависимость R_{Γ} .

Аппроксимирующие выражения для нелинейного и параметрического представления характеристики токопроводящего гранулированного слоя подробно описаны в работах [3, 8]. При этом нелинейность может выражаться как в зависимости от тока нагрузки i_H , так и в зависимости от напряжения на ней u_H . Наиболее корректно с точки зрения учета физических особенностей происходящих процессов, а также точности и удобства для последующего анализа, зависимость сопротивления слоя гранул с плазменными каналами между ними от протекающего в нем тока описывается выражением [3]

$$R_{\Gamma} = R_{0\Gamma} + a_{\Gamma i} / i_{\Gamma}, \quad (1)$$

где $R_{0\Gamma}$ – коэффициент аппроксимирующей функции, имеющий физический смысл линейной составляющей активного сопротивления слоя гранул, Ом; $a_{\Gamma i}$ – коэффициент аппроксимирующей функции, имеющий физический смысл напряжения источника противо-ЭДС в эквивалентной R - E -схеме замещения слоя гранул [3], В.

В [2] приведены зависимости удельного электрического сопротивления воды различной степени очистки и растворов на ее основе от напряженности приложенного электрического поля в разрядной камере с растворимыми электродами, как это имеет место на практике. Из анализа представленных в [2] графиков следует, что зависимость удельного сопротивления водопроводной воды от приложенного напряжения, а также от протекающего в ней тока с достаточной точностью в широком диапазоне изменения аргумента может быть аппроксимирована выражением вида (1). При этом введем следующие обозначения: R_{0Fi} – коэффициент аппроксимирующей функции, имеющий физический смысл линейной составляющей активного сопротивления воды, Ом; a_{Fi} – коэффициент аппроксимирующей функции, имеющий физический смысл напряжения источника противо-ЭДС в эквивалентной R - E -схеме замещения сопротивления воды, В.

Из данных [2] следует, что наиболее значимо нелинейность сопротивления воды проявляется при низких напряжениях: до 50 В для водопроводной и до 150 В – для дистиллята. Это связано с наличием и величиной электродного потенциала растворимых электродов в жидкости [7]. При более высоких, но не приводящих к значительным изменениям физико-химических параметров жидкости значения напряжения, нелинейностью сопротивления последних можно пренебречь.

Для описания параметрической зависимости сопротивления слоя гранул воспользуемся приведенным в [8] выражением

$$R_{\Gamma} = R_{0\Gamma} + A_1 e^{-a_1 t} + A_2 e^{a_2 t}, \quad (2)$$

где $R_{0\Gamma}$, A_1 , a_1 , A_2 , a_2 – коэффициенты аппроксимирующей функции.

В общем случае процессы в данной цепи при использовании зависимости характеристик R_{Γ} и R_F от u_H описываются системой уравнений, решение которой весьма затруднительно. Поэтому составим уравнения, описывающие данные процессы относительно зависимой переменной i_{Γ} , для чего выразим токи ветвей через нее [6]:

$$i_{\text{ш}} = i_{\Gamma} \frac{R_{\Gamma}}{R_{\text{ш}}} + \frac{L_{\Gamma}}{R_{\text{ш}}} \frac{di_{\Gamma}}{dt}; \quad i_F = i_{\Gamma} \frac{R_{\Gamma}}{R_F} + \frac{L_{\Gamma}}{R_F} \frac{di_{\Gamma}}{dt};$$

$$i_{CF} = C_F \frac{d(i_{\Gamma} R_{\Gamma})}{dt} + C_F L_{\Gamma} \frac{d^2 i_{\Gamma}}{dt^2}; \quad i = C_F L_{\Gamma} \frac{d^2 i_{\Gamma}}{dt^2} + C_F \frac{d(i_{\Gamma} R_{\Gamma})}{dt} + \frac{L_{\Gamma} (R_F + R_{\text{ш}})}{R_F R_{\text{ш}}} \frac{di_{\Gamma}}{dt} + \frac{R_F R_{\text{ш}} + R_{\Gamma} (R_F + R_{\text{ш}})}{R_F R_{\text{ш}}} i_{\Gamma}.$$

Тогда переходные процессы в цепи можно описать дифференциальным уравнением

$$\begin{aligned} & \frac{d^4 i_{\Gamma}}{dt^4} + \frac{R_F + R_{\text{ш}}}{C_F R_F R_{\text{ш}}} \frac{d^3 i_{\Gamma}}{dt^3} + \frac{1}{L_{\Gamma}} \frac{d^3 (i_{\Gamma} R_{\Gamma})}{dt^3} + \left\{ \frac{1}{C L_{\text{ш}}} + \frac{L_{\Gamma} + L_{\text{ш}}}{C_F L_{\Gamma} L_{\text{ш}}} + \frac{2}{C_F} \frac{d(1/R_F)}{dt} \right\} \frac{d^2 i_{\Gamma}}{dt^2} + \frac{1}{C_F L_{\Gamma} R_{\text{ш}}} \frac{d^2 (i_{\Gamma} R_{\Gamma})}{dt^2} + \\ & + \frac{1}{C_F L_{\Gamma}} \frac{d^2 (i_{\Gamma} R_{\Gamma} / R_F)}{dt^2} + \left\{ \frac{1}{C C_F L_{\text{ш}} R_{\text{ш}}} + \frac{1}{C_F} \frac{d^2 (1/R_F)}{dt^2} \right\} \frac{di_{\Gamma}}{dt} + \frac{C + C_F}{C C_F L_{\Gamma} L_{\text{ш}}} \frac{d(i_{\Gamma} R_{\Gamma})}{dt} + \frac{1}{C C_F L_{\text{ш}}} \frac{d(i_{\Gamma} / R_F)}{dt} + \\ & + \frac{R_F R_{\text{ш}} + R_{\Gamma} (R_F + R_{\text{ш}})}{C C_F L_{\Gamma} L_{\text{ш}} R_F R_{\text{ш}}} i_{\Gamma} = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Расчет переходных процессов. Как правило, известна зависимость $R_F(i_F)$, однако для решения уравнения (3) необходимо знать зависимость $R_F(i_r)$. Для вида зависимости $R_F(i_F)$, подобного (1), можно записать: $i_F = (L_r di_r/dt + R_r i_r - a_{Fi})/R_{0Fi}$. Тогда

$$i = C_F L_r \frac{d^2 i_r}{dt^2} + C_F \frac{d(i_r R_r)}{dt} + \frac{L_r (R_{0Fi} + R_{ш})}{R_{0Fi} R_{ш}} \frac{di_r}{dt} + \frac{R_{0Fi} R_{ш} + R_r (R_{0Fi} + R_{ш})}{R_{0Fi} R_{ш}} i_r - \frac{a_{Fi}}{R_{0Fi}}$$

и (3) примет вид

$$\frac{d^4 i_r}{dt^4} + \frac{R_{0Fi} + R_{ш}}{C_F R_{0Fi} R_{ш}} \frac{d^3 i_r}{dt^3} + \frac{1}{L_r} \frac{d^3 (i_r R_r)}{dt^3} + \frac{C(L_r + L_n) + C_F L_r}{CC_F L_r L_n} \frac{d^2 i_r}{dt^2} + \frac{R_{0Fi} + R_{ш}}{C_F L_r R_{0Fi} R_{ш}} \frac{d^2 (i_r R_r)}{dt^2} + \frac{R_{0Fi} + R_{ш}}{CC_F L_r L_n R_{0Fi} R_{ш}} \frac{di_r}{dt} + \frac{C + C_F}{CC_F L_r L_n} \frac{d(i_r R_r)}{dt} + \frac{R_{0Fi} R_{ш} + R_r (R_{0Fi} + R_{ш})}{CC_F L_r L_n R_{0Fi} R_{ш}} i_r = \frac{a_{Fi}}{CC_F L_r L_n R_{0Fi}}. \quad (4)$$

В зависимости от того, какой характер (нелинейный либо параметрический) нагрузки преобладает в конкретном случае, характеристика сопротивления R_r может быть представлена либо нелинейной, либо параметрической зависимостью [6, 8]. При учете нелинейных особенностей R_r выражение (4) преобразуется следующим образом [1, 4]:

$$\frac{d^4 i_r}{dt^4} + \left\{ \frac{R_{0Fi} + R_{ш}}{C_F R_{0Fi} R_{ш}} + \frac{1}{L_r} \frac{d(i_r R_r)}{dt} \right\} \frac{d^3 i_r}{dt^3} + \left\{ \frac{C(L_r + L_n) + C_F L_r}{CC_F L_r L_n} + \frac{R_{0Fi} + R_{ш}}{C_F L_r R_{0Fi} R_{ш}} \frac{d(i_r R_r)}{dt} \right\} \frac{d^2 i_r}{dt^2} + \frac{3}{L_r} \frac{d^2 (i_r R_r)}{dt^2} \frac{di_r}{dt} + \left\{ \frac{R_{0Fi} + R_{ш}}{CC_F L_r L_n R_{0Fi} R_{ш}} + \frac{C + C_F}{CC_F L_r L_n} \frac{d(i_r R_r)}{dt} \right\} \frac{di_r}{dt} + \frac{1}{L_r} \frac{d^3 (i_r R_r)}{dt^3} \left(\frac{di_r}{dt} \right)^3 + \frac{R_{0Fi} + R_{ш}}{C_F L_r R_{0Fi} R_{ш}} \frac{d^2 (i_r R_r)}{dt^2} \left(\frac{di_r}{dt} \right)^2 + \frac{R_{0Fi} R_{ш} + R_r (R_{0Fi} + R_{ш})}{CC_F L_r L_n R_{0Fi} R_{ш}} i_r = \frac{a_{Fi}}{CC_F L_r L_n R_{0Fi} R_{ш}}. \quad (5)$$

Для зависимости R_r от i_r (1) ток в цепи разряда имеет вид

$$i = C_F L_r \frac{d^2 i_r}{dt^2} + \frac{C_F R_{0ri} R_{0Fi} R_{ш} + L_r (R_{0Fi} + R_{ш})}{R_{0F} R_{ш}} \frac{di_r}{dt} + \frac{R_{0Fi} R_{ш} + R_{0ri} (R_{0Fi} + R_{ш})}{R_{0Fi} R_{ш}} i_r - \frac{(a_{ri} - a_{Fi}) R_{ш} + a_{ri} R_{0Fi}}{R_{0Fi} R_{ш}}.$$

При этом (5) запишется в виде

$$\frac{d^4 i_r}{dt^4} + \frac{C_F R_{0ri} R_{0Fi} R_{ш} + L_n (R_{0Fi} + R_{ш})}{C_F L_r R_{0Fi} R_{ш}} \frac{d^3 i_r}{dt^3} + \frac{(C(L_r + L_n) + C_F L_r) R_{0Fi} R_{ш} + C L_n R_{0ri} (R_{0Fi} + R_{ш})}{CC_F L_r L_n R_{0Fi} R_{ш}} \frac{d^2 i_r}{dt^2} + \frac{(C + C_F) R_{0ri} R_{0Fi} R_{ш} + L_n (R_{0Fi} + R_{ш})}{CC_F L_r L_n R_{0Fi} R_{ш}} \frac{di_r}{dt} + \frac{R_{0Fi} R_{ш} + R_{0ri} (R_{0Fi} + R_{ш})}{CC_F L_r L_n R_{0Fi} R_{ш}} i_r = \frac{(a_{Fi} - a_{ri}) R_{ш} - a_{ri} R_{0Fi}}{CC_F L_r L_n R_{0Fi} R_{ш}}. \quad (6)$$

Решением (6) будет [1, 4]

$$i_r = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} + C_3 e^{\lambda_3 t} + C_4 e^{\lambda_4 t} + i_{гч}, \quad (7)$$

где C_1, C_2, C_3, C_4 – постоянные интегрирования, $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ – корни характеристического уравнения; $i_{гч}$ – частное решение уравнения (6)

$$i_{гч} = ((a_{Fi} - a_{ri}) R_{ш} - a_{ri} R_{0Fi}) / (R_{0Fi} R_{ш} + R_{0ri} (R_{0Fi} + R_{ш})). \quad (8)$$

Если необходимо учесть параметрические особенности характеристики R_r и нелинейность R_F , дифференциальное уравнение, описывающее процессы в цепи, запишется в виде [1, 4]

$$\frac{d^4 i_r}{dt^4} + \left\{ \frac{R_{0Fi} + R_{ш}}{C_F R_{0Fi} R_{ш}} + \frac{R_r}{L_r} \right\} \frac{d^3 i_r}{dt^3} + \left\{ \frac{C(L_r + L_n) + C_F L_r}{CC_F L_r L_n} + \frac{R_r (R_{0Fi} + R_{ш})}{C_F L_r R_{0Fi} R_{ш}} + \frac{3}{L_r} \frac{dR_r}{dt} \right\} \frac{d^2 i_r}{dt^2} + \left\{ \frac{R_{0Fi} + R_{ш}}{C + C_F} + \frac{(C + C_F) R_r}{2(R_{0Fi} + R_{ш})} \frac{dR_r}{dt} + \frac{3}{L_r} \frac{d^2 R_r}{dt^2} \right\} \frac{di_r}{dt} + \left\{ \frac{CC_F L_n R_{0Fi} R_{ш}}{R_{0Fi} R_{ш} + R_r (R_{0Fi} + R_{ш})} + \frac{CC_F L_r L_n}{C_F L_r R_{0Fi} R_{ш}} \frac{dR_r}{dt} + \frac{R_{0Fi} + R_{ш}}{L_r} \frac{d^2 R_r}{dt^2} \right\} \frac{dt}{dt} + \left\{ \frac{R_{0Fi} R_{ш} + R_r (R_{0Fi} + R_{ш})}{CC_F L_r L_n R_{0Fi} R_{ш}} + \frac{C + C_F}{CC_F L_r L_n} \frac{dR_r}{dt} + \frac{R_{0Fi} + R_{ш}}{C_F L_r R_{0Fi} R_{ш}} \frac{d^2 R_r}{dt^2} + \frac{1}{L_r} \frac{d^3 R_r}{dt^3} \right\} i_r = \frac{a_{Fi}}{CC_F L_r L_n R_{0Fi}}. \quad (9)$$

При использовании аппроксимирующей характеристики (2) значения коэффициентов при производных от третьего до первого порядка i_r , а также при самой i_r в уравнении (9) запишутся соответственно:

$$\begin{aligned}
& \frac{L_r(R_{0Fi} + R_{ш}) + C_F R_{0ri} R_{0Fi} R_{ш} + A_1 C_F R_{0Fi} R_{ш} e^{-a_1 t} + A_2 C_F R_{0Fi} R_{ш} e^{a_2 t}}{C_F L_r R_{0Fi} R_{ш}}; \\
& \frac{(C(L_r + L_n) + C_F L_r) R_{0Fi} + R_{ш} + CL_n R_{0ri} (R_{0Fi} + R_{ш}) + A_1 (CL_n (R_{0Fi} + R_{ш}) - 3a_1 C C_F L_n R_{0Fi} R_{ш}) e^{-a_1 t}}{C C_F L_r L_n R_{0Fi} R_{ш}} + \\
& \quad + \frac{A_2 (CL_n (R_{0Fi} + R_{ш}) + 3a_2 C C_F L_n R_{0Fi} R_{ш}) e^{a_2 t}}{C C_F L_r L_n R_{0Fi} R_{ш}}; \\
& \frac{L_r (R_{0Fi} + R_{ш}) + (C + C_F) R_{0ri} R_{0Fi} R_{ш} + A_1 \{(C + C_F) R_{0Fi} R_{ш} - 2a_1 CL_n (R_{0Fi} + R_{ш}) + 3a_1^2 C C_F L_n R_{0Fi} R_{ш}\} e^{-a_1 t}}{C C_F L_r L_n R_{0Fi} R_{ш}} + \\
& \quad + \frac{A_2 \{(C + C_F) R_{0Fi} R_{ш} + 2a_2 CL_n (R_{0Fi} + R_{ш}) + 3a_2^2 C C_F L_n R_{0Fi} R_{ш}\} e^{a_2 t}}{C C_F L_r L_n R_{0Fi} R_{ш}}; \\
& \frac{R_{0Fi} R_{ш} + R_{0ri} (R_{0Fi} + R_{ш}) + A_1 \{R_{0Fi} + R_{ш} - a_1 (C + C_F) R_{0Fi} R_{ш} + 2a_1^2 CL_n (R_{0Fi} + R_{ш}) - a_1^3 C C_F L_n R_{0Fi} R_{ш}\} e^{-a_1 t}}{C C_F L_r L_n R_{0Fi} R_{ш}} + \\
& \quad + \frac{A_2 \{R_{0Fi} + R_{ш} + a_2 (C + C_F) R_{0Fi} R_{ш} + a_2^2 CL_n (R_{0Fi} + R_{ш}) + a_2^3 C C_F L_n R_{0Fi} R_{ш}\} e^{a_2 t}}{C C_F L_r L_n R_{0Fi} R_{ш}}.
\end{aligned}$$

Решение такого уравнения в аналитическом виде затруднено. Поэтому при необходимости следует использовать численные методы. Если напряжение на нагрузке превышает 150 В, нелинейными свойствами сопротивления воды можно пренебречь. В этом случае правая часть в уравнении (4) будет равна нулю [1, 4]. То же касается соотношения (5), описывающего общий случай нелинейности R_r . При нелинейности R_r вида (1) уравнение (6) преобразуется следующим образом:

$$\begin{aligned}
& \frac{d^4 i_r}{dt^4} + \frac{C_F R_{0ri} R_{0Fi} R_{ш} + L_n (R_{0Fi} + R_{ш})}{C C_F L_r L_n R_{0Fi} R_{ш}} \frac{d^3 i_r}{dt^3} + \frac{(C(L_r + L_n) + C_F L_r) R_{0Fi} R_{ш} + CL_n R_{0ri} (R_{0Fi} + R_{ш})}{C C_F L_r L_n R_{0Fi} R_{ш}} \frac{d^2 i_r}{dt^2} + \\
& \quad + \frac{(C + C_F) R_{0ri} R_{0Fi} R_{ш} + L_n (R_{0Fi} + R_{ш})}{C C_F L_r L_n R_{0Fi} R_{ш}} \frac{d i_r}{dt} + \frac{R_{0Fi} R_{ш} + R_{0ri} (R_{0Fi} + R_{ш})}{C C_F L_r L_n R_{0Fi} R_{ш}} i_r = \frac{-a_{ri} (R_F + R_{ш})}{C C_F L_r L_n R_F R_{ш}}.
\end{aligned}$$

Его решение будет иметь вид (7) с тем отличием, что частное решение запишется [1, 4]

$$i_{rc} = (-a_{ri} (R_{0Fi} + R_{ш})) / (R_{0ri} (R_{0Fi} + R_{ш}) + R_{0Fi} R_{ш}). \quad (10)$$

Если R_r носит параметрический характер и R_F линейно, то правая часть соотношения (9) также превратится в нуль [1, 4]. Поскольку аппроксимация нелинейной характеристики R_r и R_F функцией (1) в окрестности точек $i_r = 0$, $i_F = 0$ (т.е. в начальный момент времени и при полном разряде конденсатора) неприменима, то для нахождения постоянных интегрирования используют специальные условия. В данном случае удобно использовать значение тока через нагрузку I_m в момент достижения им максимума $t = t_m$. Т.к. ток в гранулах значительно превышает ток в жидкости, логично предположить, что в момент времени $t = t_m$ ток i_r также достигает максимума. Таким образом, можем записать систему уравнений для нахождения постоянных интегрирования

$$\begin{cases}
C_F L_r L_n \frac{d^3 i_r}{dt^3} + \left(\frac{C_F L_r}{C} + \frac{L_r L_n (R_{0Fi} + R_{ш})}{R_{0Fi} R_{ш}} + C_F L_n R_{0ri} \right) \frac{d^2 i_r}{dt^2} + \left(\frac{R_{0ri} (R_{0Fi} + R_{ш}) + R_{0Fi} R_{ш}}{C R_{0Fi} R_{ш}} + R_{0ri} \right) i = \\
= \frac{a_{Fi} R_{ш} - a_{ri} (R_{0Fi} + R_{ш})}{C R_{0Fi} R_{ш}} - a_{ri}; \\
\frac{d i_r}{dt} = 0; \\
\frac{R_{0ri} + R_{0Fi}}{R_{0Fi}} i_r + \frac{a_{ri} - a_{Fi}}{R_{0Fi}} + C_F L_r \frac{d^2 i_r}{dt^2} = I_m; \\
\frac{d i_n}{dt} = \left(\frac{L_r}{R_{0Fi}} + C_F R_{0ri} \right) \frac{d^2 i_r}{dt^2} + C_F L_r \frac{d^3 i_r}{dt^3} = 0
\end{cases} \quad (11)$$

Воспользовавшись формулой (7), преобразуем систему (11) в уравнение в матричной форме [1]

$$\begin{vmatrix} D_1 & D_2 & D_3 & D_4 \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 & \lambda_4 \\ A_1 & A_2 & A_3 & A_4 \\ B_1 & B_2 & B_3 & B_4 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} C_1 e^{\lambda_1 t_m} \\ C_2 e^{\lambda_2 t_m} \\ C_3 e^{\lambda_3 t_m} \\ C_4 e^{\lambda_4 t_m} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} I_1 \\ 0 \\ I_2 \\ 0 \end{vmatrix},$$

где $A_n = R_{0Fi} + R_{0Fi} + C_F L_\Gamma R_{0Fi} \lambda_n^2$; $B_n = (L_\Gamma + C_F R_{0Fi} R_{0Fi} + C_F L_\Gamma R_{0Fi} \lambda_n) \lambda_n^2$;
 $D_n = CC_F L_\Gamma L_n R_{0Fi} R_{\text{ш}} \lambda_n^3 + \{C_F R_{0Fi} R_{\text{ш}} (L_\Gamma + CL_n R_{0Fi}) + CL_\Gamma L_n (R_{0Fi} + R_{\text{ш}})\} \lambda_n^2 + R_{0Fi} (R_{0Fi} + R_{\text{ш}}) + R_{0Fi} R_{\text{ш}} (1 + CR_{0Fi})$;
 $I_1 = a_{Fi} R_{\text{ш}} - a_{ri} (R_{0Fi} + R_{\text{ш}} + CR_{0Fi} R_{\text{ш}}) - i_{\text{гч}} (R_{0Fi} (R_{0Fi} + R_{\text{ш}}) + R_{0Fi} R_{\text{ш}} (1 + CR_{0Fi}))$;
 $I_2 = I_m R_{0Fi} + a_{Fi} - a_{ri} - i_{\text{гч}} (R_{0Fi} + R_{0Fi})$; $n = 1, 2, 3, 4$; $i_{\text{гч}}$ в данных формулах определяется выражением (8).

Решим систему уравнений (11) методом Крамера [1]. Для этого найдем определители соответствующих матриц [1]

$$\Lambda = \det \begin{vmatrix} D_1 & D_2 & D_3 & D_4 \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 & \lambda_4 \\ A_1 & A_2 & A_3 & A_4 \\ B_1 & B_2 & B_3 & B_4 \end{vmatrix}; \quad \Lambda_1 = \det \begin{vmatrix} I_1 & D_2 & D_3 & D_4 \\ 0 & \lambda_2 & \lambda_3 & \lambda_4 \\ I_2 & A_2 & A_3 & A_4 \\ 0 & B_2 & B_3 & B_4 \end{vmatrix}; \quad \Lambda_2 = \det \begin{vmatrix} D_1 & I_1 & D_3 & D_4 \\ \lambda_1 & 0 & \lambda_3 & \lambda_4 \\ A_1 & I_2 & A_3 & A_4 \\ B_1 & 0 & B_3 & B_4 \end{vmatrix}; \quad (12)$$

$$\Lambda_3 = \det \begin{vmatrix} D_1 & D_2 & I_1 & D_4 \\ \lambda_1 & \lambda_2 & 0 & \lambda_4 \\ A_1 & A_2 & I_2 & A_4 \\ B_1 & B_2 & 0 & B_4 \end{vmatrix}; \quad \Lambda_4 = \det \begin{vmatrix} D_1 & D_2 & D_3 & I_1 \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 & 0 \\ A_1 & A_2 & A_3 & I_2 \\ B_1 & B_2 & B_3 & 0 \end{vmatrix}.$$

Тогда для постоянных интегрирования можем записать [1, 4]

$$C_1 = \Lambda_1 \Lambda^{-1} e^{-\lambda_1 t_m}; \quad C_2 = \Lambda_2 \Lambda^{-1} e^{-\lambda_2 t_m}; \quad C_3 = \Lambda_3 \Lambda^{-1} e^{-\lambda_3 t_m}; \quad C_4 = \Lambda_4 \Lambda^{-1} e^{-\lambda_4 t_m}.$$

Значения t_m и I_m определяются экспериментально и, если существует возможность измерения напряжения на нагрузке в момент времени, когда ток в ней достигает своего максимума U_{Im} , первое уравнение в системе (12) примет вид: $i_r R_{0Fi} + a_{ri} = U_{Im}$. В этом случае можно избавиться от коэффициентов D_n , поскольку $D_1 = D_2 = D_3 = D_4 = 1$, а формула для определения I_1 запишется следующим образом: $I_1 = i_{\text{гч}} + (U_{Im} - a_{ri}) / R_{0Fi}$. Заметим также, что в случае принятия линейной модели сопротивления жидкости, во всех соотношениях для определения постоянных интегрирования $a_{Fi} = 0$, а частное решение $i_{\text{гч}}$ определяется по формуле (10).

Если эквивалентная частота разрядных импульсов генератора лежит в диапазоне низких и средних частот, то реактивными элементами схемы можно пренебречь. На практике, как правило, в слое гранул соотношение числа плазменных контактов в плоскости, перпендикулярной основному направлению протекания тока, к числу плазменных каналов в одной цепочке гранул вдоль линий протекания тока составляет от 3:1 до 12:1. Как показали расчеты, для данного соотношения 3,3:1 в слое гранул Al диаметром 4 мм в номинальном режиме емкостью C_F можно пренебречь до частоты 400 кГц, а индуктивностью L_Γ – до 1,2 МГц. Если в схеме отсутствует индуктивность L_Γ , то для общего, с точки зрения теории дифференциальных уравнений, случая можно записать

$$\frac{d^3(i_r R_\Gamma)}{dt^3} + \frac{1}{C_F} \frac{d^2 i_r}{dt^2} + \frac{1}{C_F R_{\text{ш}}} \frac{d^2(i_r R_\Gamma)}{dt^2} + \frac{1}{C_F} \frac{d^2(i_r R_\Gamma / R_F)}{dt^2} + \frac{1}{L_n} \left(\frac{L_\Gamma}{C_F} + \frac{1}{C} \right) \frac{d(i_r R_\Gamma)}{dt} + \frac{1}{CC_F L_n} \left\{ 1 + \frac{R_\Gamma}{R_F} + \frac{R_\Gamma}{R_{\text{ш}}} \right\} i_r = 0. \quad (13)$$

При использовании зависимости R_F от i_F вида (1) выражение (13) примет вид

$$\frac{d^3(i_r R_\Gamma)}{dt^3} + \frac{1}{C_F} \frac{d^2 i_r}{dt^2} + \frac{R_{0Fi} + R_{\text{ш}}}{C_F R_{0Fi} R_{\text{ш}}} \frac{d^2(i_r R_\Gamma)}{dt^2} + \frac{C + C_F}{CC_F L_n} \frac{d(i_r R_\Gamma)}{dt} + \frac{R_{0Fi} R_{\text{ш}} + R_\Gamma (R_{0Fi} + R_{\text{ш}})}{CC_F L_n R_{0Fi} R_{\text{ш}}} i_r = \frac{a_{Fi}}{CC_F L_n R_{0Fi}}. \quad (14)$$

Если необходимо учесть нелинейные особенности характеристики R_Γ , то из (14) получим [4]

$$\frac{d(i_r R_\Gamma)}{dt} \frac{d^3 i_r}{dt^3} + \left\{ \frac{1}{C_F} + \frac{R_{0Fi} + R_{\text{ш}}}{C_F R_{0Fi} R_{\text{ш}}} \frac{d(i_r R_\Gamma)}{dt} \right\} \frac{d^2 i_r}{dt^2} + 3 \frac{d^2(i_r R_\Gamma)}{dt^2} \frac{d^2 i_r}{dt^2} \frac{di_r}{dt} + \frac{C + C_F}{CC_F L_n} \frac{d(i_r R_\Gamma)}{dt} \frac{di_r}{dt} + \frac{d^3(i_r R_\Gamma)}{dt^3} \left(\frac{di_r}{dt} \right) + \frac{R_{0Fi} + R_{\text{ш}}}{C_F R_{0Fi} R_{\text{ш}}} \frac{d^2(i_r R_\Gamma)}{dt^2} \left(\frac{di_r}{dt} \right)^2 + \frac{R_{0Fi} R_{\text{ш}} + R_\Gamma (R_{0Fi} + R_{\text{ш}})}{CC_F L_n R_{0Fi} R_{\text{ш}}} i_r = \frac{a_{Fi}}{CC_F L_n R_{0Fi}}, \quad (15)$$

а если параметрические, то имеем [4]

$$\frac{d^3 i_r}{dt^3} + \left\{ \frac{1}{C_F R_r} + \frac{R_{0Fi} + R_{ш}}{C_F R_{0Fi} R_{ш}} + \frac{3}{R_r} \frac{dR_r}{dt} \right\} \frac{d^2 i_r}{dt^2} + \left\{ \frac{C + C_F}{CC_F L_n} + \frac{2(R_{0Fi} + R_{ш})}{C_F R_r R_{0Fi} R_{ш}} \frac{dR_r}{dt} + \frac{3}{R_r} \frac{d^2 R_r}{dt^2} \right\} \frac{di_r}{dt} + \left\{ \frac{R_{0Fi} + R_{ш}}{CC_F L_n R_{0Fi} R_{ш}} + \frac{1}{CC_F L_n R_r} + \frac{C + C_F}{CC_F L_n R_r} \frac{dR_r}{dt} + \frac{R_{0Fi} + R_{ш}}{C_F R_r R_{0Fi} R_{ш}} \frac{d^2 R_r}{dt^2} + \frac{1}{R_r} \frac{d^3 R_r}{dt^3} \right\} i_r = \frac{a_{Fi}}{CC_F L_n R_r R_{0Fi}}. \quad (16)$$

Заметим, что в случае, когда нелинейностью R_F можно пренебречь, правые части выражений (15) и (16) превратятся в нуль [1, 4]. В случае, когда для описания характеристики R_r и R_F используется зависимость (1), дифференциальное уравнение (15) преобразуется к виду

$$\frac{d^3 i_r}{dt^3} + \frac{R_{0Fi} R_{ш} + R_{0ri} (R_{0Fi} + R_{ш})}{C_F R_{0ri} R_{0F} R_{ш}} \frac{d^2 i_r}{dt^2} + \frac{C + C_F}{CC_F L_n} \frac{di_r}{dt} + \frac{R_{0Fi} R_{ш} + R_{0ri} (R_{0Fi} + R_{ш})}{CC_F L_n R_{0ri} R_{0Fi} R_{ш}} i_r = - \frac{a_{ri} (R_{0Fi} + R_{ш}) - a_{Fi} R_{ш}}{CC_F L_n R_{0ri} R_{0Fi} R_{ш}}.$$

Его решением будет $i_r = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} + C_3 e^{\lambda_3 t} + i_{rч}$, в котором $i_{rч} = - \frac{a_{ri} (R_{0Fi} + R_{ш}) - a_{Fi} R_{ш}}{R_{0Fi} R_{ш} + R_{0ri} (R_{0Fi} + R_{ш})}$.

Для нахождения постоянных интегрирования воспользуемся максимальным за время импульса значением тока в нагрузке I_m в соответствующий момент времени t_m при условии, что ток в слое гранул достигает своего максимума одновременно с током в нагрузке

$$\begin{cases} i_r \Big|_{t=t_m} = (I_m R_{0Fi} - a_{ri} + a_{Fi}) / (R_{0Fi} + R_{0ri}); \\ di_r/dt \Big|_{t=t_m} = 0; \\ d^2 i_r/dt^2 \Big|_{t=t_m} = 0. \end{cases}$$

Для нахождения постоянных интегрирования запишем систему уравнений в матричной форме

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 \\ \lambda_1^2 & \lambda_2^2 & \lambda_3^2 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} C_1 e^{\lambda_1 t_m} \\ C_2 e^{\lambda_2 t_m} \\ C_3 e^{\lambda_3 t_m} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} I_3 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}, \quad (17)$$

где $I_3 = \frac{I_m R_{0Fi} + a_{Fi} - a_{ri}}{R_{0ri} + R_{0Fi}} - i_{rч}$. Решая (17), получим [1]

$$\Lambda'_1 = \det \begin{vmatrix} I_3 & 1 & 1 \\ 0 & \lambda_2 & \lambda_3 \\ 0 & \lambda_2^2 & \lambda_3^2 \end{vmatrix}; \quad \Lambda'_2 = \det \begin{vmatrix} 1 & I_3 & 1 \\ \lambda_1 & 0 & \lambda_3 \\ \lambda_1^2 & 0 & \lambda_3^2 \end{vmatrix}; \quad \Lambda'_3 = \det \begin{vmatrix} 1 & 1 & I_3 \\ \lambda_1 & \lambda_2 & 0 \\ \lambda_1^2 & \lambda_2^2 & 0 \end{vmatrix}, \text{ и окончательно}$$

$$C_1 = \Lambda'_1 \Lambda^{-1} e^{-\lambda_1 t_m}; \quad C_2 = \Lambda'_2 \Lambda^{-1} e^{-\lambda_2 t_m}; \quad C_3 = \Lambda'_3 \Lambda^{-1} e^{-\lambda_3 t_m}.$$

Если R_r описывается параметрической зависимостью (2), а R_F – нелинейной (1), то для случая отсутствия индуктивности L_r можем записать [6]

$$\begin{aligned} C_F L_n (R_{0ri} + A_1 e^{-a_1 t} + A_2 e^{a_2 t}) \frac{d^3 i_r}{dt^3} + \left\{ \frac{L_n (R_{0Fi} R_{ш} + R_{0ri} (R_{0Fi} + R_{ш}))}{R_{0Fi} R_{ш}} + A_1 \frac{L_n}{R_{0Fi} R_{ш}} (R_{0Fi} + R_{ш} - 3a_1 C_F R_{0Fi} R_{ш}) e^{-a_1 t} + \right. \\ \left. + A_2 \frac{L_n}{R_{0Fi} R_{ш}} (R_{0Fi} + R_{ш} + 3a_2 C_F R_{0Fi} R_{ш}) e^{a_2 t} \right\} \frac{d^2 i_r}{dt^2} + \left\{ \frac{C_F R_{0ri}}{C} + A_1 \left(\frac{C_F}{C} + 3a_1^2 C_F L_n - 2a_1 \frac{L_n (R_{0Fi} + R_{ш})}{R_{0Fi} R_{ш}} \right) e^{-a_1 t} + \right. \\ \left. + A_2 \left(\frac{C_F}{C} + 3a_2^2 C_F L_n + 2a_2 \frac{L_n (R_{0Fi} + R_{ш})}{R_{0Fi} R_{ш}} \right) e^{a_2 t} \right\} \frac{di_r}{dt} + \left\{ \frac{L_n (R_{0Fi} R_{ш} (1 + CR_{0ri}) + R_{0ri} (R_{0Fi} + R_{ш}))}{CR_{0Fi} R_{ш}} + \right. \\ \left. + \frac{A_1}{CR_{0Fi} R_{ш}} (R_{0Fi} + R_{ш} - a_1^3 CC_F L_n R_{0Fi} R_{ш} + a_1^2 CL_n (R_{0Fi} + R_{ш}) - a_1 R_{0Fi} R_{ш} (C + C_F)) e^{-a_1 t} + \right. \\ \left. + \frac{A_2}{CR_{0Fi} R_{ш}} (R_{0Fi} + R_{ш} + a_2^3 CC_F L_n R_{0Fi} R_{ш} + a_2^2 CL_n (R_{0Fi} + R_{ш}) + a_2 R_{0Fi} R_{ш} (C + C_F)) e^{a_2 t} \right\} i_r = \frac{a_{Fi}}{CR_{0Fi}}. \end{aligned}$$

В соответствующем диапазоне частот, когда в схеме рис. 1 отсутствуют как индуктивность L_r , так и емкость C_F , для общего, с точки зрения теории дифференциальных уравнений, случая можно записать [6]

$$\frac{d^2 i_r}{dt^2} + \frac{d^2 (i_r R_r / R_F)}{dt^2} + \frac{1}{R_{ш}} \frac{d^2 (i_r R_r)}{dt^2} + \frac{1}{L_n} \frac{d (i_r R_r)}{dt} + \frac{1}{CL_n} i_r \left(1 + \frac{R_r}{R_F} + \frac{R_r}{R_{ш}} \right) = 0. \quad (18)$$

Поскольку R_F зависит от i_F , необходимо найти зависимость $i_F = f(i_r)$. Это можно сделать, приравняв $i_r R_r = F_r(i_r)$ и $i_F R_F = F_F(i_F)$. Таким образом, поскольку

$$i = i_r + i_r R_r / R_{ш} + f(i_r), \quad (19)$$

из (18) получим:
$$\frac{d^2 i_r}{dt^2} + \frac{d^2 f(i_r)}{dt^2} + \frac{1}{R_{ш}} \frac{d^2 (i_r R_r)}{dt^2} + \frac{1}{L_n} \frac{d(i_r R_r)}{dt} + \frac{1}{CL_n} \left(i_r + i_r \frac{R_r}{R_{ш}} + f(i_r) \right) = 0$$
 или
$$\frac{d^2 i_r}{dt^2} \left(1 + \frac{df(i_r)}{di_r} + \frac{1}{R_{ш}} \frac{d(i_r R_r)}{di_r} \right) + \left(\frac{di_r}{dt} \right)^2 \left(\frac{d^2 f(i_r)}{di_r^2} + \frac{1}{R_{ш}} \frac{d^2 (i_r R_r)}{di_r^2} \right) + \frac{1}{L_n} \frac{di_r}{dt} \frac{d(i_r R_r)}{di_r} + \frac{1}{CL_n} \left(i_r + i_r \frac{R_r}{R_{ш}} + f(i_r) \right) = 0.$$

При нелинейности сопротивлений слоя гранул и жидкости вида (1) имеем

$$\frac{d^2 i_r}{dt^2} + \frac{R_{0ri} R_{0Fi} R_{ш}}{L_n ((R_{0ri} + R_{0Fi}) R_{ш} + R_{0ri} R_{0Fi})} \frac{di_r}{dt} + \frac{1}{CL_n} i_r = \frac{a_{Fi} R_{ш} - a_{ri} (R_{0Fi} + R_{ш})}{CL_n ((R_{0ri} + R_{0Fi}) R_{ш} + R_{0ri} R_{0Fi})}. \quad (20)$$

Решением уравнения (20) будет [4] $i_r = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} + i_{rч}$, где $i_{rч} = \frac{a_{Fi} R_{ш} - a_{ri} (R_{0Fi} + R_{ш})}{((R_{0ri} + R_{0Fi}) R_{ш} + R_{0ri} R_{0Fi})}$, а

$$\lambda_{1,2} = - \frac{R_{0ri} R_{0Fi} R_{ш}}{2L_n ((R_{0ri} + R_{0Fi}) R_{ш} + R_{0ri} R_{0Fi})} \pm \sqrt{\frac{R_{0ri}^2 R_{0Fi}^2 R_{ш}^2}{4L_n^2 ((R_{0ri} + R_{0Fi}) R_{ш} + R_{0ri} R_{0Fi})^2} - \frac{1}{CL_n}}.$$

Для токов в цепи можем записать $i_F = (C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} + i_{rч}) R_{0ri} / R_{0Fi} + (a_{ri} - a_{Fi}) / R_{0Fi}$;

$$i_{ш} = \left\{ C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} + i_{rч} \right\} \frac{R_{0ri}}{R_{ш}} + \frac{a_{ri}}{R_{ш}}; \quad i = \left\{ C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} + i_{rч} \right\} \frac{(R_{0ri} + R_{0Fi}) R_{ш} + R_{0ri} R_{0Fi}}{R_{0ri} R_{0Fi} R_{ш}} + \frac{a_{ri} (R_{0Fi} + R_{ш}) - a_{Fi} R_{ш}}{R_{0Fi} R_{ш}}.$$

Постоянные интегрирования находим из условий

$$\begin{cases} i_r \Big|_{t=t_m} = (I_m R_{0Fi} - a_{ri} + a_{Fi}) / (R_{0Fi} + R_{0ri}); \\ di_r / dt \Big|_{t=t_m} = 0, \end{cases}$$

где I_m – максимальное за время импульса значение тока в нагрузке в момент времени t_m .

Соответствующее матричное уравнение имеет вид

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ \lambda_1 & \lambda_2 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} C_1 e^{\lambda_1 t_m} \\ C_2 e^{\lambda_2 t_m} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} I_4 \\ 0 \end{vmatrix}, \quad (21)$$

где $I_4 = (I_m R_{0Fi} + a_{Fi} - a_{ri}) / (R_{0ri} + R_{0Fi}) - i_{rч}$. Решая (21), имеем $C_1 = I_4 \lambda_2 e^{-\lambda_1 t_m} / (\lambda_2 - \lambda_1)$, $C_2 = -I_4 \lambda_1 e^{-\lambda_2 t_m} / (\lambda_2 - \lambda_1)$ [1]. В случае линейности R_F правая часть уравнения (20) будет равна

$$-\frac{a_r (R_{0Fi} + R_{ш})}{CL_n ((R_{0ri} + R_{0Fi}) R_{ш} + R_{0ri} R_{0Fi})}, \quad \text{а } I_4 \text{ преобразуется к виду } I_4 = \frac{I_m R_{0Fi} - a_{ri}}{R_{0ri} + R_{0Fi}} - i_{rч}.$$

При необходимости учета параметрических свойств R_r и нелинейных R_F уравнение (18) с учетом (19) преобразуется к виду

$$\frac{d^2 i_r}{dt^2} + \frac{R_{ш}}{R_{0ri} + R_{ш}} \frac{d^2 (i_r)}{dt^2} + \frac{di_r}{dt} \left(\frac{2}{R_{0ri} + R_{ш}} \frac{dR_r}{dt} + \frac{R_{0ri} R_{ш}}{L_n (R_{0ri} + R_{ш})} \right) + \frac{i_r}{CL_n} \left(\frac{CR_{ш}}{R_{0ri} + R_{ш}} \frac{dR_r}{dt} + 1 \right) + \frac{f(i_r) R_{ш}}{CL_n (R_{0ri} + R_{ш})} = 0.$$

Если же характеристика R_F описывается соотношением (1), то

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 i_r}{dt^2} \frac{R_r (R_{0Fi} + R_{ш}) + R_{0Fi} R_{ш}}{R_{0Fi} R_{ш}} + \frac{di_r}{dt} \left(\frac{2(R_{0Fi} + R_{ш})}{R_{0Fi} R_{ш}} \frac{dR_r}{dt} + \frac{R_r}{L_n} \right) + \\ & + i_r \left\{ \frac{R_{0Fi} + R_{ш}}{R_{0Fi} R_{ш}} \frac{d^2 R_r}{dt^2} + \frac{1}{L_n} \frac{dR_r}{dt} + \frac{1}{CL_n} \frac{R_r (R_{0Fi} + R_{ш}) + R_{0Fi} R_{ш}}{R_{0Fi} R_{ш}} \right\} = \frac{a_{Fi}}{CL_n R_{0Fi}}. \end{aligned} \quad (22)$$

При использовании для описания характеристики R_r аппроксимирующей зависимости (2) выражение (22) изменится следующим образом:

$$\frac{d^2 i_r}{dt^2} + \frac{di_r}{dt} \frac{R_{0rt} R_{0Fi} R_{ш} + A_1 (R_{0Fi} R_{ш} - 2a_1 L_n (R_{0Fi} + R_{ш})) e^{-a_1 t} + A_2 (R_{0Fi} R_{ш} + 2a_2 L_n (R_{0Fi} + R_{ш})) e^{a_2 t}}{L_n ((R_{0rt} + R_{0Fi}) R_{ш} + R_{0rt} R_{0Fi} + A_1 (R_{0Fi} + R_{ш}) e^{-a_1 t} + A_2 (R_{0Fi} + R_{ш}) e^{a_2 t})} +$$

$$+ i_r [(R_{0rt} + R_{0Fi}) R_{ш} + R_{0rt} R_{0Fi} + A_1 ((R_{0Fi} + R_{ш}) - a_1 C R_{0Fi} R_{ш} + a_1^2 C L_n (R_{0Fi} + R_{ш})) e^{-a_1 t} +$$

$$+ A_2 ((R_{0Fi} + R_{ш}) + a_2 C R_{0Fi} R_{ш} + a_2^2 C L_n (R_{0Fi} + R_{ш})) e^{a_2 t}] /$$

$$/[L_n ((R_{0rt} + R_{0Fi}) R_{ш} + R_{0rt} R_{0Fi} + A_1 (R_{0Fi} + R_{ш}) e^{-a_1 t} + A_2 (R_{0Fi} + R_{ш}) e^{a_2 t})] = a_{Fi} / C L_n R_{0Fi}. \quad (23)$$

Уравнение (23) можно преобразовать к уравнению Риккарти [4] и решить с использованием определенных допущений, что подробно описано в [8]. Заметим, что в случае линейности правые части выражений (22) и (23) принимают нулевые значения.

Заключение. Предложена эквивалентная нелинейно-параметрическая схема замещения гетерогенной плазмозероизионной нагрузки для широкого диапазона частот. Разработана аналитическая модель, описывающая переходные процессы в RLC -цепи с такой нагрузкой.

Получены решения дифференциального уравнения, описывающего переходные процессы в данной цепи для случаев нелинейных зависимостей сопротивления слоя гранул и воды, которые описываются гиперболическими функциями первого порядка, а также для параметрической зависимости сопротивления слоя гранул, которая описывается суммой двух экспонент, для диапазонов низких, средних и высоких частот разрядных импульсов.

Запись зависимости сопротивления гетерогенной плазмозероизионной нагрузки от протекающего в ней тока удобнее, чем запись данной зависимости от приложенного напряжения для составления и решения системы дифференциальных уравнений, описывающих переходные процессы в RLC -цепи с ней.

1. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. – Москва: Наука, 1981. – 720 с.
2. Захарченко С.Н. Влияние напряженности внешнего электрического поля и температуры на сопротивление искроэрозионных гидрозолей металлов // Пр. Ін-ту електродинаміки НАН України. – 2012. – № 33. – С. 113–120.
3. Захарченко С.Н. Моделирование зависимости электрического сопротивления гранулированных токопроводящих сред от протекающего в них импульсного тока // Технічна електродинаміка. – 2012. – № 5. – С. 17–27.
4. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, 1965. – 704 с.
5. Лопатько К.Г., Мельничук М.Д. Фізика, синтез та біологічна функціональність нанорозмірних об'єктів. – К.: Видавничий центр НУБіП України, 2013. – 297 с.
6. Поливанов К.М. Физические основы электротехники. – М.-Л.: Госэнергоиздат, 1950. – 558 с.
7. Стромберг А.Г., Семченко Д.П. Физическая химия. – М.: Высшая школа, 2009. – 528 с.
8. Шидловская Н.А., Захарченко С.Н. Переходные процессы в RLC -цепях с параметрической нагрузкой // Технічна електродинаміка. – 2014. – №2. – С. 3–10.
9. Danilenko N.B., Savelev G.G., Yavorovskii N.A., Yurmazova T.A. Chemical reactions in electric pulse dispersion of iron in aqueous solutions // Russian Journal of Applied Chemistry. – 2008. – Vol. 81. – № 5. – Pp. 803–809.
10. Nguyen P.K., Lee K.H., Kim S.I., Ahn K.A., Chen L.H., Lee S.M., Chen R.K., Jin S., Berkowitz A.E. Spark erosion: a high production rate method for producing $\text{Bi}_{0.5}\text{Sb}_{1.5}\text{Te}_3$ nanoparticles with enhanced thermoelectric performance // Nanotechnology. – 2012. – Vol. 23, 415604.

УДК 621.3.011.72

ПЕРЕХІДНІ ПРОЦЕСИ В RLC -КОЛІ З ГЕТЕРОГЕННИМ ПЛАЗМОЕРОЗІЙНИМ НАВАНТАЖЕННЯМ

Н.А. Шидловська, чл.-кор. НАН України, С.М. Захарченко, канд.техн.наук

Інститут електродинаміки НАН України,

пр. Перемоги, 56, Київ-57, 03680, Україна.

Е-mail: shydlovska@mail.ua, snzakhar@bk.ru

Запропоновано нелінійно-параметричну еквівалентну схему заміщення гетерогенного плазмозероизионного навантаження для широкого діапазону частот. Розроблено аналітичні моделі, які описують перехідні процеси в RLC -колі з таким навантаженням як в загальному випадку, так і у випадках нелінійної та параметричної за-

лежності опору навантаження. Розглянуто залежності від струму еквівалентного електричного опору шару металевих гранул, а також води, які описуються гіперболічними функціями першого порядку. Розглянуто параметричну залежність опору шару гранул, яка описується функцією на основі суми двох експонент. Отримано рішення диференційного рівняння, що описує перехідні процеси в такому колі для наведених вище окремих випадків нелінійних та параметричних залежностей опору шару гранул і води в діапазонах низьких, середніх та високих частот розрядних імпульсів. Бібл. 10, рис. 1.

Ключові слова: плазмоерозійне навантаження, нелінійно-параметричні залежності, перехідний процес, диференційне рівняння.

TRANSIENTS IN THE RLC-CIRCUIT WITH HETEROGENEOUS PLASMA-EROSIVE LOAD

N.A.Shydlovska, S.M.Zakharchenko

Institute of Electrodynamics National Academy of Science of Ukraine,

Peremohy, 56, Kyiv-57, 03680, Ukraine

E-mail: shydlovska@mail.ua, snzakhar@bk.ru

The nonlinear-parametrical equivalent circuit of heterogeneous plasma-erosive load for a wide frequency band is offered. The analytical models describing transients in a RLC-circuit with such loading, as generally, and in cases of nonlinear and parametrical dependence of resistance of loading are developed. Dependences on a proceeding current of equivalent electric resistance of a layer of metal granules, and also the waters described by hyperbolic functions of the first order are considered. Parametrical dependence of resistance of a layer of the granules, described by function on the basis of the sum two exponents is considered. Solutions of the differential equation describing transients in the given circuit for above mentioned special cases for nonlinear and parametrical dependences of resistance of a layer of granules and water in band of low, average and high frequencies of discharge pulses are received.

References 10, figure 1.

Key words: plasma-erosive load, nonlinear-parametrical dependences, transient, differential equation.

1. Bronshtein I.N., Semendiaev K.A. Reference book on mathematics. – Moskva: Nauka, 1981. – 720 p. (Rus)
2. Zakharchenko S.N. The Influence of external electric field strength and temperature on the resistance of spark-erosive hydrosols of metals // Pratsi Institutu Elektrodynamiki Natsionalnoi Akademii Nauk Ukrayini. – 2012. – No 33. – Pp. 113–120. (Rus)
3. Zakharchenko S.N. Modelling of dependence of electrical resistance of granulated current-carrying mediums from a pulse current proceeding in them // Tekhnichna elektrodynamika. – 2012. – No 5. – Pp. 17–27. (Rus)
4. Kamke E. Reference Book on Ordinary Differential Equations. – Moskva: Nauka, 1965. – 704 p. (Rus)
5. Lopatko K.G., Melnichuk M.D. Physics, synthesis and biological functionality of nanosize objects. – Kyiv: Vydavnychiy centr Natsionalnoho Universytetu Bioresursiv i Pryrodokorystuvannia Ukrainy, 2013. – 297 p. (Ukr)
6. Polivanov K.M. Physical bases of the electrical engineering. – Moskva-Leningrad: Gosenergoizdat, 1950. – 558 p. (Rus)
7. Stromberg A.G., Semchenko D.P. Physical chemistry. – Moskva: Vysshaia Shkola, 2009. – 528 p. (Rus)
8. Shydlovskaia N.A., Zakharchenko S.N. Transients in RLC-circuits with a parametric loading // Tekhnichna elektrodynamika. – 2014. – No 2. – Pp. 3–10. (Rus)
9. Danilenko N.B., Savelev G.G., Yavorovskii N.A., Yurmazova T.A. Chemical reactions in electric pulse dispersion of iron in aqueous solutions // Russian Journal of Applied Chemistry. – 2008. – Vol. 81. – No 5. – Pp. 803–809.
10. Nguyen P.K., Lee K.H., Kim S.I., Ahn K.A., Chen L.H., Lee S.M., Chen R.K., Jin S., Berkowitz A.E. Spark erosion: a high production rate method for producing Bi_{0.5}Sb_{1.5}Te₃ nanoparticles with enhanced thermoelectric performance // Nanotechnology. – 2012. – Vol. 23, 415604.

Надійшла 05.02.2014