

## РОЗВИТОК ТЕХНОЛОГІЧНИХ КОМПЛЕКСІВ У РІЗНИХ ГАЛУЗЯХ ВИРОБНИЦТВА

УДК 621.83

Струтинський В.Б., д.т.н., проф., Гаврушкевич Н.В., ас., Полунічев В.Е., студ.  
Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»

### МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК БАГАТОКООРДИНАТНИХ ВЕРСТАТІВ З ВИКОРИСТАННЯМ ТЕОРІЇ НЕЧІТКИХ МНОЖИН

*Обґрунтована актуальність розробки математичних моделей динамічних характеристик верстатів паралельної кінематики з використанням теорії нечітких множин. Виконано аналіз конструкції верстата і розроблена його динамічна модель. Вона базується на поданні верстата паралельної кінематики у вигляді набору парціальних динамічних систем. Для динамічної системи платформи введено чотири парціальні динамічні підсистеми. Три з них описують поступальні переміщення платформи у трьох напрямках, а підсистема сферичного руху описує поворотний рух платформи відносно полюса. Динамічні підсистеми штанг змінної довжини враховують розподіленість параметрів штанг по довжині.*

*Розроблена структурна математична модель, блоки якої відповідають окремим парціальним динамічним підсистемам. Для динамічних підсистем платформи використані математичні моделі, які базуються на поданні платформи у вигляді твердого тіла та запропоновані відповідні математичні моделі.*

*Розглянуто парціальні підсистеми штанг змінної довжини. Визначені спектри власних частот та форми коливань штанги як стрижня на двох переміщуваних опорах. Пружні властивості штанги запропоновано описати в термінах теорії нечітких (розмитих) множин. Характеристичні функції приналежності нечітких множин визначено на основі експериментальних вимірів жорсткості штанг. По знайденому полю переміщень штанги як стрижня з розподіленою масою визначена передавальна функція динамічної системи штанги. Вона має вигляд нескінченної суми динамічних ланок консервативного типу. Запропоновано врахувати втрати енергії в системі шляхом заміни консервативних ланок ланками коливального типу. Визначено параметри затухання коливальних ланок. Розроблено структурні математичні моделі штанг змінної довжини, які враховують динамічні збурення в штангах з боку приводів та збурення з боку шарнірів основи. В результаті одержана загальна математична модель динамічної системи верстата*

*Проведено математичне моделювання динамічних процесів у верстатах паралельної кінематики при одиничних і пакетних імпульсних динамічних збуреннях штанг. Визначено траєкторії переміщення платформи при імпульсних навантаженнях штанг. Встановлено загальні характеристики траєкторій.*

Верстат паралельної кінематики, динаміка, розподілені параметри, математична модель, траєкторії.

#### Вступ

В даний час широко розвивається багатокоординатне металообробне обладнання на основі механізмів з паралельними структурами. Металорізальні верстати такого типу мають низьку матеріалоемність і широкі функціональні можливості. Тому роботи в напрямку досліджень багатокоординатних верстатів є актуальним.

Проблема в загальному вигляді полягає в підвищенні якісних показників точності багатокоординатних верстатів.

Проблема пов'язана із важливим науковим і практичним завданням створення високо-ефективного металообробного обладнання.

У відомих дослідженнях і публікаціях [1] наведена інформація про розробку і використання багатокоординатних верстатів паралельної кінематики.

В результаті аналізу літературних джерел встановлено, що проектування верстатів з паралельною кінематикою потребує ґрунтовних теоретичних і експериментальних досліджень. Даній науковій проблемі присвячено значне число публікацій [2,3]. В основному автори досліджують закономірності кінематики верстатів з паралельними структурами [4].

Верстати з паралельною кінематикою працюють в жорстких динамічних режимах. Тому є особливо актуальним дослідження їх динамічних характеристик. Динамічні характеристики верстатів розглянуті в ряді робіт [5]. В основному в них подані загальні питання моделювання переміщення шпинделя. Математичних моделей, приданих для визначення динамічних властивостей верстатів даного типу в літературі не виявлено.

До невирішених раніше частин загальної проблеми відноситься розробка уточненої математичної моделі багатокоординатного верстата, яка враховує розподіленість параметрів у динамічній системі та наявність факторів, які враховують нечітко визначені жорсткісні та дисипативні параметри динамічної системи верстата.

**Метою досліджень**, викладених в даній статті, є розробка математичної моделі структурного типу, призначеної для дослідження динамічних властивостей багатокоординатних верстатів, яка враховує нечітко визначені параметри динамічної системи верстата та проведення математичного моделювання параметрів точності верстата.

Задачами досліджень є побудова структурної математичної моделі, розробка методів врахування розподіленості параметрів динамічної системи при нечітко визначених умовах роботи верстата та виконання моделювання багатокоординатного верстата в типових режимах роботи.

#### Виклад основного матеріалу досліджень

Багатокоординатний верстат з паралельною кінематикою являє собою складну просторову динамічну систему, в якій мають місце складні коливальні процеси. Особливістю систем є наявність мало жорстких стрижневих систем, які з'єднують платформу верстата 1 із встановленим на ній шпинделем 2 з нерухомою основою 3 (рис.1).

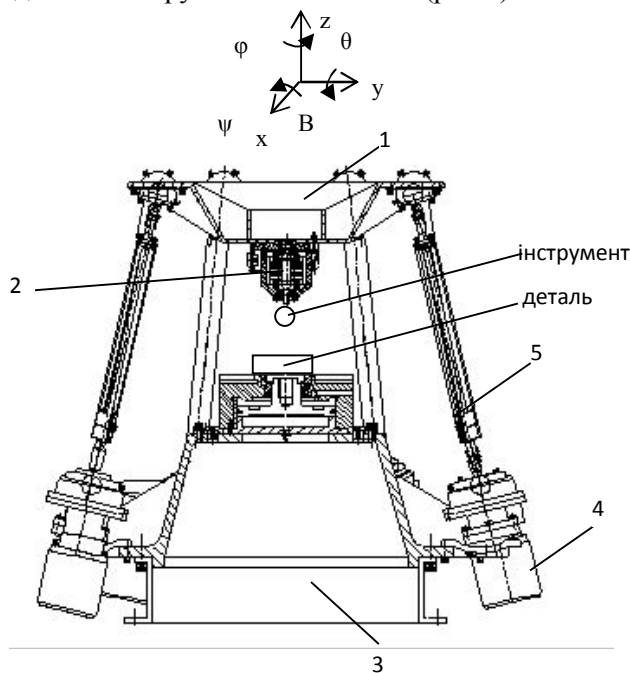


Рис.1. Конструктивна схема багатокоординатного верстата паралельної кінематики

Шпиндельний вузол верстата має шість керованих координат. Шпиндель здійснює поступальні переміщення в напрямках  $x, y, z$  та поперечно-кутові переміщення  $A, B, C$  навколо вісей координат.

Переміщення шпинделя забезпечують шість приводів 4, які змінюють довжину штанг 5.

Особливістю багатокоординатного верстата є складний просторовий рух окремих вузлів і деталей верстата.

Для визначення основних властивостей динамічної системи верстата та побудови математичних моделей окремих динамічних підсистем виконано аналіз системи з метою встановлення особливостей руху окремих вузлів.

Розроблена розрахункова схема динамічної системи верстата, яка об'єднує платформу і шпindel як одне тверде тіло, а штанги змінної довжини подає у вигляді еквівалентних деформованих стрижнів із розподіленою масою (рис.2).

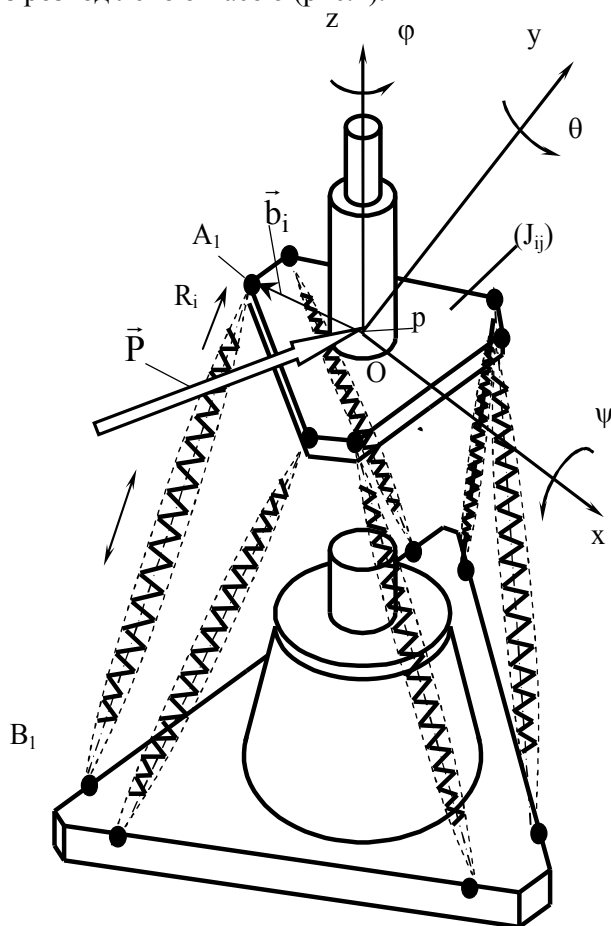


Рис. 2. Розрахункова схема верстата паралельної кінематики, яка враховує розподіленість параметрів штанг

На шпindel верстата діють зовнішні силові фактори у вигляді сили різання  $\bar{P}$ .

Робочий орган верстата має вигляд платформи, яка розміщена на сферичних опорах штанг. В сферичних опорах мають місце опорні реакції  $\bar{R}_i$ , що є внутрішніми силовими факторами динамічної системи. Шпindel верстата має масу набагато меншу маси платформи. Тому можна вважати, що питомі інерційні навантаження на шпindel і платформу є близькими і вважати платформу і шпindel одним твердим тілом. Штанги змінної довжини верстата мають кінцеву жорсткість і суттєві дисипативні властивості, які потрібно врахувати при розробці математичної моделі динамічних процесів верстатів з паралельною кінематикою.

Верстати з паралельною кінематикою мають складну просторову структуру динамічної системи. Відповідно в динамічній системі верстата наявні різноманітні парціальні динамічні системи.

Парціальні динамічні системи відповідають просторовим рухам окремих вузлів верстатів. Основними динамічними вузлами є штанга і платформа. Платформа рухається в просторі під дією опорних реакцій в сферичних опорах штанг. Ці силові фактори зводяться до головного вектора і головного моменту:

$$\bar{R}_p = \sum_{i=1}^n \bar{R}_i, \quad \bar{M}_p = \sum_{i=1}^n \bar{R}_i \bar{b}_i,$$

де  $\bar{R}_i$  – вектор динамічної реакції i-ї штанги;  $\bar{b}_i$  – радіус-вектор дії сили  $\bar{R}_i$  відносно полюса O; n=6 – число штанг на яких встановлена платформа.

Платформа має шість ступенів вільності. Тому для опису її динаміки використано три парціальні системи поступального переміщення полюса платформи та одна парціальна система сферичного руху платформи відносно полюса (рис. 3).

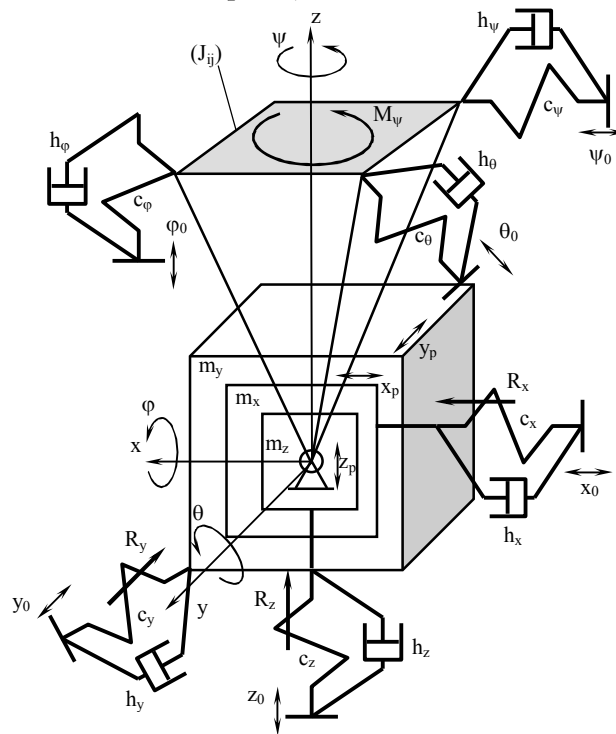


Рис.3. Парціальні динамічні системи поступального та сферичного руху платформи

Згідно запропонованої динамічної моделі платформи розроблена структурна математична модель.

Блок-схема математичної моделі динамічної системи платформи включає блок 1 для моделювання трьох складових парціальної системи поступального переміщення платформи (рис. 4).

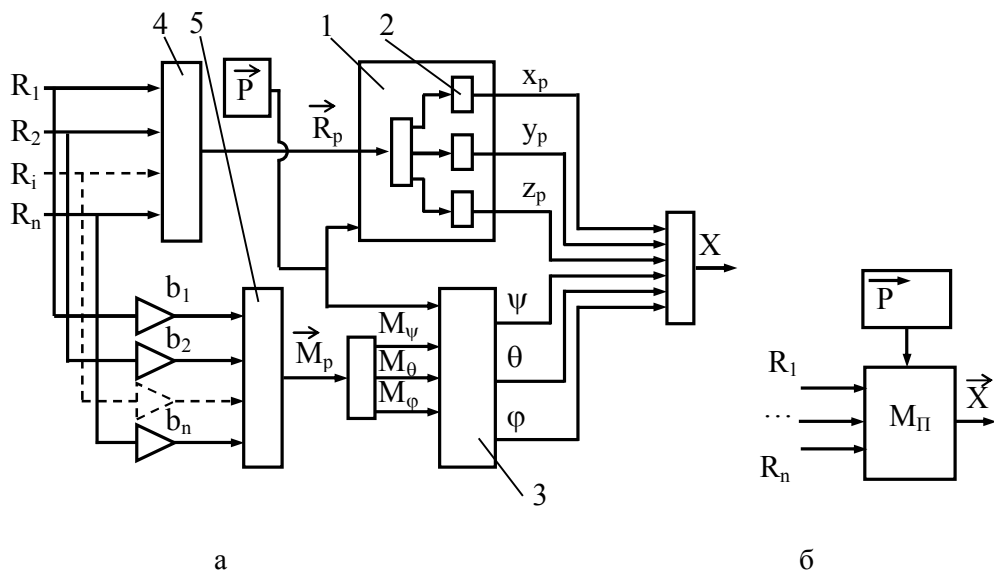


Рис. 4 Структурна блок-схема математичної моделі динамічної системи просторового переміщення платформи (а) та подання моделі у вигляді блока (б)

Складові  $x_p$ ,  $y_p$ ,  $z_p$  поступального переміщення платформи моделюються окремими блоками 2 кожний із яких визначає переміщення центра мас платформ у відповідному напрямку. Блок 3 моделює парціальну систему сферичного руху платформи відносно полюса.

Блоки 4 і 5 формують відповідно головний вектор  $\vec{R}_p$  і головний момент  $\vec{M}_p$ , який діє з боку штанг на платформу.

Виходом математичної моделі динамічної системи платформи є шестивимірний вектор положення платформи.

Входами динамічної системи платформи є вектори опорних зусиль штанг  $R_1 \dots R_n$  та вектор навантаження  $\vec{P}$ .

В якості блоків 1,2 використані відомі математичні моделі [6], а блоків 3-5 [7]. Відомі математичні моделі апробовані при розрахунках з метою підтвердження їх адекватності.

Загальні характеристики динамічної точності механізму визначають динамічні властивості штанг. Штанги відповідають окремим парціальним системам, що визначають специфічні, динамічні процеси, що супроводжують їх переміщення. Суттєвими вихідними параметрами для динамічних систем штанг є переміщення шарнірів. Тому для кожної штанги виділено парціальні динамічні системи, що описують поздовжні переміщення штанг із врахуванням розподіленості їх параметрів (рис.5).

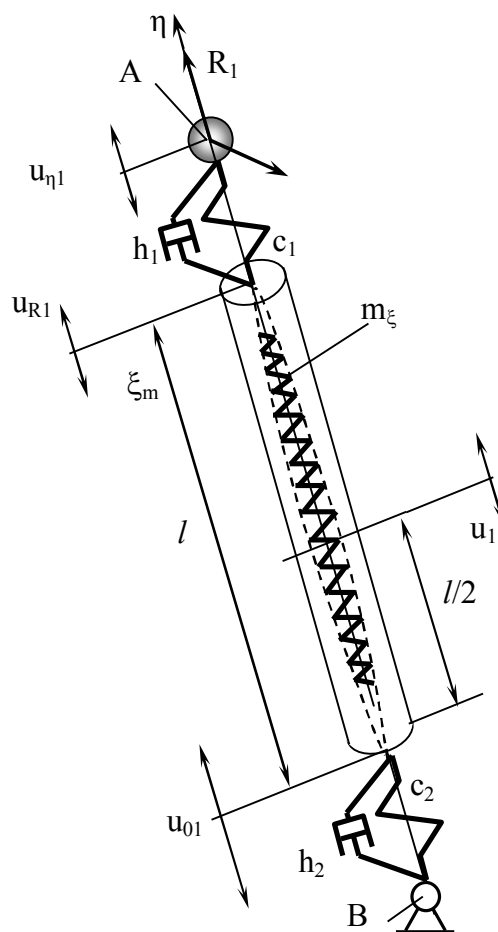


Рис. 5 Динамічна модель поздовжнього переміщення штанги із врахуванням розподіленості її параметрів

Приймемо, що штанга довжиною  $l$  являє собою квазіоднорідний стрижень з розподіленою по довжині масою.

Будемо вважати, що кінці стрижня здійснюють гармонічні рухи за законом

$$u_{R1} = u_{aR} \sin(\omega_1 t), \quad u_{01} = u_{a0} \sin(\omega_2 t + \psi_0), \quad (1)$$

де  $u_{aR}$ ,  $u_{a0}$  - амплітуди гармонічних переміщень;  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  - кругові частоти гармонічних переміщень крайових перетинів штанги;  $\psi_0$  - різниця фаз гармонічних переміщень кінців штанги.

Прийmemo, що кінці штанги жорстко закріплені в опорах. Відповідно власні частоти і форми коливань визначаються у виді [8]

$$p_i = \frac{i\pi a}{l}, \quad a = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad X_i = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\left(\frac{P_i x}{a}\right), \quad i = 1, 2, \dots, \infty, \quad (2)$$

де  $l$  – довжина штанги;  $i$  – номер форми коливань;  $E$  – еквівалентний модуль пружності штанги;  $\rho$  – погонна маса штанги;  $a$  – еквівалентна швидкість звуку в штанзі.

Еквівалентний модуль пружності знайдено шляхом експериментальних вимірів жорсткості штанги. Здійснювалось навантаження штанги поздовжньою силою  $F_k$  і вимірювалось відносне переміщення кінців штанги. Жорсткість знаходилась як відношення приросту сили до приросту переміщення по формулі

$$C_k = \frac{\Delta F_k}{\Delta l_k}. \quad (3)$$

Виміри здійснені при знакозмінних навантаженнях при різних значеннях сили і відповідно переміщень. Встановлено, що величина жорсткості суттєво залежить від амплітуди навантажень (деформацій). При малих амплітудах знакозмінних навантажень жорсткість штанги зменшується. Це пояснюється виборкою люфтів і зазорів у кінематичному ланцюзі. Збільшення амплітуди навантажень приводить до збільшення жорсткості. Результати вимірів жорсткості піддані статистичній обробці. Побудовані гістограми відносної частоти вимірів жорсткості даного значення. Для цього виміряні значення жорсткості розбиті на розряди і проведено підрахунок числа вимірів, які попадають в кожен розряд. Число значень вимірів, які попали в розряд із максимальним числом значень вимірів приймається в якості норми. Відносно неї встановлено відносне число вимірів у кожному розряді  $N$ .

Виміри жорсткості при різних амплітудах згруповані в окремі гістограми  $N_m$  і  $N_a$  (рис.6).

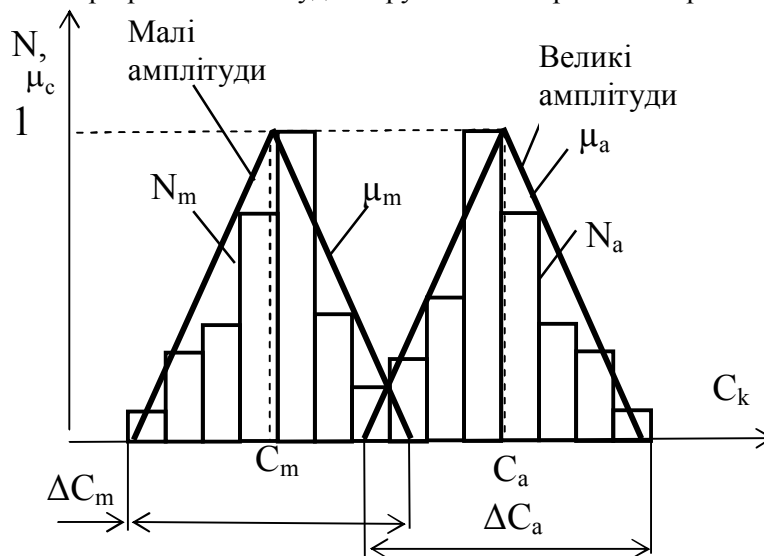


Рис. 6. Експериментально визначені значення еквівалентної жорсткості штанги, подані у вигляді гістограм та відповідних функцій приналежності нечітких множин, що описують еквівалентну жорсткість штанги

В результаті експериментальних вимірів встановлено, що гістограми близькі до трикутних графіків із максимумами, що відповідають середнім значенням жорсткості  $C_m$  і  $C_a$ , та шириною  $\Delta C_m$  і  $\Delta C_a$ .

Для опису гістограм введені трикутні функції  $\mu_m$  і  $\mu_a$ , які інтепретовані як характеристичні функції приналежності нечітких (розмитих) множин [9], що описують характеристики жорсткості штанги. При малих амплітудах коливань жорсткість визначається функцією  $\mu_m$ , а при великих амплітудах – функцією  $\mu_a$ .

На основі виміряних значень жорсткості визначені поточні значення еквівалентного модуля пружності. Для цього використана залежність

$$E = C_k \frac{l}{s_e}, \quad (4)$$

де  $l$  - довжина штанги;  $s_e$  - еквівалентна площа перетину штанги;  $C_k$  - значення поточної жорсткості штанги, яке визначається із врахуванням величини амплітуди коливань штанги у відповідності із значенням характеристичної функції  $\mu_m$  і  $\mu_a$ .

Прийmemo за характерне переміщення штанги в її середній частині при  $x = \frac{l}{2}$ .

Характерне переміщення штанги як системи з розподіленими параметрами визначено рядом [8]

$$u_1 = \left[ \frac{1}{2} + \frac{2l^2}{\pi^3 a^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{i\pi}{2}\right)}{i^3} \cdot \frac{\omega_1^2}{\left(1 - \frac{\omega_1^2}{p_i^2}\right)} \right] u_{aR} \sin(\omega_1 t) +$$

$$+ \left[ \frac{1}{2} - \frac{2l^2}{\pi^3 a^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^i \sin\left(\frac{i\pi}{2}\right)}{i^3} \cdot \frac{\omega_2^2}{\left(1 - \frac{\omega_2^2}{p_i^2}\right)} \right] u_{a0} \sin(\omega_2 t + \psi_0), \quad (5)$$

де параметри формули (5) встановлено залежностями (1)-(4).

Формула (5) визначає полігармонічні переміщення характерного середнього перетину штанги при синусоїдальних переміщеннях її кінців. Вирази в квадратних дужках являють собою амплітудно-частотні характеристики динамічної системи штанги при двох синусоїдальних входах у вигляді переміщення її кінців. Дані частотні характеристики є функціями частоти у вигляді нескінченних рядів

$$W_1(\omega) = \frac{1}{2} + \sum_{i=1}^{\infty} K_{1i} \frac{\omega^2}{(-T_i^2 \omega^2 + 1)},$$

$$W_2(\omega) = \frac{1}{2} - \sum_{i=1}^{\infty} K_{2i} \frac{\omega^2}{(-T_i^2 \omega^2 + 1)}, \quad (6)$$

де

$$K_{1i} = \frac{2l^2}{\pi^3 a^2} \frac{\sin\left(\frac{i\pi}{2}\right)}{i^3}, \quad K_{2i} = \frac{2l^2(-1)}{\pi^3 a^2} \frac{\sin\left(\frac{i\pi}{2}\right)}{i^3}, \quad T_i = \frac{1}{p_i}. \quad (7)$$

Коефіцієнти, які визначені формулою (7), являють собою нечіткі множини, які визначено у відповідності із залежностями (2), (4).

Частотні характеристики (6) включають лише квадрат частоти. Тому вони відповідають передавальним функціям виду

$$W_1(s) = \frac{1}{2} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{K_{1i} s^2}{T_i^2 s^2 + 1}, \quad W_2(s) = \frac{1}{2} - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{K_{2i} s^2}{T_i^2 s^2 + 1}, \quad (8)$$

де  $s$  – оператор Лапласа.

Дані передавальні функції являють собою нескінченну кількість паралельних ланцюгів, кожен з яких має дві послідовно з'єднані диференціюючі ланки та одну консервативну ланку. Наявність консервативної ланки не відповідає фізичній суті задачі, а саме наявності процесу дисипації енергії в динамічній системі штанги. Тому в передавальних функціях консервативні ланки замінено на коливальні і відповідно одержано,

$$W_1(s) = \frac{1}{2} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{K_{1i}s^2}{T_i^2s^2 + 2\xi_i T_i s + 1}, \quad W_2(s) = \frac{1}{2} - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{K_{2i}s^2}{T_i^2s^2 + 2\xi_i T_i s + 1}, \quad (9)$$

де  $\xi_{1i}$  - набір параметрів затухання, які визначають дисипативні характеристики штанги.

В результаті експериментальних вимірів власних коливань штанги встановлено, що параметри затухання є незначними і складають  $\xi_i = 0.01..0.001$ .

Із врахуванням одержаних передавальних функцій встановлено зв'язок динамічних збурень штанги в середньому перетині та переміщення її кінців

$$u_{R1}(s) = [u_1(s) - W_2(s)u_{01}(s)] / W_1(s). \quad (10)$$

Відповідно реакція першої штанги

$$R_1(s) = [u_{R1}(s) - \eta_1(s)](c_1 + h_1s), \quad (11)$$

де  $\eta_1(s)$  - переміщення платформи в напрямку вісі штанги, яке визначається вектором X-координат;  $c_1$  та  $b_1$  – жорсткість та коефіцієнт опору шарнірного закріплення штанги на платформі.

Переміщення платформи в напрямку вісі штанги однозначно визначено вектором x-координат платформи у вигляді лінійної залежності

$$\eta_1(s) = \sum_{j=1}^6 \alpha_{1j} \cdot x_j. \quad (12)$$

Об'єднання співвідношень (10) - (12) здійснюється в спеціальному блоці математичної моделі.

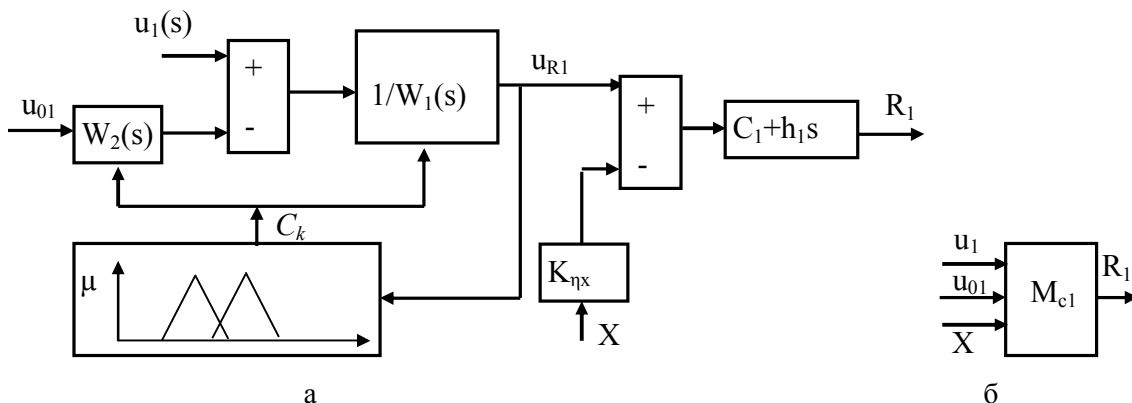


Рис. 7. Структурна модель призначена для обчислення реакції штанги (а) та подання даної моделі у вигляді блока (б)

Входами блока є вектор координат платформи  $X$ , динамічні збурення в приводі першої штанги  $u_1$  та динамічні збурення (вібрації) основи  $u_{01}$  в місці закріплення першої штанги.

Для обчислення нечітко визначеної жорсткості штанги  $C_k$  служить спеціальний блок моделі, який реалізує залежність (4) у відповідності із експериментальними значеннями (див. рис.4) із врахуванням амплітуди переміщень верхнього шарніра штанги.

Математична модель платформи та штанг об'єднуються в одну загальну структурну математичну модель (рис. 8).



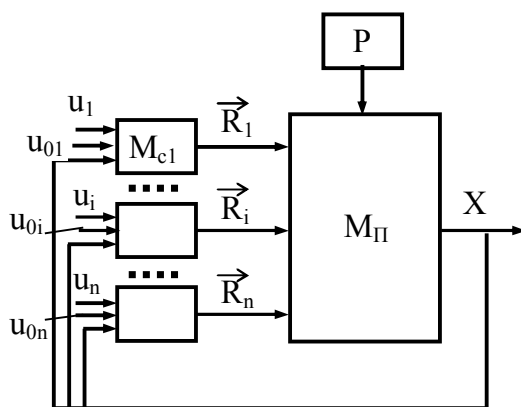


Рис. 8. Блок-схема загальної математичної моделі механізму з паралельною кінематикою

Виходом математичної моделі є вектор координат платформи  $X$ , входами керуючі сигнали приводів окремих штанг  $u_i$  та вібрації основи  $u_{0i}$ .

Виконано математичне моделювання переміщення платформи при дії імпульсних навантажень  $u_i$  в приводах кожної окремої штанги. В результаті розрахунків встановлено, що при імпульсних навантаженнях штанги платформа здійснює складний коливальний рух. В площині платформи даний рух відповідає спіралевидній траєкторії, яка локалізується в еліптичній області і затухає з часом (рис.9).

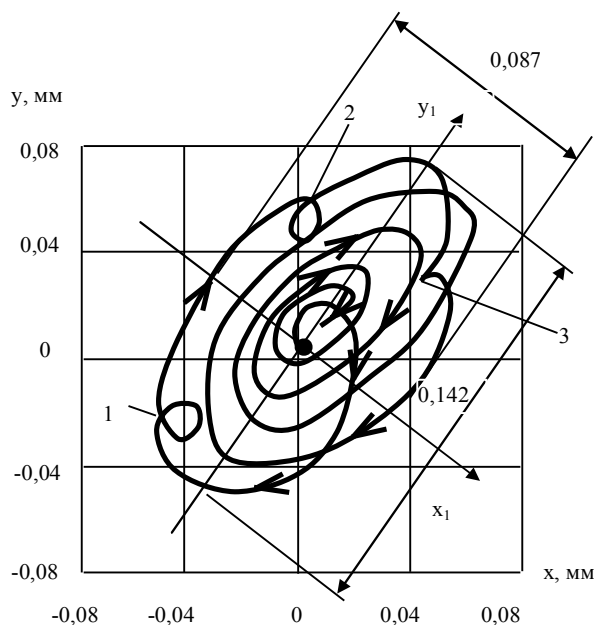


Рис. 9. Розрахункова траєкторія переміщення центра платформи багатокординатного верстата при імпульсному збуренні в першій штанзі

Співвідношення вісей еліптичної ділянки складає 1,4..1,7. Напрямки вісей  $x_1$  та  $y_1$  відповідають головним вісям жорсткості пружної системи платформи. На траєкторії переміщення платформи спостерігаються петле подібні ділянки 1, 2, 3. Вони відповідають першій основній частоті коливань штанги із часом затухають [10].

Послідовні пакетні імпульсні збурення у всіх штангах верстата змінюють траєкторію переміщення платформи в площині  $hox$ .

На траєкторії простежуються злами, відповідні наявності збурень (рис.10).

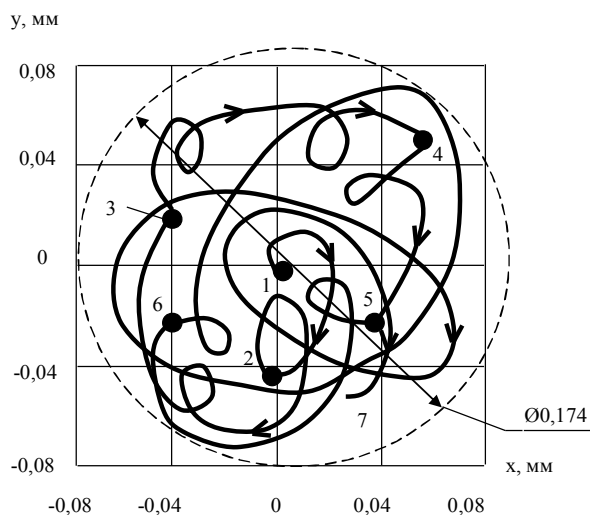


Рис. 10. Траєкторія переміщення полюса платформи при послідовних імпульсних збуреннях у всіх штангах верстата

Злами мають місце в точках 1, ..6, які відповідають часу дії імпульсних (ударних) навантажень в штангах 1-6.

Послідовні імпульсні навантаження ускладнюють рух платформи. Траєкторія знаходиться в межах ділянки, близької до колової. На траєкторії простежуються петлеподібні ділянки, подібні власним коливанням окремих штанг. В подальшому (точка 7 і далі) траєкторія руху платформи набуває затухаючої еліптичної спіралі, яка закінчується в точці 1.

#### Висновки

1. Встановлено, що для математичного моделювання динаміки просторового руху платформи верстата з паралельною необхідно виділити чотири парціальні динамічні підсистеми платформи. Три із них визначають поступальний рух полюса платформи в трьох напрямках, а четвертий відповідає сферичному руху відносно полюса. Шість додаткових парціальних динамічних систем штанг враховують розподіленість параметрів штанг при їх поздовжніх та поперечних коливаннях.

2. Для опису динамічних процесів рухомої штанги доцільно використати математичну модель еквівалентної балки з розподіленою по довжині масою. Пружні властивості штанги залежать від амплітуди коливань і являють собою нечітку множину, яка має дві трикутні функції приналежності, відповідні малим і великим амплітудам коливань. При цьому жорсткість штанги при малих амплітудах в 2..3 рази нижча, ніж жорсткість при великих амплітудах коливань.

3. Математична модель верстата з паралельною кінематикою сформована у структурно-блочному вигляді, причому блоки відповідають парціальним динамічним системам штанг і платформи, а зв'язки між блоками, включаючи зворотні зв'язки, замикають модель, визначаючи просторове положення платформи в залежності від силових факторів, які діють на окремі вузли верстата, зокрема в залежності від імпульсних збурень в приводах зміни довжини штанг верстата.

4. В результаті математичного моделювання встановлено, що вимушені коливання платформи багатокоординатного верстата при одиничних імпульсних збуреннях в одній із штанг відбуваються у визначеному напрямку, який відповідає вісі мінімальної жорсткості пружної системи верстата. При цьому розмах коливань в напрямку вісі максимальної жорсткості в 0,6..0,7 разів менший, ніж в напрямку вісі мінімальної жорсткості. При послідовних пакетних імпульсних збуреннях у всіх штангах верстата визначені напрямки нівелюються і полюс платформи переміщується в межах кругової області з послідовним її зменшенням до нульового значення.

5. Як напрямок подальших досліджень рекомендується уточнення структурної математичної моделі та її апробація шляхом порівняння результатів моделювання із експериментальними даними.

1. Коваленко В.С. Новые тенденции в развитии машиностроения и обработки материалов / В.С. Коваленко // Техніка в сільськогосподарському виробництві, галузеве машинобудування, автоматизація. / Збірник наук. праць – Кіровоград: КДТУ. – 2003. – Вип. 12. – С. 3 – 12.
2. Бушуев В.В. Мехатронные системы в станках / В.В. Бушуев // СТИН – 1998. – №9. – С. 10-15.
3. Валявський І.А. Математичне моделювання положення вихідного органу 1-координатного механізму / І.А. Валявський, В.А. Крижанівський // Техніка в сільськогосподарському виробництві, галузеве машинобудування, автоматизація. / Збірник наук. праць. – Кіровоград: КДТУ.- 2003. – Вип. 12. – С. 223 – 229.
4. Глазунов В.А. К решению прямой задачи о положениях 1-координатных механизмов / В.А. Глазунов, А.Ш. Колискор, Б.И. Модель, Г.В. Рашоян, В.Ф. Чернов// Проблемы машиностроения и надежности машин. – 1991. – № 2. – С. 100 – 105.
5. Дименберг Ф.М. Теория пространственных шарнирных механизмов. / Ф.М. Дименберг – М.: Наука, 1982. – 336 с.
6. Струтинський В.Б. Математичне моделювання стохастичних процесів у системах приводів: Монографія. / В.Б. Струтинський, О.В. Колот – Краматорськ: ЗАТ “Тираж-51”, 2005. – 530 с.
7. Струтинський С.В. Математичне моделювання просторових поперечно-кутових мікропереміщень сферичного шарніра з використанням рекурсивних зв'язків / С.В. Струтинський // Всеукраїнський щомісячний науково-технічний і виробничий журнал «Машинознавство». – 2009. - №1. – С.37-43.
8. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. / С.П. Тимошенко, Д.Х. Янг, У. Уивер – М.: Машиностроение, 1985. – 472 с.
9. Яхьева Г.Э. Нечеткие множества и нейронные сети / Г.Э. Яхьева. М.: Бинوم. – 2006. – 315с.
10. Струтинський С.В. Просторові системи приводів: Монографія / С.В. Струтинський, А.А. Гуржій. – К.: Педагогічна думка, 2013. – 492 с.