УДК 53.03

Клапченко В. І., Тесля Ю.М.[1]

ЙМОВІРНІСНА ІНТЕРПРЕТАЦІЯ МЕХАНІЧНОГО РУХУ

АНОТАЦІЯ. Ймовірнісний підхід до описання поступального руху макротіл вказує на появу додаткових упорядковуючих ефектів, орієнтованих в напрямі руху тіла.

АННОТАЦИЯ. Вероятностный подход к описанию поступательного движения макротел указывает на появление дополнительных упорядочивающих эффектов, ориентированных в направлении движения тела.

ABSTRACT. The probabilistic approach to description of forward motion of macrobodies specifies on appearance of the additional putting in order effects oriented in direction of motion of body

Вступ. На сьогодні безсумнівною стала застосовність ймовірнісного описання руху частинок в мікросистемах (ядро, атом, молекула), які є прерогативою квантової механіки. Ніякого іншого опису, крім імовірнісного, для них не існує. Досить часто та зі значною ефективністю статистичний підхід використовують при описанні руху ансамблів тотожних частинок, зокрема молекулярних систем, отримуючи нові, так звані статистичні закономірності.

Немає ніякого сумніву, що і до будь-якого макроскопічного тіла, яке представляє собою ансамбль багатьох складових частинок, при здійсненні ним звичайного прямолінійного руху, можна застосувати ймовірнісний підхід. Питання тільки в тому, чи дасть нам така ймовірнісна інтерпретація механічного руху якісь нові закономірності, нові уявлення? Відповіді на це питання й присвячена дана робота.

Ми хочемо виразити швидкість руху тіла як цілого через внутрішній хаотичний рух його складових, але при цьому залучити якомога менше деталей. Тому наш підхід буде значно відрізнятись від загальноприйнятого в статистичній механіці координатно-імпульсного описання поведінки його складових елементів з введенням функцій розподілу і т.п. [1]. Щоб забезпечити постановку задачі з простим застосуванням поняття ймовірності, спробуємо представити напрямлений рух тіла з допомогою двох множин <u>рівнозначних</u> <u>випадкових</u> <u>орієнтованих</u> <u>елементарних</u> подій [2].

Елементарною подією в нашому розгляді буде рух складового елемента тіла з певною масою m_{el0} в визначеному напрямі зі швидкістю V_{el0}. Фактично, мова йде про *елементарний імпульс* окремого елемента і він стає своєрідною одиницею вимірювання множин випадкових подій. Щоб відтворення цієї одиниці зробити однозначним, домовимось визначати масу m_{el0} і швидкість V_{el0} структурних елементів в момент, коли тіла нерухомі відносно системи відліку.

Вибір однакової швидкості структурних елементів тіла V_{el0} необхідний для того, щоб зробити всі елементарні події *рівнозначними*. Це передбачає певну статистичну процедуру визначення величини V_{el0}. Наприклад, на молекулярному рівні будови тіла таку статистичну процедуру потрібно застосувати двічі: при усередненні за величиною швидкості, що приводить до середньоквадратичної швидкості $v_{с.кв.}$, та при усередненні за величиною проекції швидкості ($0 - v_{с.кв.}$), що дає

$$V_{el0} = \sqrt{\frac{v^2_{\text{ñ.êâ.}} + 0^2}{2}} = \frac{v_{\text{ñ.êâ.}}}{\sqrt{2}}. \qquad (1)$$

Хоч таке усереднення і є досить грубим, для вибраного підходу це не так вже й важливо. Проте з (1) видно, що при необхідності для швидкості елементів можна вибирати найближчу за значенням характерну швидкість молекул – найбільш імовірну швидкість $v_{н.й.}$.

Процедура розгляду. На рис. 1 представлено прямолінійний рівномірний рух двох тіл A та B вздовж позитивного напрямку осі *x* зі швидкостями *V* та *u* з допомогою двох множин орієнтованих в протилежних напрямах випадкових елементарних подій.

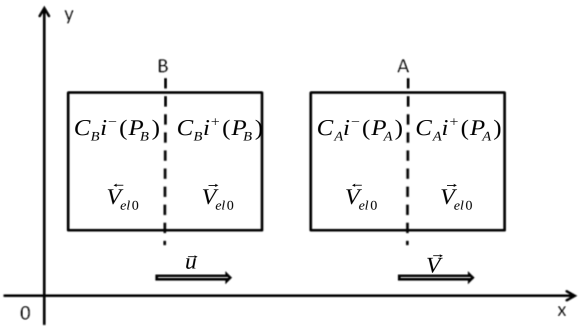

Рис.1. Схематичне представлення поступального руху двох тіл A та B. Показані дві множини подій, орієнтовані вздовж осі x в протилежних напрямах.

Наприклад, множина орієнтованих подій в напрямку зростання осі *x* (+) для тіла A позначена на рисунку як добуток C_A на $i^+(p_A)$, де $C_A=m_A/m_{el0}$ – *масовий* множник множини подій,

[1] Клапченко В. І., доцент, Тесля Ю.М., професор. Київський національний університет будівництва і архітектури.

$i^{+}(p_A)$ – відносна потужність множини цих подій. Масові множники C_A та C_B пропорційні реальним масам тіл, а величина цих множників залежить лише від рівня розбивання тіл на складові елементи. Тоді величину швидкості руху тіла можна визначати через імовірності відповідних подій таким чином. Введемо величину *ймовірності переміщення* тіла в напрямі зростання осі *x*. Наприклад, для тіла А

$$p_A = \frac{C_A i^{+}(p_A)}{C_A i^{+}(p_A) + C_A i^{-}(p_A)} = \frac{i^{+}(p_A)}{i^{+}(p_A) + i^{-}(p_A)} . \quad (2)$$

Ймовірність переміщення в зворотному напрямі відповідно буде рівна (1-p_A). Зауважимо, що повна кількість подій, яка записана як сума в знаменнику, не зобов'язана бути сталою. Тоді швидкість переміщення тіла визначатиметься не різницею подій, а лише відносною різницею подій, тобто через імовірності переміщення. Наприклад, для тіла А

$$V = p_A V_{el0} - (1 - p_A)V_{el0} = (2p_A - 1)V_{el0} . \quad (3а)$$

Аналогічна формула справедлива і для тіла В:

$$u = (2p_B - 1)V_{el0} . \quad (3б)$$

При значеннях ймовірностей ½ швидкості тіл дорівнюють нулеві, що розумно і логічно. Проте, поки нічого принципово нового формули (3а) та (3б) не вносять в наше розуміння механічного руху, їх можна отримати прямим застосуванням закону збереження імпульсу. А на майбутнє слід зауважити дві обставини. Перша. При уявному подрібненні тіл до молекулярного рівня застосовувати запропонований підхід можна лише в випадках, коли швидкості тіл менші за швидкості молекул, тобто формули (3а), (3б) мають обмеження *u*, $V<V_{el}$. Друга. Формули (3а) та (3б) виражають лише *ймовірнісну інтерпретацію* механічного руху, і не вказують на безпосередній причинно-наслідковий зв'язок. Справжній зв'язок такий: зовнішні причини, які обумовлюють стан тіла (швидкість елементів V_{el0}) та стан руху (швидкості *V* чи *u*), визначають потужності множин орієнтованих подій та, в решті решт, ймовірність переміщення *p*. А не навпаки.

Релятивістські рухи. Якщо тіла А та В рухаються зі швидкостями, що наближаються до швидкості світла, такий статистичний розгляд можна застосовувати лише при найбільш глибинному рівні «подрібнення» тіл на складові частинки. Це той рівень будови, якого, можливо, ми ще не досягли не тільки експериментально, але й теоретично. Але на цьому рівні складові елементи тіл не можуть мати швидкостей, менших ніж швидкість світла *c* (інакше з якихось незрозумілих причин виникає заборона на застосовність ймовірнісного підходу). Однак вони не можуть мати і швидкостей, більших ніж швидкість світла *c* (згідно з постулатом Ейнштейна про інваріантність швидкості світла в вакуумі). Залишається одне: аналогічно принципу інваріантності, постулювати значення швидкості руху елементів структури тіл:

$$V_{el0} = c . \quad (4)$$

Тоді швидкість тіл в релятивістському випадку визначатиметься, замість (3а) і (3б), через швидкість світла в вакуумі:

$$V = (2p_A - 1)c , \quad (5)$$

$$u = (2p_B - 1)c . \quad (6)$$

Тобто у всіх матеріальних тіл з ненульовою масою спокою швидкість асимптотично наближається до *c*, і лише фотон (електромагнітна хвиля) в вакуумі матиме цю величину швидкості (у фотона *p* дорівнює 0 або 1, тобто всі складові елементи рухаються в одному напрямі і з однаковою швидкістю).

Поставимо тепер питання про визначення швидкості руху тіла А відносно тіла В. Для цього необхідно використати ще один припущення (або постулат) - про рівноправність інерціальних систем відліку. В нашому підході це еквівалентно тому, що відносну швидкість тіл потрібно визначати за (5) чи (6), а ймовірність відносного руху p_{AB} повинна бути задана формулою, аналогічною (2). При цьому події, що визначають відносне переміщення двох тіл, складаються з двох незалежних подій, ймовірність яких визначається добутком ймовірностей обох незалежних подій [2].

Згідно рис. 1, повна кількість складених подій дорівнює 4. Дві з них є «порожніми», тобто такими, що не приводять до відносного руху тіл: p_Ap_B і (1-p_A)(1-p_B). В визначенні ймовірності відносного руху вони не приймають участь. Дві інші формують цю ймовірність: ймовірність відносного зміщення тіла А вправо по відношенню до тіла В визначає добуток p_A(1-p_B), а вліво – добуток (1-p_A)p_B. Таким чином

$$p_{AB} = \frac{p_A(1 - p_B)}{p_A(1 - p_B) + p_B(1 - p_A)} , \quad (7)$$

є відносною ймовірністю відносного переміщення двох тіл. Позначивши відносну швидкість тіла А відносно тіла В як *v*, отримаємо

$$v = (2p_{AB} - 1)c , \quad (8)$$

Виразивши з (5) та (6) ймовірності p_A та p_B

$$p_A = \frac{V + c}{2c} ; p_B = \frac{u + c}{2c} ,$$

із (7) та (8) отримаємо:

$$v = \left(\frac{2(c+V)(c-u)}{(c+V)(c-u) + (c+u)(c-V)} - 1 \right) c = \frac{V - u}{1 - \frac{Vu}{c^2}} . \quad (9)$$

Нам більш звична інша форма (9). Якщо тіло В розглядати як рухому систему відліку (тому й швидкість його позначена загальноприйнятою літерою *u*), то швидкість *v* тіла А відносно тіла В є його швидкістю в рухомій системі відліку. Виразивши з (9) швидкість *V* тіла А відносно нерухомої системи відліку, матимемо релятивістську формулу додавання швидкостей:

$$V = \frac{v+u}{1+\frac{vu}{c^2}}. \quad (10)$$

Цей результат очікуваний [3], і є лише підтвердженням того, що імовірнісний підхід до описання механічного руху застосований нами правильно.

Відносна потужність множини орієнтованих подій. У нашому розгляді відношення потужностей орієнтованих в відповідному напрямі подій для кожного тіла формує відповідні ймовірності переміщення, які, в свою чергу, визначають величини швидкостей напрямленого руху. Насправді все відбувається якраз навпаки – значення наданих тілам швидкостей визначають відповідні статистичні величини. Про це потрібно пам'ятати, хоч при застосуванні ймовірнісного підходу важливим є лише їх математичний зв'язок:

$$\begin{aligned} \frac{C_A i^+(p_A)}{C_A i^-(p_A)} &= \frac{i^+(p_A)}{i^-(p_A)} = \frac{p_A}{1-p_A}, \\ \frac{C_B i^+(p_B)}{C_B i^-(p_B)} &= \frac{i^+(p_B)}{i^-(p_B)} = \frac{p_B}{1-p_B}. \end{aligned} \quad (11)$$

Тобто, величини i^+ та i_- є функціями лише ймовірності переміщення. Тоді можна поставити запитання про те, як веде себе їх сума

$$i(p) = i^+(p) + i^-(p). \quad (12)$$

Для нерухомих тіл p_A=p_B=0,5 і, згідно з (11), i^+/i_-=1. Тоді можна прийняти значення відносних потужностей орієнтованих подій у нерухомих тіл рівними 0,5, так що

$$i(0,5) = i^+(0,5) + i^-(0,5) = 1. \quad (13)$$

Якщо обидва тіла рухаються з однаковими та ненульовими швидкостями і в одному напрямі (p_A=p_B=p≠0,5), тобто, коли їх відносна швидкість дорівнює нулеві, то рівними стають потужності складених подій протилежних напрямів

$$p_A(1-p_B) = p_B(1-p_A). \quad (14)$$

Звідки

$$\frac{p_A}{1-p_A} = \frac{p_B}{1-p_B}, \qquad \frac{i^+(p_A)}{i^-(p_A)} = \frac{i^+(p_B)}{i^-(p_B)}, \quad (15)$$

Або

$$i^+(p_A)i^-(p_B) = i^+(p_B)i^-(p_A). \quad (16)$$

Вираз (16) можна повторити безліч разів для будь-яких пар тіл, що мають нульову відносну швидкість. Взявши до уваги, що при цьому p_A=p_B=p, приходимо до висновку, що добутки по (16) повинні бути універсальною функцією ймовірності:

$$i^+(p)i^-(p) = f(p).$$

Про цю універсальну функцію нам відомо лише таке. Вона не повинна бути пропорційною добутку p(1–p), бо інакше швидкість світла стане досяжною. При p=0,5 її значення 0,5·0,5=1/4>0. Ні в одній точці ця функція не повинна переходити через нуль, навіть при значеннях p, що прямують до нуля чи одиниці. І найголовніше: на краях діапазону визначення ймовірності p обидві величини i^+ та i_- повинні наближатись до нуля асимптотично. Всі ці умови починають виконуватись лише з залежності 4 рис. 2, яка відповідає умові:

$$i^+(p)i^-(p) = const = 1/4, \quad (17)$$

тобто, коли цей добуток є інваріантом. Всі інші залежності (1-3 рис. 2), при яких i^+ та i_- проходять через 0, є незадовільними.

Тоді, розв'язавши просту систему

$$\begin{cases} \dfrac{i^+}{i^-} = \dfrac{p}{1-p} \\ i^+ i^- = \dfrac{1}{4} \end{cases} \quad (18)$$

отримаємо

$$\begin{aligned} i^+ &= \frac{1}{2}\sqrt{\frac{p}{1-p}}, \\ i^- &= \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1-p}{p}} \end{aligned} \quad (19)$$

а для сумарної відносної потужності множини орієнтованих подій

$$i = \frac{1}{2\sqrt{p(1-p)}}. \quad (20)$$

Виразимо з (5) ймовірність через швидкість руху тіла А. Тоді матимемо:

$$i = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}, \quad (21)$$

що співпадає з множником в формулах перетворень координат Лоренца [3]. Вияснимо, який фізичний зміст має повна множина орієнтованих подій для тіла А. Для цього відносну потужність множини (21) необхідно помножити на масовий множник C_A та на величину елементарного імпульсу $m_{el0}V_{el0}$:

$$iC_A m_{el0} V_{el0} = \frac{m_0 c}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} = mc, \quad (22)$$

де m дорівнює

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}, \quad (23)$$

що є одним з наслідків спеціальної теорії відносності. До речі, якраз у Лорентца виникло уявлення про анізотропію маси рухомого електрона [4].

А множник (21), точніше його квадрат, визначав відношення поздовжньої маси електрона до поперечної маси.

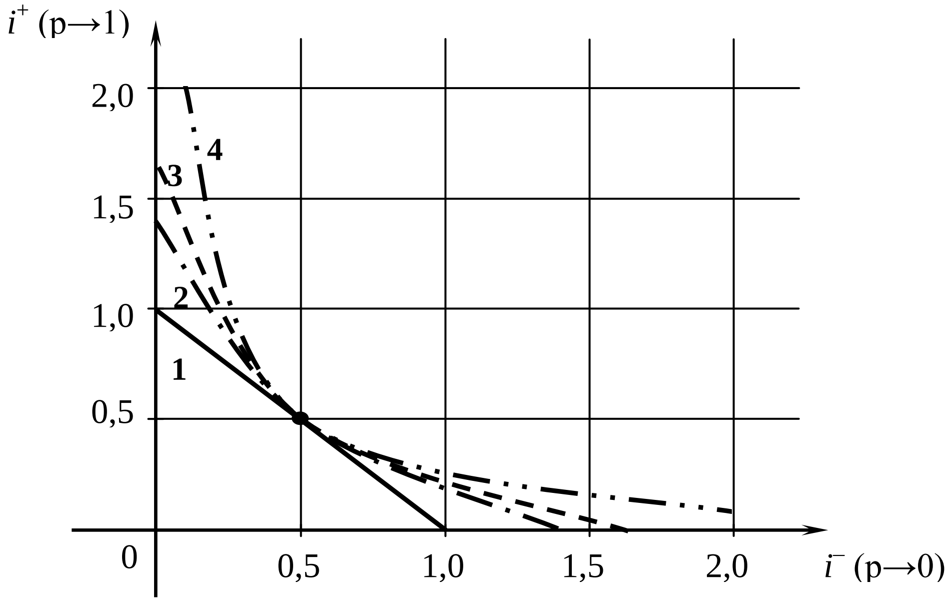

Рис.2. До вибору універсальної функції $i^+ \cdot i^-$ =f(p). Приведене поле допустимих значень потужностей орієнтованих подій (перший квадрант i^+0i^-): 1 – залежність $i^+ \cdot i^-$= f(p)= p(1-p), при якій $i^+ + i^-$=1; 2, 3 – проміжні залежності, при яких i^+ чи i^- доходять до нуля чи переходять через нуль; 4 – залежність $i^+ \cdot i^-$ = =f(p)=const=1/4, яка має гіперболічні асимптоти для i^+ (при p→1) та i^- (при p→0).

Та в будь-якому разі ми отримали дещо нове для наших уявлень про основи та наслідки спеціальної теорії відносності. Це нове зводиться ось до чого: *при зростанні швидкості руху тіла зростає кількість подій в тілі, орієнтованих в напрямку його руху.* Тоді можна порахувати відносну долю *переважно* орієнтованих подій (своєрідний *показник анізотропії механічного руху*):

$$\beta = \frac{i^+ - i^-}{i^+ + i^-} = \frac{\delta}{i} = 2p - 1 = \frac{V}{c}\ , \qquad (24)$$

та вияснити фізичний зміст множини переважно орієнтованих подій:

$$\delta C_A m_{el0} V_{el0} = \frac{V}{c} \cdot \frac{m_0 c}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = mV\ . \qquad (25)$$

Тобто, множина переважно орієнтованих подій насправді є релятивістським імпульсом. Тоді вирази (23) та (25) дають змогу побудувати релятивістський інваріант

$$(mc)^2 - (mV)^2 = (m_0 c)^2\ ,$$

який еквівалентний рівності $i^2 - \delta^2 = (i^+ + i^-)^2 - (i^+ - i^-)^2 = 1$, або:

$$4 i^+ i^- = 1. \qquad (26)$$

Це дало нам право (17) також назвати інваріантом.

Найкоротшими будуть вирази для потужностей переважно орієнтованих подій та сумарної потужності орієнтованих подій, якщо використати показник β:

$$\delta = i^+ - i^- = \beta / \sqrt{1 - \beta^2}\ ; \qquad i = i^+ + i^- = 1 / \sqrt{1 - \beta^2}\ , \qquad (27)$$

Перетворення еліпса та еліпсоїда подій. Спробуємо тому новому, що ми дізнались про рухомі тіла, надати найбільш наочного вигляду. Графічні представлення будуть повними, якщо крім орієнтованої вздовж напряму руху потужності множини подій *i* будуть показані і потужності множин подій в поперечних напрямах i_y, i_z, якими ми до цього не цікавились. Для врахування анізотропії подій скористаємось взятим у Лорентца [4] зв'язком між потужністю подій в напрямі руху та поперек нього, аналогічним співвідношенню мас, про яке ми говорили з приводу формули (23):

$$\frac{i}{i_y} = \frac{i^+ + i^-}{i_y^+ + i_y^-} = \frac{1}{1 - \beta^2}\ . \qquad (28)$$

Тоді, використовуючи приведені вище значення *i*, i^+, i^-, зв'язок у вигляді формули (28) та симетрію поперечних до осі x напрямів, отримаємо:

$$i_y^+ = i_y^- = \frac{i_y}{2} = \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{2};\, ii_y = 1;$$

$$i^+ = \frac{i_y}{2(1-\beta)};\, i^- = \frac{i_y}{2(1+\beta)} \quad , \qquad (29)$$

На рис. 3 представлено переріз площиною $x0y$ еліпсоїда обертання, побудованого з допомогою відносних потужностей множини подій як в напрямі руху (вісь x) так і поперек. Тоді уявна площина множини подій перетворюється з кола (перетин сфери) радіусом 0,5 при β=0 (рис.3а), до сплюснутого еліпса (перетин еліпсоїда обертання навколо осі x) при проміжному значенні β (рис. 3б), а ж до дуже витягнутого сплюснутого еліпса при прямуванні β до 1 (рис.3в).

Простіше кажучи, перетворення множини подій проходять від стадії *сфери* (нерухоме тіло) до витягнутого в нитку еліпсоїда - *голка подій* – при β→1. Характерним є те, що площа представлення множини подій (площа перетину еліпсоїда обертання) залишається незмінною:

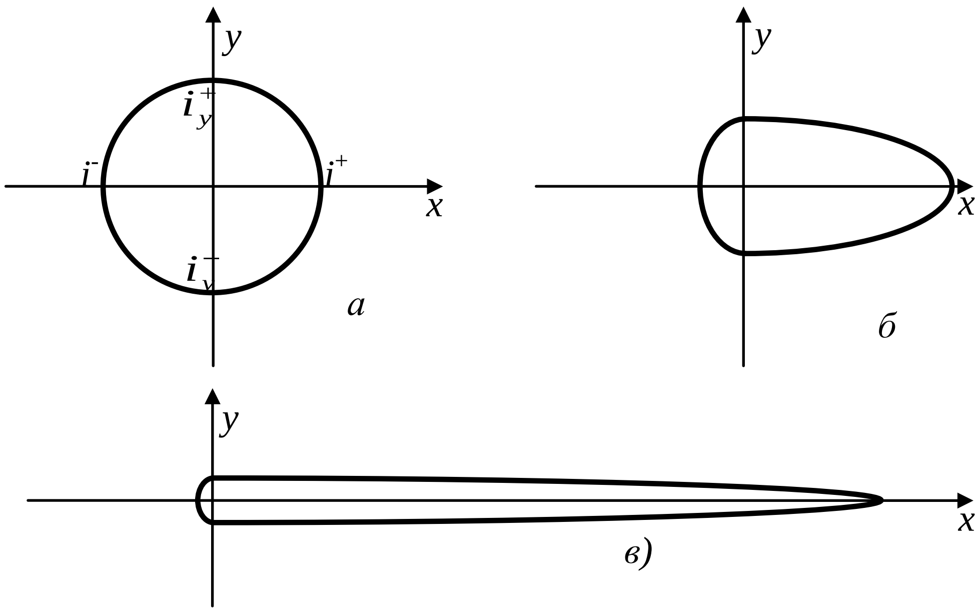

Рис.3. Схематичне зображення перетворень еліпса подій.

$$s = \pi ii_y = \pi = \text{const}. \qquad (30)$$

На відміну від площі перетину, об’єм еліпсоїда подій у рухомого тіла зменшується. Позначимо цей об’єм великою літерою Ω, тоді для спостерігача нерухомої системи відліку:

$$\Omega = \frac{\pi}{6} ii_y^2 = \frac{\pi}{6}\sqrt{1-\beta^2}. \qquad (31)$$

В той же час для спостерігача, що рухається разом з тілом, площа та об’єм еліпсоїда подій в його системі відліку вироджується в коло чи сферу з діаметром i_y, так що:

$$s' = \pi i_y^2 = \pi\left(1-\beta^2\right); \Omega' = \frac{\pi}{6} i_y^3 = \frac{\pi}{6}\left(1-\beta^2\right)^{3/2}. \qquad (32)$$

На майбутнє підкреслимо, що важливим результатом є те, що відношення об’ємів еліпсоїдів подій до площі еліпса подій для обох спостерігачів є однаковими:

$$\frac{\Omega}{s} = \frac{\pi ii_y^2}{6\pi ii_y} = \frac{1}{6}\left(1-\beta^2\right)^{1/2}, \qquad (33)$$

$$\frac{\Omega'}{s'} = \frac{\pi i_y^3}{6\pi i_y^2} = \frac{1}{6}\left(1-\beta^2\right)^{1/2}. \qquad (34)$$

Тобто, тут ми маємо справу зі ще одним релятивістським інваріантом, фізичний зміст якого визначимо пізніше.

Висновки

Перший висновок: про застосовність ймовірнісного підходу до розгляду поступального руху тіл. Правильність та розумність отриманих результатів в цьому підході підтверджується повним збігом з результатами інших розглядів, включаючи й релятивістську область.

Другий висновок: застосування ймовірнісного підходу приводить до нових уявлень в описанні руху, які не могли бути отримані в інших підходах. Зокрема, це висновок про те, що збільшення швидкості тіла приводить до зростання в тілі кількості подій, орієнтованих в напрямі руху. Анізотропія механічного руху стає найбільш очевидною при наближенні швидкості тіла до швидкості світла, перетворюючись на своєрідну голку подій.

Література

1. Фейнман Р. Статистическая механика. Курс лекций – М.: Мир, 1978. – 408 с.
2. Худсон Д. Статистика для физиков. – М.: Мир, 1970. – 297 с.
3. Паули В. Теория относительности. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1991. 328 с.
4. Лорентц Г.А. Теория электронов и ее применение к явлениям света и теплового излучения. – М.: Госиздат технико-теоретической литературы, 1953. – 471 с.