

Безвесильная Е. Н.

АНАЛИЗ МЕТОДИЧЕСКИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ АВИАЦИОННОЙ ГРАВИМЕТРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Приведен анализ методических погрешностей авиационной гравиметрической системы (АГС) в случае произвольного движения основания. Исследованы изменения чувствительности выходного сигнала АГС к погрешностям измерения параметров движения летательного аппарата (ЛА). Определены требования к точности измерений основных параметров движения ЛА.

Ключевые слова: авиационная гравиметрическая система, погрешность измерения.

1. Введение

Точные знания гравитационного ускорения g и аномалий Δg гравитационного поля Земли необходимы как в авиационной и космической технике (коррекция систем инерциальной навигации ракет, самолетов, орбит космических летательных аппаратов), так и в других областях науки и техники - в геологии, геодезии (разведка полезных ископаемых, изучение формы поверхности Земли).

Для определения характеристик гравитационного поля Земли можно построить авиационную гравиметрическую систему (АГС), чувствительным элементом которой является гравиметр. С помощью АГС можно получить гравиметрическую информацию в труднодоступных районах земного шара гораздо быстрее и с меньшими затратами, чем при помощи наземных, морских или сухопутных гравиметрических средств.

В целом АГС должна состоять из подсистем, которые выполняют следующие функции: измеряют ускорение силы тяжести (гравиметр), определяют координаты местоположения, скорость, измеряют высоту, осуществляют вычислительные операции. Все подсистемы имеют собственные погрешности, которые непосредственно влияют на конечные выходные показания АГС. Поэтому необходимо определить допустимые значения погрешностей измерения параметров движения летательного аппарата (ЛА) компонентами АГС [1].

2. Анализ литературных данных и постановка проблемы

В работе [1] разработана и апробирована уточненная математическая модель авиационной гравиметрической системы, которая отличается от известных наличием дополнительных поправок. Проведен анализ найденного уравнения движения АГС, вследствие чего определена ее функциональная схема.

В работах [2, 3] описана авиационная гравиметрическая система, которая имеет большие от известных точность (1 мГал) и быстродействие.

В работах [4, 5] предложено использовать в качестве чувствительного элемента АГС пьезоэлектрический гравиметр, который одновременно выполняет и функции фильтра низких частот.

В работе [6] приведена организация авиационных

гравиметрических измерений с использованием авиационной гравиметрической системы.

Используя результаты моделирования параметров возмущений на работу гравиметра АГС, приведенные в работах [7 - 9], можно сделать вывод, что необходимо конструктивно решать проблему влияния горизонтальных перекрестных ускорений на показания гравиметра.

В работе [10] проанализированы методы выставки измерительной оси гравиметров и описаны их преимущества и недостатки.

Целью статьи является анализ методических погрешностей авиационной гравиметрической системы для измерения аномалии ускорения силы тяжести.

3. Результаты исследований

В работе [1] получено уравнение для определения аномалии ускорения силы тяжести с помощью АГС:

$$\Delta g = f_z + \frac{v^2}{r} \left\{ 1 - 2e \cdot \left[1 - 2\cos^2 \varphi \cdot \left(1 - \frac{\sin^2 k}{2} \right) \right] \right\} + 2\omega_3 v \sin k \cos \varphi - 2\dot{h} \frac{e}{r} v \cos k \sin 2\varphi + 2\frac{\gamma_0 h}{r} + \omega_3^2 h \cos^2 \varphi - \ddot{h} - \gamma_0, \quad (1)$$

где f_z - выходной сигнал гравиметра; v - скорость летательного аппарата (ЛА); r - радиус местоположения ЛА; e - сжатие эллипсоида; φ - географическая широта; k - курс ЛА; ω_3 - угловая скорость вращения Земли относительно своей оси; h - высота ЛА над эллипсоидом; \dot{h} - вертикальная скорость ЛА; \ddot{h} - вертикальное ускорение ЛА; γ_0 - справочное ускорение силы тяжести, выражаемое через справочное экваториальное значение ускорения силы тяжести ($\gamma_{0e} = 9,78049 \text{ м/с}^2$) как $\gamma_\theta = \gamma_0 (1 + 0,0052884 \sin^2 \varphi - 0,0000059 \sin^2 2\varphi)$.

Используем уравнение (1) для вычисления допустимых погрешностей измерения параметров движения ЛА компонентами АГС. Перепишем его в виде [1]:

$$\Delta g = f_z + D, \quad (2)$$

где D - суммарная погрешность АГС.

Таким образом, из уравнения (1) суммарная погрешность АГС будет равна:

$$D = \frac{v^2}{r} \left\{ 1 - 2e \cdot \left[1 - 2 \cos^2 \varphi \cdot \left(1 - \frac{\sin^2 k}{2} \right) \right] \right\} + 2\omega_3 v \sin k \cos \varphi - 2\dot{h} \frac{e}{r} v \cos k \sin 2\varphi + 2 \frac{\gamma_0 h}{r} + \omega_3^2 h \cos^2 \varphi - \ddot{h} - \gamma_0. \quad (3)$$

Параметры, входящие в равенство (3), определяются отдельными подсистемами АГС.

Связь между абсолютными значениями погрешностей Δv , Δk , $\Delta \varphi$, Δh , $\Delta \dot{h}$, $\Delta \ddot{h}$ подсистем можно представить в виде полного дифференциала функции D [2]:

$$\Delta D = \left(\frac{dD}{dv} \right) \Delta v + \left(\frac{dD}{dk} \right) \Delta k + \left(\frac{dD}{d\varphi} \right) \Delta \varphi + \left(\frac{dD}{dh} \right) \Delta h + \left(\frac{dD}{d\dot{h}} \right) \Delta \dot{h} + \left(\frac{dD}{d\ddot{h}} \right) \Delta \ddot{h}, \quad (4)$$

где $\frac{dD}{dv}$, $\frac{dD}{dk}$, $\frac{dD}{d\varphi}$, $\frac{dD}{dh}$, $\frac{dD}{d\dot{h}}$, $\frac{dD}{d\ddot{h}}$ – коэффициенты чувствительности АГС к погрешностям измерения соответствующих параметров, аналитические выражения которых:

$$\frac{dD}{dv} = \frac{2v}{r} \left\{ 1 - 2e \cdot \left[1 - 2 \cos^2 \varphi \cdot \left(1 - \frac{\sin^2 k}{2} \right) \right] \right\} + 2\omega_3 \sin k \cos \varphi - 2\dot{h} \frac{e}{r} \cos k \sin 2\varphi;$$

$$\frac{dD}{dk} = 2\omega_3 v \cos k \cos \varphi - 2e \frac{v^2}{r} \times \cos^2 \varphi \sin 2k + 2\dot{h} \frac{e}{r} v \sin k \sin 2\varphi;$$

$$\frac{dD}{dh} = \omega_3^2 \cos^2 \varphi + 2 \frac{\gamma_0 e}{r}; \quad \frac{dD}{d\dot{h}} = -2 \frac{e}{r} v \cos k \sin 2\varphi; \quad \frac{dD}{d\ddot{h}} = -1;$$

$$\frac{dD}{d\varphi} = 2\omega_3 v \sin k \sin \varphi - \omega_3^2 h \sin 2\varphi - 4e \frac{v^2}{r} \left(1 - \frac{\sin^2 k}{2} \right) \sin 2\varphi - 4\dot{h} \frac{e}{r} v \cos k \cos 2\varphi - \gamma_0 e \cdot 5,3 \cdot 10^{-3} \left(1 - 2 \frac{h}{r} \right) \sin 2\varphi.$$

Числовые значения коэффициентов чувствительности (табл. 1) соответствуют следующим параметрам: $h = 5 \cdot 10^3$ м, $e = 3,4 \cdot 10^{-3}$, $r = 6,4 \cdot 10^6$ м, $\omega_3 = 7,3 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$, $\gamma_0 e = 9,78049 \text{ м/с}^2$, $v = 258 \text{ м/с}$ и $\dot{h} = 40 \text{ м/с}$, $v = 150 \text{ м/с}$ и $\dot{h} = 30 \text{ м/с}$, $v = 90 \text{ м/с}$ и $\dot{h} = 21 \text{ м/с}$, $v = 75 \text{ м/с}$ и $\dot{h} = 15 \text{ м/с}$. По данным табл. 1 можно определить максимально допустимые погрешности измерения основных параметров компонентами АГС.

Обозначим ΔD_i – ошибка АГС, вызвана ошибками измерения каждого из параметров движения ЛА, где $i = v, k, \varphi, h, \dot{h}, \ddot{h}$. Из выражения (3) видно, что погрешность ΔD_v , вызванная погрешностями измерения скорости Δv , может быть представлена в форме:

$$\Delta D_v = \left(\frac{dD}{dv} \right) \Delta v. \quad (7)$$

Учитывая данные табл. 1, определим из равенства (7) допустимое значение максимальной погрешности измерения скорости при условии, что погрешность АГС ΔD_v должна быть не больше (1...3) мГал [1]:

$$\Delta v = \frac{\Delta D_v}{dD/dv} = 0,05 \dots 0,15 \text{ м/с}. \quad (8)$$

Таблица 1

Коэффициенты чувствительности АГС

| № п/п | Максимальные значения коэффициентов чувствительности ошибки выходного сигнала АГС к ошибкам измерения параметров | | | | |
|-------|--|-------------------|-------------------|----------------------|---------------------|
| 1 | $v, \text{ м/с}$ | 258 | 150 | 90 | 75 |
| 2 | $\dot{h}, \text{ м/с}$ | 40 | 30 | 21 | 15 |
| 3 | $\frac{dD}{dv}, \text{ мГал/м}\cdot\text{с}^{-1}$ | 22,80 | 19,80 | 18,00 | 17,00 |
| 4 | $\frac{dD}{dk}, \text{ мГал/угл.мин}$ | 1,10 | 0,70 | 0,45 | 0,32 |
| 5 | $\frac{dD}{d\varphi}, \text{ мГал/угл.мин}$ | 2,31 | 2,06 | 1,90 | 1,81 |
| 6 | $\frac{dD}{dh}, \text{ мГал/м}$ | 0,30 | 0,30 | 0,30 | 0,30 |
| 7 | $\frac{dD}{d\dot{h}}, \text{ мГал/м}\cdot\text{с}^{-1}$ | $3 \cdot 10^{-2}$ | $2 \cdot 10^{-2}$ | $1,08 \cdot 10^{-2}$ | $0,8 \cdot 10^{-2}$ |
| 8 | $\frac{dD}{d\ddot{h}}, \text{ мГал/м}\cdot\text{с}^{-2}$ | $1 \cdot 10^{-5}$ | $1 \cdot 10^{-5}$ | $1 \cdot 10^{-5}$ | $1 \cdot 10^{-5}$ |

Аналогично рассчитаем максимальные значения погрешностей параметров $k, \varphi, h, \dot{h}, \ddot{h}$ и приведем их в табл. 2.

Таблица 2

Допустимые погрешности измерения параметров движения ЛА

| № | Погрешности измерения | Величина погрешности |
|---|--|---------------------------------|
| 1 | Скорость $v, \text{ м/с}$ | 0,05...0,15 |
| 2 | Курс $k, \text{ угл. мин.}$ | 1,56...4,66 |
| 3 | Географическая широта $\varphi, \text{ угл. мин.}$ | 0,5...1,5 |
| 4 | Высота $h, \text{ м}$ | 3,3...10 |
| 5 | Вертикальная скорость $\dot{h}, \text{ м/с}$ | $(0,5 \dots 1) \cdot 10^2$ |
| 6 | Вертикальное ускорение $\ddot{h}, \text{ м/с}^2$ | $(1,0 \dots 3,0) \cdot 10^{-5}$ |
| 7 | Путь $s, \text{ м}$ | 1,5...4,5 |

4. Выводы

Исследованы изменения чувствительности погрешности выходного сигнала АГС к погрешностям измерения таких параметров движения ЛА: скорости, курса, широты, высоты, вертикальной скорости, вертикального ускорения, пути для разных режимов полета.

Рассчитаны допустимые значения погрешностей определения параметров полета ЛА: скорость 0,05...0,15 м/с, курс 1,56...3,00 угл. мин., широта 0,5...1,5 угл. мин., высота 3,3...10 м, вертикальная скорость $(0,5 \dots 1) \cdot 10^2$ м/с, вертикальное ускорение $(1,0 \dots 3,0) \cdot 10^{-5}$ м/с², пути 1,5...4,5 м.

Литература

- Безвесельна, О. М. Авіаційні гравіметричні системи та гравіметри [Текст]: монографія / О. М. Безвесельна. – Житомир: ЖДТУ, 2007. – 604 с.

2. Bezvesilnaya, E. N. System for airborne gravimetry [Text] / E. N. Bezvesilnaya, A. G. Tkachuk, K. S. Kozko // European Applied Sciences (Germany). – 2013. – №5(2). – P. 37–39.
3. Безвесільна, О. М. Автоматизований авіаційний гравіметричний комплекс для вимірювань аномалій прискорення сили тяжіння [Текст]: тези допов. / О. М. Безвесільна, А. Г. Ткачук // XX МК з автоматичного управління, присвячена 100-річчю з дня народження академіка НАНУ О. Г. Івахненка “Автоматика-2013”. – Миколаїв, 2013. – С. 267-268.
4. Bezvesilnaya, E. N. Gravimeter of aviation gravimetric system [Text] / E. N. Bezvesilnaya, A. G. Tkachuk, K. S. Kozko // The advanced science journal (USA). – 2013. – №8. – P.41–46.
5. Безвесільна, О. М. П'єзоелектричний гравіметр авіаційної гравіметричної системи [Текст]: монографія / О. М. Безвесільна, А. Г. Ткачук. – Житомир: ЖДТУ, 2013. – 240 с.
6. Безвесільна, О. М. Організація авіаційних гравіметричних вимірювань з використанням авіаційної гравіметричної системи [Текст] / О. М. Безвесільна, А. В. Коваль, Е. В. Гура // Вісник ЖДТУ : технічні науки. – 2011. – № 4. – С. 45-52.
7. Безвесильная, Е. Н. Моделирование влияния параметров возмущений на работу гироскопического гравиметра авиационной гравиметрической системы [Текст] / Е. Н. Безвесильная, А. В. Коваль, Е. В. Гура // Журнал «Электронное моделирование». – 2012. – №2. – С.113-123.
8. Безвесільна, О. М. Використання нейронної мережі у комплексі орієнтації і навігації авіаційної гравіметричної системи [Текст] / О. М. Безвесільна // Вісник інженерної академії України. – 2012. – № 2. – С. 46–53.
9. Безвесільна, О. М. Перетворюючі пристрої приладів. Технологічні вимірювання та прилади: Підручник [Текст] / О. М. Безвесільна, В. Ю. Ларін, Н. І. Чичикало, Є. Є. Федоров, О. О. Добржанський. – Житомир: ЖДТУ, 2011. – 542 с.
10. Безвесільна, О. М. Гравіметри та їх виставка: Монографія [Текст] / О. М. Безвесільна, А. А. Остапчук, С. С. Ткаченко. – Житомир : ЖДТУ, 2010. – 307 с.

АНАЛІЗ МЕТОДИЧНИХ ПОХИБОК АВІАЦІЙНОЇ ГРАВІМЕТРИЧНОЇ СИСТЕМИ

Приведено аналіз методичних похибок авіаційної гравіметричної системи (АГС) у разі довільного руху основи. Досліджено зміни чутливості вихідного сигналу АГС до похибок вимірювання параметрів руху літального апарату (ЛА). Визначено вимоги до точності вимірювань основних параметрів руху ЛА.

Ключові слова: авіаційна гравіметрична система, похибка вимірювання.

Безвесильная Елена Николаевна, заслуженный деятель науки и техники Украины, доктор технических наук, профессор, кафедра приборостроения, Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт», Украина, e-mail: bezvesilna@mail.ru

Безвесільна Олена Миколаївна, заслужений діяч науки і техніки України, доктор технічних наук, професор, кафедра приладобудування, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», Україна, e-mail: bezvesilna@mail.ru

Bezvesilnaya Elena, National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute», Ukraine, e-mail: bezvesilna@mail.ru

УДК 621.372.061.3.001.63:681.3

Карпунин А. В.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ И АНАЛИЗА МОДЕЛЕЙ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

В работе предлагаются модели нелинейного математического маятника для использования при математическом моделировании TCP соединений в инфокоммуникационных системах. Применение численно-аналитического подхода с использованием метода Крылова-Боголюбова-Митропольского для решения нелинейных дифференциальных уравнений маятника позволяет применить качественные методы анализа поведения колебательных динамических систем на фазовой плоскости.

Ключевые слова: модель, маятник, численно-аналитический, динамическая система, TCP соединение.

1. Введение

В настоящее время изучение динамических явлений и процессов, возникающих в различных областях естествознания, приводит к исследованию нелинейных математических моделей. В силу нелинейности этих моделей и ограниченных возможностей аналитических и качественных методов такое исследование практически невозможно провести без применения численных методов и привлечения компьютеров. При этом наибольшего успеха удается достичь, если комбинировать аналитические и численные методы. Такой комбини-

рованный подход называют численно-аналитическим. Сочетание современных аналитических методов с большими сериями расчетов на компьютере требует разработки адекватных математических моделей и ориентированного на эти модели комплекса эффективных методов, алгоритмов и средств программной поддержки компьютерного эксперимента. Чисто количественный подход, заключающийся в численном решении исходных уравнений, не позволяет определить связь между характеристиками схемы и ее физическими параметрами. При этом невозможно составить общую картину поведения системы