УДК 629.783

Лабутина Т. В.,
Петренко А. Н.

КИНЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ «НАЗЕМНАЯ АНТЕННА — КОСМИЧЕСКИЙ АППАРАТ»

Предложена методика анализа возможных вариантов движения космических аппаратов спутниковой системы в зонах видимости ее наземных станций. В основе методики — две упрощенные модели кинематики линии, связывающей точку местоположения обобщенной наземной станции системы с центром масс космического аппарата при его движении над плоскостью местного горизонта.

Ключевые слова: *спутниковая система, космический аппарат, кинематика наземной антенны, спутниковая связь.*

1. Введение

Современные темпы технического развития требуют интенсификации процессов проектирования — разработка перспективных, тщательно обоснованных технических решений должна осуществляться с малыми затратами времени. При этом уровень сложности проектируемых технических объектов неуклонно возрастает. В подходах к интенсификации технологий проектирования можно выделить ряд направлений, одно из которых, — использование методической базы, позволяющей без снижения качества проектных работ уменьшать затраты времени на проектирование.

Материал данной статьи касается развития методической базы для проектных работ по созданию спутниковых систем. В частности — рассматривается проблема снижения затрат времени на решение задач, требующих анализа ряда показателей движения космических аппаратов относительно наземной станции при различных вариантах местоположений этой станции на обслуживаемой системой территории. К таким показателям относятся, углы, задающие направление оси диаграммы направленности наземной антенны на космический аппарат (в частности, — азимут A и угол места γ), и расстояние L от наземной станции до космического аппарата. Рассматривать изменение значений этих показателей, а также их первых и вторых производных, необходимо при решении задач, связанных с обеспечением точности сопровождения космических аппаратов наземными антеннами, реализации требуемых характеристик радиолинии между наземной станцией и космическим аппаратам.

2. Формулировка проблемы. Анализ существующих подходов к ее решению

В основе моделирования направления на космический аппарат оси диаграммы направленности наземной антенны и дальности от наземной антенны до космического аппарата — моделирование движения космического аппарата над плоскостью местного горизонта наземной станции (то есть на интервалах времени видимости космического аппарата из наземной станции). Углы, задающие направление на космический аппарат из точки местоположения наземной станции, и расстояние от наземной станции до космического аппарата можно рассматривать как «механические» параметры линии связи «наземная антенна — космический аппарат». Эта линия между двумя точками, одна из которых находится на поверхности Земли, а вторая — в центре масс движущегося по орбите космического аппарат.

В общем случае вследствие вращения Земли и орбитального движения космического аппарата возможно множество вариантов изменения его текущего положения относительно наземной станции с заданными координатами на поверхности Земли. Это приводит к многообразию вариантов зависимостей от времени расстояния между космическим аппаратом и наземной антенной, направления наземной антенны на космический аппарат на интервалах времени его движения над плоскостью местного горизонта. Иными словами — к значительному многообразию кинематики линии «наземная антенна — космический аппарат» на интервалах времени видимости космического аппарата из наземной станции (будем говорить короче — к значительному многообразию интервалов видимости космического аппарата).

Во множество возможных вариантов движения космических аппаратов спутниковой системы в зоне видимости наземной станции входят множества, определенные для всех космических аппаратов системы. При этом следует учитывать, что в современных спутниковых системах прослеживается тенденция к увеличению числа космических аппаратов в орбитальных группировках. Используются системы, в космическом сегменте которых десятки космических аппаратов. Рассматриваются перспективы создания систем, в которые входят сотни космических аппаратов.

На начальных этапах проектирования спутниковой системы координаты ее наземных станций могут быть не заданы, а известна лишь территория Земли, в пределах которой может находиться точка с координатами местоположения наземной станций (территория, обслуживаемая системой). Если в спутниковых системах с космическими аппаратами на нестационарных орбитах предполагается использование остронаправленных антенн в индивидуальных наземных станциях спутниковой связи или в мобильных пунктах спутниковой связи (координаты которых могут изменяться между сеансами связи), то на всех этапах проектирования системы точные координаты местоположений наземных антенн на обслуживаемой системой территории Земли неизвестны.

Многочисленность космических аппаратов орбитальной группировки спутниковой системы, неизвестность на этапах проектирования точных значений координат наземной станций в пределах территории, обслуживаемой системой, существенно увеличивают множество возможных вариантов кинематики линии связи на интервалах видимости, и, соответственно, время, затрачиваемое на анализ, учитывающий эту многовариантность.

При проектировании спутниковых систем ряд задач требует достаточно подробного рассмотрения всего множества интервалов видимости космических аппаратов для наземных станций на заданной территории. В качестве примера можно привести задачи, связанные с анализом точности программного наведения наземных антенн спутниковой связи. Для их решения необходимо анализировать, как влияют на точность расчета значений углов, задающих направление на космический аппарат, ошибки используемых для расчета значений орбитальных параметров космического аппарата.

Один из подходов к решению задачи анализа кинематики линии «наземная антенна — космический аппарат» — рассматривать движение космических аппаратов системы над плоскостью местного горизонта наземной станции на заданном отрезке времени, варьируя местоположение точки с координатами наземной станции в пределах территории, обслуживаемой системой. В частности, размещая эту точку в узлах сетки, координаты узлов которой определяются при варьировании географических широты и долготы с принятым шагом. Можно также моделировать движение космических аппаратов системы на интервалах видимости из множества наземных станций, у которых точки местоположения размещены в узлах описанной выше сетки.

Достоинство такого подхода в том, что он позволяет использовать для моделирования движения космического аппарата математические модели, которые можно отнести к классу подробных моделей. Под подробными моделями будем понимать такие, которые основываются на следующем алгоритме моделирования: 1) моделируется движение космического аппарата в абсолютной системе координат (например, геоцентрической экваториальной), с учетом (с принятой точностью) возмущающих сил, воздействующих на космический аппарат; 2) осуществляется переход к координатам системы, связанной с наблюдателем на поверхности Земли (переход выполняется с учетом вращения Земли, привязок ко времени и привязки наземной станции на местности).

Для прогноза направления на космический аппарат при программном наведении антенны наземной станции используются только подробные модели. Эти модели представляют интерес и при решении многих исследовательских задач, так как позволяют описывать кинематику линии связи с достаточно высокой точностью. Основное различие между подробными моделями — в полноте учета возмущающих сил при описании движения космического аппарата. Алгоритмы расчета параметров линии «наземная антенна — космический аппарат» описаны, например, в работах [1, 2]. Математические модели для описания возмущенного движение космического аппарата, используемые в подробных моделях, представлены в работах [3–6].

Использование методик решения задач, основанных на описанном выше подходе к рассмотрению множества интервалов видимости космических аппаратов спутниковой системы, имеет два недостатка. Во-первых, их реализация требует существенных затрат времени, а во-вторых, на их основе достаточно сложно выделить закономерности, получить зависимости между значениями исследуемых показателей и параметрами, определяющими положение траектории космического аппарата относительно точки местоположения наземной станции.

В значительной мере уменьшить проявление этих недостатков позволяет то, что большинство космических сегментов спутниковых систем включают в себя космические аппараты, у которых номинальные значения эксцентриситета e, большой полуоси a, наклонения орбиты i и аргумента перигея ω одинаковы для всех космических аппаратов (различаются только значения долготы восходящего узла Ω и времени прохождения перигея τ). То есть все орбиты одинаковы по форме, одинаково ориентированы в плоскости орбиты относительно восходящего узла, одинаково наклонены к плоскости экватора. В этом случае любые две номинальные орбиты могут быть совмещены между собой (или с любой произвольной орбитой с теми же номинальными значениями e, a, i, ω) путем поворота вокруг оси вращение Земли на угол, представляющей собой разность значения долготы их восходящих узлов.

Для анализа таких спутниковых систем можно применить подход, который является эффективным при рассмотрении сложных многоэлементных систем, в состав которых входит значительное число однотипных элементов. Суть его в том, что рассматривается некоторый обобщенный элемент системы. Результаты анализа, полученные для этого элемента, полностью характеризуют все элементы такого типа, входящие в систему.

В ряде работ (например, в работах [7, 8]) предложены различные модификации описанного далее подхода. Моделируется движение некоторого абстрактного космического аппарата, у которого номинальные значения орбитальных параметров e, a, i, ω принимаются равными номинальным значениям соответствующих параметров космических аппаратов рассматриваемой системы. Для моментов времени $t_и$, изменяемых с принятым шагом $\Delta t_и$, определяются координаты подспутниковой точки. В окрестности подспутниковой точки в зоне обзора космического аппарата выбираются точки местоположения наземных станций, и моделируется движение этого космического аппарата в окрестности момента времени $t_и$ с шагом моделирования Δt на интервалах времени его видимости из введенных в рассмотрение наземных станций. При этом для моделирования могут быть использованы математические модели, которые мы отнесли к классу подробных. Таким образом, некоторое множество абстрактных наземных станции как бы сопровождает введенный в рассмотрение абстрактный космический аппарат, который можно считать обобщенным космическим аппаратом системы.

Использование методик решения задач, основанных на моделировании движения введенного в рассмотрение обобщенного космического аппарата, позволяет уменьшить время, необходимое для анализа рассматриваемых характеристик. Кроме того при описанном подходе лучше просматриваются закономерности, легче делать обобщения. Однако затраты времени на анализ все же существенны, и аналитические зависимости в обозримом виде по-прежнему отсутствуют.

На начальных этапах проектирования, а также, когда решаются задачи, требующие аналитических, легко анализируемых зависимостей, для описания кинематики линии связи используются модели, которые отнесем к классу упрощенных. Эти модели не пригодны для прогнозирования направления наземной антенны на спутник в наземных станциях связи. Их применение возможно только при проведении исследований, выполнении анализа на этапах проектных работ. Однако они полезны при необходимости быстрого анализа всего множества возможных вариантов движения космического аппарата относительно точки местоположения наземной станции на интервалах его видимости из этой станции.

Упрощенные модели позволяют моделировать направление на космический аппарат из некоторого абстрактного пункта связи, для которого положение на поверхности Земли может быть выбрано любым (задается относительно трассы космического аппарата). В этих моделях в основе описания движения космического аппарата — кеплеровская модель, вращение Земли в большинстве случаев не учитывается (даже если рассматриваются достаточно высокие орбиты — на высотах более 20000 км). Упрощенные модели обладаю достаточно высоким уровням обобщения. Их применение для анализа движения космических аппаратов спутниковой системы, в которой у всех космических аппаратов одинаковы номинальные значения орбитальных параметров e, a, i, ω, позволяет получить результаты, которые в равной мере характеризуют все космические аппараты системы.

Упрощенные математические модели для моделирования направления на космический аппарат (значений азимута и угла места), представлены, например, в работах [9, 10] и др. Они достаточно наглядны, удобны для проведения аналитических исследований и оценки основных характеристик. В этих моделях углы, задающие направление на космический аппарат, выражены как функции времени. Это приводит к необходимости численного интегрирования при решении трансцендентного уравнения, связывающего положение на орбите, со временем.

С целью избежать численного интегрирования и получить только аналитические зависимости была предложена математическая модель линии «наземная антенна — космический аппарат», представленная в работах [11, 12]. В этой модели изменение положение космического аппарата на траектории описывается не как функция времени, а как функция некоторого универсального параметра (угла, который при движении космического аппарата над плоскостью местного горизонта наземной станции изменяет свое значение от 0 до 180 градусов на любом интервале видимости космического аппарата). Эта математическая модель основана на том, что в движении космического аппарата относительно точки местоположения наземной станции можно выделить две составляющие. Первая связана с изменением участка траектории, видимого из наземного пункта связи, и его расположения относительно наземной станции. Вторая — собственно с движением космического аппарата над плоскостью местного горизонта наземной станции.

В этой модели спутник движется по кеплеровской орбите, вращение Земли не учитывается.

В работе [13] была предложена математическая модель, в которой сохраняются основные положения модели, представленной в работах [11, 12], но учтено вращение Земли (при этом время выражено как функция того же универсального параметра). Учет вращения Земли повышает точность модели, ее наглядность сохраняется, однако она требует решения трансцендентного уравнения.

В данной статье представлена методика использования упрощенных моделей кинематики линии «наземная антенна — космический аппарат» для решения задач, связанных с анализом движения космических аппаратов спутниковой системы над плоскостью местного горизонта. Требования к методике — она должна позволять реализовать анализ с малыми затратами времени на всем множестве возможных интервалов видимости космических аппаратов спутниковой системы.

3. Методика анализа движения космических аппаратов спутниковой системы в зонах видимости ее наземных станций

3.1. Исходные данные для анализа. Рассматривается спутниковая система, в космический сегмент которой входит n космических аппаратов. Их номинальные орбиты имеют одинаковые значения эксцентриситета e, высоты перигея h_p, наклонения орбиты i, аргумента перигея ω. Местоположение наземной станции может быть в любой точке территории, которую обслуживает система. Максимальное и минимальное значения географической широты этой территории — $\phi_{\Gamma\max}$ и $\phi_{\Gamma\min}$ соответственно.

Для решения проектной задачи необходимо на множестве возможных интервалов видимости космических аппаратов спутниковой системы рассмотреть кинематику линии «наземная антенная — космический аппарат» (то есть изменение значений азимута A и угла места γ, задающих направление оси диаграммы направленности наземной антенны, а также расстояния L от точки местоположения наземного пункта до центра масс космического аппарата).

3.2. Математические модели кинематики линии «наземная антенна — космический аппарат», положенные в основу методики. Математическая модель 1. Рассматривается кеплеровское движение космического аппарата. Значения его орбитальных параметров a, e, i, ω равны соотвествующим значениям параметров номинальных орбит космических аппаратов спутниковой системы. Вращение Земли не учитывается.

Взаимное положение плоскости орбиты и плоскости местного горизонта определяется углом α (рис. 1) между этими плоскостями. Линия пересечения плоскости орбиты и плоскости местного горизонта (прямая $l_1 l_2$ на рис. 1, 2) делит плоскость местного горизонта на две полуплоскости. Угол α будем отсчитывать от той полуплоскости, которой не принадлежит точка расположения наземного пункта P. Будем называть точку, в которой радиус-вектор, задающий положение космического аппарата, перпендикулярен линии пересечения плоскости орбиты и плоскости местного горизонта (прямой $l_1 l_2$), кульминационной точкой на интервале видимости (это точка S_C на рис. 1—3).

Участок кеплеровской траектории космического аппарата, расположенный над плоскостью местного горизонта наземной станции определяют две величины — значение истинной аномалии θ_C (рис. 2), соответствующей положению космического аппарата на орбите в кульминационной точке, и угол α (рис. 1, 3). Значение θ_C представляет собой угол между направлением из центра Земли на перигей и направлением на точку C (рис. 1—3), являющуюся основанием перпендикуляра, опущенного из точки P на прямую l_1l_2. Расстояние от центра Земли до прямой l_1l_2 определяет угол α:

$$d_1 = R/\sin(\alpha),$$

где R — радиус Земли.

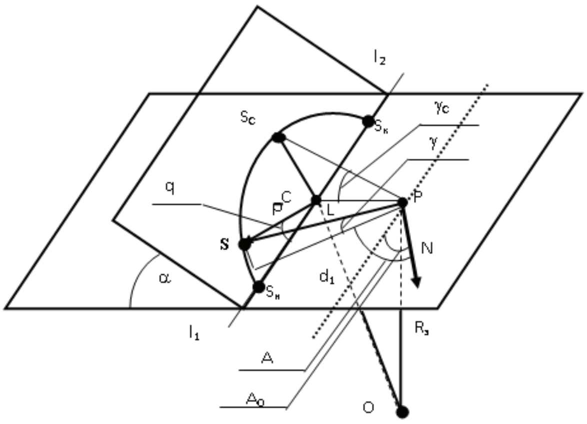

Рис. 1. Участок орбиты, находящийся над плоскостью местного горизонта

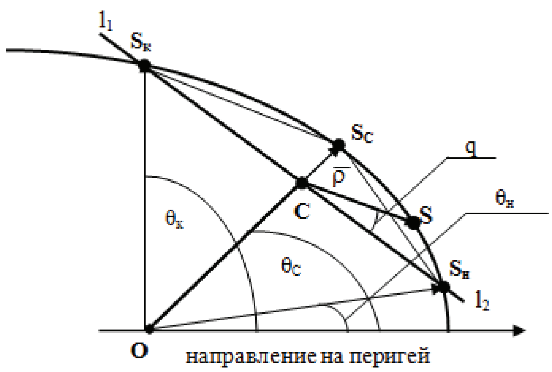

Рис. 2. Изображение видимого участка орбиты в плоскости орбиты

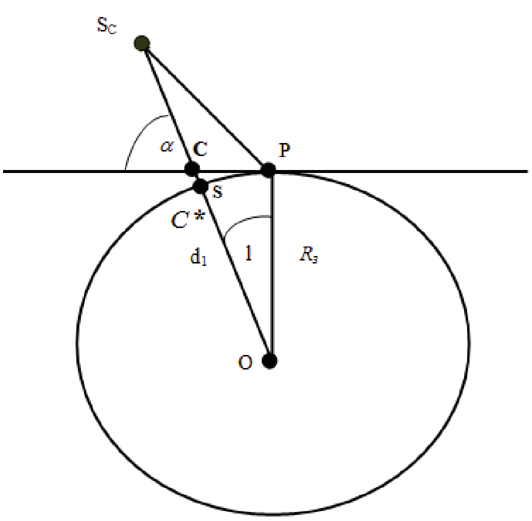

Рис. 3. Направление из наземного пункта на точку кульминационного положения спутника

Положение космического аппарата в плоскости орбиты на интервале видимости задает вектор $\bar{\rho}$, начало которого совпадает с основанием перпендикуляра из точки расположения пункта связи P на линию пересечения плоскости орбиты с плоскостью местного горизонта (точкой C на рис. 1–3), а конец — с точкой местоположения космического аппарата (точка S на рис. 1, 2). Направление вектора $\bar{\rho}$ задает угол q. Этот угол отсчитывается в плоскости орбиты от направления из точки C на точку $S_н$ появления космического аппарата над плоскостью местного горизонта $S_н$ до направления на точку S текущего положения космического аппарата. Положительное направление отсчета совпадает с направлением движения космического аппарата. Значение q последовательно изменяется от 0 до 180 градусов на любом интервале видимости космического аппарата. Значение истинной аномалии θ, модуль радиус-вектора космического аппарата $\bar{r}$, радиус-вектор $\bar{\rho}$ выражены как функции угла q.

Угол между направлением из точки местоположения наземной станции P на север и лучом, выходящим из точки расположения наземного пункта P, направление которого совпадает с направлением из точки C на точку $S_н$ начала видимого участка орбиты спутника, обозначим A_0 (рис. 1–2).

Углы α и A_0 определяют расположение относительно наземной станции участка орбиты, находящего над плоскостью местного горизонта. Угол A_0 задает ориентацию прямой l_1l_2 в плоскости местного горизонта (A_0 — угол поворота видимого участка орбиты относительно направления на сервер вокруг оси, перпендикулярной плоскости местного горизонта и проходящей через точку местоположения наземной станции P). Угол α определяет наклон плоскости, в которой лежит видимый участок орбиты к плоскости местного горизонта и расстояние d от точки расположения пункта связи P то прямой l_1l_2:

$$d = R\,\mathrm{ctg}(\alpha).$$

Азимут A, угол места γ и расстояние L от точки местоположения наземной станции P до точки местонахождения спутника S выражены как функции угла q и рассчитываются следующим образом.

Определяется значение истинной аномалии как функция угла q:

$$\theta(q) = \theta_C + z\theta_d(q), \tag{1}$$

где

$$z = \begin{cases} -1 \text{ при } q \le \dfrac{\pi}{2}; \\ 1 \text{ при } q > \dfrac{\pi}{2}, \end{cases}$$

$$\theta_d(q) = 2\mathrm{arctg}\left[\frac{-b}{c-a} + \sqrt{\left(\frac{b}{c-a}\right)^2 - \frac{c+a}{c-a}}\right],$$

$$a = \frac{\cos q}{d_1} - \frac{e\cos\theta_C\cos q}{p}, \quad b = \left(\frac{\sin q}{d_1} + \frac{e\cos q\sin\theta_C}{p}\right)z,$$

$$c = \frac{-\cos q}{p},$$

а $p = (1+e)(R+h_p)$ — фокальный параметр.

Далее находится длина радиус-вектора космического аппарата

$$r(q) = \frac{p}{1+e\cos\theta(q)}, \tag{2}$$

длина введенного в радиус-вектора $\bar{\rho}$

$$\rho(q) = -d_1 \sin(q) + \sqrt{r(q)^2 - d_1^2 \cos^2 q}, \tag{3}$$

после чего рассчиываются значения азимута A, угла места γ и расстояния L:

$$\gamma(q) = \operatorname{arctg} \frac{\rho(q)\sin q \sin\alpha}{\sqrt{\rho(q)^2 \cos^2 q + (d + \rho(q)\sin q \cos\alpha)^2}}, \tag{4}$$

$$A(q) = A_O + \operatorname{arctg} \frac{d + \rho(q)\sin q \cos\alpha}{\rho(q)\cos q} + D, \tag{5}$$

где $D = \begin{cases} 0, \text{ если } q \le \frac{\pi}{2}; \\ \pi, \text{ если } q > \frac{\pi}{2}, \end{cases}$

$$L(q) := \frac{\rho(q)\sin q \sin\alpha}{\sin\gamma(q)}. \tag{6}$$

Математическая модель 2 (уточненная). Основные положения модели 1 сохраняются, но необходимо учесть вращение Земли. Внося в модель 1 поправки, связанные с учетом вращения Земли, примем во внимание только наиболее существенно влияющий на результат расчетов фактор. А именно — вследствие вращения Земли линия пересечения плоскости орбиты и плоскости местного горизонта $l_1 l_2$ поворачивается в плоскости орбиты относительно точки P на угол χ (положительное направление угла поворота совпадает с положительным направлением отсчета азимута).

Расчет значения χ основывается на следующих рассуждениях. Рассматривается Земная сфера. В момент времени $t_{\max}$ кульминационного значения угла места на интервале видимости точка расположения наземной станции P находится на большом круге 1, плоскость которого перпендикулярна плоскости орбиты (рис. 4). Точка C^* находится на пересечении большого круга 1 с большим кругом 2, плоскость которого совпадает с плоскостью движения космического аппарата. Точка P находится на большом круге 1 на расстоянии дуги $l = \frac{\pi}{2} - \alpha$ от точки C^*. Точки C^* и C расположены на одной прямой (рис. 3), которой принадлежит радиус-вектор, задающий положение орбитального тела в момент времени $t_{\max}$ (в описываемой модели это радиус-вектор при значении $q = \frac{\pi}{2}$). Принимается допущение, что модуль значения угла χ можно положить равным величине угла сферического треугольника KCK^* (рис. 4).

Для расчета значения χ вначале определяется значение угла χ^*, равного величине угла сферического треугольника DCK^* (рис. 4).

Пусть положение точки P наземной станции, вращающейся вместе с Землей, на неподвижной земной сфере задают геоцентрические сферические координаты λ_z и φ_z. Угол φ_z может быть определен также, как и географическая широта. Угол λ_z отчитывается в плоскости экватора от направления на точку весеннего равноденствия до направления на точку пересечения плоскости, перпендикулярной плоскости экватора и проходящей через точку P. Положительное направление отсчета — в направлении вращения Земли.

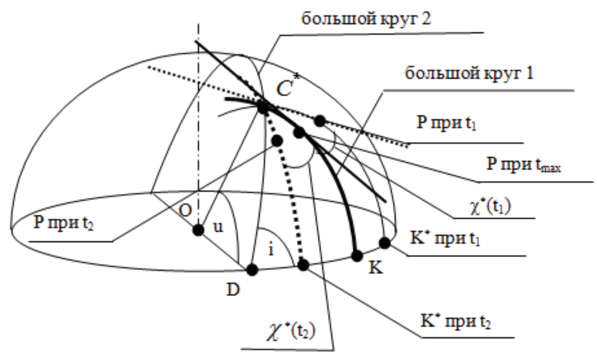

Рис. 4. Изменение положения наземной станции, находящейся в точке P

Величина дуги KK^* сферического треугольника KCK^* равна модулю угла $\Delta\lambda_z$ между значениями угловой координаты λ_z точки P в моменты времени $t_{\max}$ и t. Чтобы выразить угол $\Delta\lambda_z$ как функцию угла q, используем то, что истинная аномалия определена в предложенной модели как функция угла q (1). Через значение истинной аномалии $\theta(q)$ определяем значение эксцентрической аномалии $E(q)$ в предположении, что $\tau = 0$

$$E(q) = 2\operatorname{arctg}\left(\operatorname{tg}\left(\frac{\theta(q)}{2}\right)\sqrt{\frac{1-e}{1+e}}\right). \tag{7}$$

С использованием значения $E(q)$ текущее время также определяется как функция угла q

$$t(q) = \sqrt{\frac{a^3}{\mu}}\left(E(q) - e\sin E(q)\right), \tag{8}$$

где μ — гравитационный параметр Земли.

Значение угла $\Delta\lambda_z$ рассчитывается с использованием значения $t(q)$

$$\Delta\lambda_z(q) = \omega_3 \left| t(q) - t\left(\frac{\pi}{2}\right) \right|,$$

где ω_3 — угловая скорость вращения Земли.

Значение угла χ^* определяется на основе решения задачи сферической тригонометрии. С использованием обозначений, представленных на рис. 4. можно записать последовательность расчетов следующим образом:

$$DC^* = \left|\operatorname{arctg}(\operatorname{tg}(u))\right|,$$

где $u = \theta_C - \omega$;

$$C^*K = \arcsin\left(\sin\left(DC^*\right) * \operatorname{tg}(i)\right),$$

$$DK = \arcsin\left(\frac{\sin\left(C^*K\right)}{\sin(i)}\right),$$

$$DK^*(q) = DK + z\Delta\lambda_z(q),$$

где значение z определяется так же, как в выражении (1),

$$\chi^*(q) = \operatorname{arctg}\left(\frac{\sin(i)}{\dfrac{\sin\left(C^*D\right)}{\operatorname{tg}\left(DK^*\right)} - \cos(CD)\cos(i)}\right).$$

Значение угла χ определяется выражение

$$\chi(q)=\begin{cases}\dfrac{\pi}{2}-\chi^*(q), \text{ если } q\le\dfrac{\pi}{2};\\ \chi^*(q)-\dfrac{\pi}{2}, \text{ если } q>\dfrac{\pi}{2}\end{cases}$$

и учитывается при расчете значения азимута. Выражение (6) в этом случае приобретает вид

$$A(q)=A_0+\operatorname{arctg}\frac{d+\rho(q)\sin q\cos\alpha}{\rho(q)\cos q}+D+\chi(q). \quad (9)$$

Результаты анализа точности описанных выше математических моделей были представлены в работе [13].

3.3. Последовательность расчетных операций предложенной методики. Участок орбиты с заданными орбитальными параметрами h_p, e, находящийся над плоскостью местного горизонта, и его местоположение относительно наземной станции задают параметры θ_C, α и A_0. Значение A_0 не влияет на исследуемые характеристики и может быть выбрано произвольным, например, равным нулю. Варьируя значения θ_C, α в пределах их возможных значений можно проанализировать множество вариантов участков траекторий, «видимых» из наземной станции. Изменение положения космического аппарата в плоскости орбиты (на видимом участке траектории) моделируется как функция угла q. Расчеты с использованием уравнений математической модели 1 или математической модели 2 выполняются в следующей иерархической последовательности:

1. Значение угла θ_C варьируется с принятым шагом $\Delta\vartheta_C$ на области определения $\theta_C\in[\theta_1,\theta_2]\cup[\theta_3,\theta_4]$, где

$$\theta_1=-\omega+\arcsin\frac{\sin\phi_{\Gamma\min}}{\sin i},\quad \theta_2=-\omega+\arcsin\frac{\sin\phi_{\Gamma\max}}{\sin i},$$

$$\theta_3=-\omega+\pi-\arcsin\frac{\sin\phi_{\Gamma\max}}{\sin i},\ \theta_4=-\omega+\pi-\arcsin\frac{\sin\phi_{\Gamma\min}}{\sin i}.$$

2. При каждом рассматриваемом значении θ_C варьируется значение угла α с принятым шагом $\Delta\alpha$ на области определения $\alpha(\theta_C)\in\left[\alpha_{\min}(\theta_C),\dfrac{\pi}{2}\right]$, где $\alpha_{\min}(\theta_C)=$ $=\arcsin\dfrac{R}{r(\theta_C)}$, $r(\theta_C)$ — радиус-вектор, задающий положение спутника на орбите при значении истинной аномалии, равном θ_C.

3. При каждой паре значений θ_C, α значение параметра q изменяется с принятым шагом Δq на области определения $q\in[0,\pi]$. При выбранных значениях θ_C, α, q могут быть рассчитаны значения A, γ и L или исследуемые характеристики сеансов связи наземных антенн с космическими аппаратами, для выражения которых используются значения A, γ и L.

4. При необходимости может быть реализован переход от значений A, γ и L, выраженных как функции переменной q, ($A(q)$, $\gamma(q)$, $L(q)$) к выражению их как функций времени t ($A(t)$, $\gamma(t)$, $L(t)$). При этом время t определяется как функция переменной q. Функция $t(q)$ может быть рассчитана на основе выражений (7), (8).

4. Выводы

Применение предложенной методики позволяет проводить быстрый, «прикидочный» анализ показателей сеансов связи наземных антенн с космическими аппаратами, не ограничиваясь расчетом максмимальных и минимальных значений, а получать средние значения на рассматриваемом множестве интервалов видимости космических аппаратов спутниковой систем. Это особенно существенно при комплексном анализе нескольких показателей, так как их экстремальные значения могут не совпадать во времени на интервале видимости космического аппарата или, если рассматривается все множество интервалов видимости, быть на различных интервалах видимости. Кроме того, методика дает возможность выполнять качественный анализ исследуемых показателей на множестве возможных интервалов времени видимости космических аппаратов спутниковой системы, не требуя существенных затрат времени. Применение методики на этапах проектирования спутниковых систем может внести вклад в решение задачи интенсификации технологий проектирования.

Литература

1. Чернявский, Г. М. Орбиты спутниковой связи [Текст] / Г. М. Чернявский, В. А. Бартенев. — М.: Связь, 1978. — 180 с.
2. Curtis, H. D. Orbital Mechanics for Engineering Students [Text] / H. D. Curtis. — Elsevier Aerospace Engineering Series, Elsever, 6th Edition, 2011. — 280 с.
3. Основы теории полета и проектирования космических аппаратов [Текст] / под ред. Г. С. Нариманова. — М.: Машиностроение, 1972.
4. Основы теории полета и элементы проектирования искусственных спутников Земли [Текст] / под ред. М. К. Тихонравова. — М.: Машиностроение, 1967.
5. Охоцимский, Д. Е. Основы механики космического полета [Текст] / Д. Е. Охоцимский, Ю. Г. Сихарулидзе. — М.: Наука, 1990. — 448 с.
6. Дубошин, Г. Н. Небесная механика. Основные задачи и методы [Текст] / Г. Н. Дубошин. — М.: Физматгиз, 1963. — 348 с.
7. Демидюк, Н. В. Методика оценки влияния ошибок географических координат на точность прогноза направлений из наземной станции на спутники системы связи [Текст] / Н. В. Демидюк // Вісник Дніпропетр. ун.-ту. Ракетно-космічна техника, 2004. — № 12. — С. 17–26.
8. Отегали, С. М. Обобщенный космический аппарат и обобщенная наземная станция в методах анализа интервалов видимости космических аппаратов [Текст] / С. М. Отегали // Системне проектування та аналіз характеристик аерокосмічної техніки. — Т. IV. — 2012. — С. 48—57.
9. Белянский, П. В. Управление наземными антеннами и радиотелескопами [Текст] / П. В. Белянский, Б. Г. Сергеев. — М.: Сов. радио, 1980. —280 с.
10. Ларин, В. А. Влияние погрешности расположения плоскости орбиты на систему программного сопровождения спутника наземной антенной [Текст] / В. А. Ларин, В. В. Авдеев // Придніпровський науковий вісник. Машинобудування. — 1997. — № 45(56), частина I. — С. 40—44.
11. Лабуткина, Т. В. Модель движения спутника на интервале видимости для оценки точности программного наведения наземной антенны [Текст] / Т. В. Лабуткина, В. А. Ларин // Техническая механика. — № 1, 2003. — С. 44—52.
12. Лабуткина, Т. В. Концепция исследования движения космических аппаратов спутниковых систем связи, видимых из наземных станций [Текст] / Т. В. Лабуткина, В. А. Ларин // Вісник Дніпропетр. ун.-ту. Ракетно-космічна техніка. — № 12. — 2004. — С. 44—56.
13. Лабуткина, Т. В. Математическая модель для анализа кинематики сопровождения орбитальных объектов наземными антеннами [Текст] / Т. В. Лабуткина // Вісник Дніпропетр. ун.-ту. Ракетно-космічна техніка. — Т. 17. — 2011. — С. 40—50.

КІНЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ МЕХАНИЧНОЇ СИСТЕМИ «НАЗЕМНА АНТЕНА — КОСМІЧНИЙ АПАРАТ»

Запропонована методика аналізу можливих варіантів руху космічних апаратів супутникової системи в зонах видимості її наземних станцій. В основі методики — дві спрощені моделі кінематики лінії, яка зв'язує точку міста знаходження наземної станції системи з центром мас космічного апарату при його русі над площиною місцевого горизонту.

Ключові слова: супутникова система, космічний апарат, кінематика наземної антени, супутниковий зв'язок.

Лабуткина Татьяна Викторовна, кандидат технических наук, доцент, кафедра систем автоматизированного управления, Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара, Украина, ***e-mail: tvlabut@ukr.net***.

Петренко Александр Николаевич, доктор технических наук, профессор, кафедра радиоэлектронной автоматики, Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара, Украина, ***e-mail: dnu.petrenko@gmail.com***.

Лабуткіна Тетяна Вікторівна, кандидат технічних наук, доцент, кафедра систем автоматизованого управління, Дніпропетровській національний університет імені Олеся Гончара, Україна.

Петренко Олександр Миколайович, доктор технічних наук, професор, кафедра радіоелектронної автоматики, Дніпропетровській національний університет імені Олеся Гончара, Україна.

Labutkina Tatiana**, Dnipropetrovsk national university Oles Honchar, Ukraine,* ***e-mail: tvlabut@ukr.net.

Petrenko Alexander**, Dnipropetrovsk national university Oles Honchar, Ukraine,* ***e-mail: dnu.petrenko@gmail.com

УДК 621.941

Мелконов Л. Д., Мелекбекян А. Х., Мелконов Г. Л.

К ВОПРОСУ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОГИБА И ОТЖАТИЯ НЕЖЕСТКОГО КАРДАННОГО ВАЛА

Представлена попытка вывода математических выражений, позволяющих описать прогиб вала от действия собственного веса и отжатия его в процессе обработки под воздействием сил резания. Выведенные математические выражения позволят подобрать наиболее благоприятные условия обработки, т. е. оптимизировать процесс точения нежесткого карданного вала чашечным резцом.

Ключевые слова: *нежесткий вал, чашечный резец, прогиб, отжатие.*

1. Введение

Одним из главных условий развития современных методов добычи угля является снижение цены. Одним из резервов снижения цены является удешевление с одновременным повышением надежности эксплуатированных машин при добыче угля.

К таким машинам относится шахтный насос. Одной из ответственных деталей является карданный вал, который передает вращение частотой 1400 об/мин и мощностью 7 кВт. Карданный вал представляет собой нежесткую деталь (для которой выполняется условие $L>10d$) поэтому очень важно знать и уметь определять и рассчитывать его прогиб от собственного веса и отжатия под действием сил резания. Этим обуславливается актуальность проведения данных исследований.

2. Анализ литературных данных и постановка проблемы

Улучшение технико-экономических показателей процесса обработки может быть достигнуто за счет замены трения скольжения на трение качения. Это приводит к созданию условий для значительного повышения стойкости инструмента и как следствие — повышение производительности процесса обработки. Особенности преимущества от замены трения скольжения на трение качения между обрабатываемой заготовкой, стружкой и инструментом очевидны. Для реализации принципа трения качения при обработке заготовок резания режущая кромка инструмента должна представлять из себя бесконечную кривую, т. е. окружность. Тогда вся конструкция инструмента должна иметь форму тела вращения.

Первое описание инструмента, отвечающего приведенному выше требованию относится к 1901 г. В Советском Союзе первыми инженерами-исследователями, которые занимались разработкой и конструированием инструментов с вращающейся режущей кромкой были А. М. Игнатьев, А. И. Каширин и Л. М. Ронин, Б. Ф. Петровский. Исследованию процесса обработки заготовок инструментом с вращающейся режущей кромкой посвятили свои работы акад. Е. Г. Коновалов, проф. В.Ф. Бобров, проф. В. Н. Подураев И. С. Кушнеру, В. А. Землянскому Ю. Ф. Гранину, А. В. Рудневу и др. Работы вышеперечисленных ученых были направлены на определение основных закономерностей метода обработки заготовок инструментами с вращающейся режущей кромкой. Результатами выполненных исследований являлось то, что отмечалось значительное увеличение стойкости вращающегося инструмента в десятки и более раз по сравнению с традиционными инструментами. Также на ряду с повышением стойкости инструмента появилась возможность повысить скорость резания в 10 раз.

Повышение стойкости вращающего инструмента связана с увеличением длины режущего лезвия. Вращение режущего лезвия способствует активному теплоотводу температуры с поверхности инструмента.