

УДК 66.011:663.837.1

МОДЕЛЮВАННЯ І ОПТИМІЗАЦІЯ ПРОЦЕСУ АДСОРБЦІЙНОГО ОЧИЩЕННЯ КУПАЖУ ПАЛИГОРСЬКИТОМ

© С. В. Матко, к.т.н., Л. М. Мельник, д.т.н., професор,
Національний університет харчових технологій, Україна

Разработаны уравнения регрессии для определения прозрачности и объема сгустка мути в купаже, очищенном палигорскитом. На их основании установлены оптимальные параметры процесса адсорбционной очистки купажа от высокомолекулярных соединений.

The equations of regression of defining clear and volume of the blob of sediments of refining coupagou by paligorscit have been developed. Optimal parameters of the process of adsorption refining coupagou of high molecular connections have been established.

Постановка проблеми

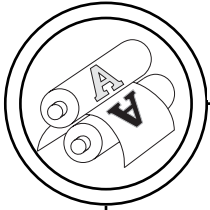
В умовах сучасного виробництва виникає потреба в проведенні різних, часом складних, розрахунків. Обробка експериментальних даних, обґрунтування і вибір оптимальних умов проведення технологічного процесу, визначення об'ємів подачі і витрат сировини, розрахунок виходу готового продукту — це неповний перелік завдань, які можна вирішити за допомогою математичного моделювання з подальшою оптимізацією виробничих процесів [1—4].

У лікєро-горілочній галузі харчової промисловості актуальною проблемою є очищення купажу на основі збродженого яблучного соку від високомолекулярних сполук (ВМС) з метою підвищення його прозорості і стабільності, уникнення утворення вторинних колоїдних попутнінь. Купаж (суміш збродженого яблучного соку, меду, ек-

трактів лікарських рослин та інших інгредієнтів, передбачених рецептурою) використовують для приготування слабоалкогольних напоїв. Ступінь очищення купажу характеризується показниками прозорості, стабільності — об'ємом згустку мути [5].

Мета роботи

Для моделювання і оптимізації процесу очищення купажу від ВМС були проведені експериментальні дослідження, результати яких оброблювали методом повного факторного експерименту типу ПФЕ = 2^3 , що дає можливість математично описати досліджуваний процес в деякій локальній області факторного простору, яка лежить навколо вибраної точки з координатами $(x_{01}, x_{02}, \dots, x_{0n})$ і отримати математичний опис процесу у вигляді відрізка ряду Тейлора [1-4]:



ТЕХНОЛОГІЧНІ ПРОЦЕСИ

$$Y = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_2 + \beta_3 \cdot x_3 + \beta_{1,2} \cdot x_1 x_2 + \beta_{1,3} \cdot x_1 x_3 + \beta_{2,3} \cdot x_2 x_3 + \beta_{1,1} \cdot x_1^2 + \beta_{2,2} \cdot x_2^2 + \beta_{3,3} \cdot x_3^2, \quad (1)$$

де β — значення функції відклику на початку координат.

Слід відзначити, що коефіцієнти шуканого рівняння визначаються на основі експериментальних даних і, відповідно, несуть на собі відбиток похибок експеримента. Щоб це підкреслити, в рівнянні (1) символ β , що виражає дійсні значення коефіцієнтів, замінено на b .

За допомогою повного факторного експеримента здійснювали пошук математичного опису процесу прояснення купажу і знаходження його об'єму згустку мути у вигляді рівняння:

$$y = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_3 + b_{1,2} \cdot x_1 x_2 + b_{1,3} \cdot x_1 x_3 + b_{2,3} \cdot x_2 x_3 + b_{1,1} \cdot x_1^2 + b_{2,2} \cdot x_2^2 + b_{3,3} \cdot x_3^2, \quad (2)$$

Рівняння (2) називається рівнянням регресії, а коефіцієнти, що до нього входять, — коефіцієнтами регресії.

Для розроблення рівнянь регресії було взято три фактори, які б виражали залежність, прозорості, об'єму згустку мути від вхідних параметрів:

$x_1 = \tau$ — тривалість процесу, хв.; $x_2 = c$ — концентрація адсорбента, % мас.; $x_3 = t$ — температура суміші адсорбент — купаж, °С.

Значення вибраних рівнів факторів варіювання представлені в табл. 1.

Матриця планування експерименту із розрахунковими стовпчиками взаємодії факторів подані в табл. 2.

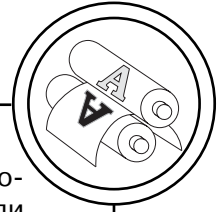
В якості функції відклику були вибрані прозорість та об'єму згустку мути в купажі при зберіганні у порівнянні з необробленим купажем [5]. Отримані результати досліджень прозорості та об'єму згустку мути представлені в табл. 3.

Таблиця 1

Рівні факторів та інтервали варіювання

	X_1	X_2	X_3
	Тривалість процесу, хв.	Концентрація адсорбента, % мас.	Температура процесу, °С
Верхній рівень	40	5,0	80
Основний рівень	25	3,5	70
Нижній рівень	10	2,0	60
Інтервал варіювання	15	1,5	10
Рівень + α	50	10,0	100
Рівень - α	0	1,7	40

ТЕХНОЛОГІЧНІ ПРОЦЕСИ



Для реалізації поставленої задачі був обраний рототабельний план другого порядку, який передбачає рівність і мінімальність дисперсій передбачених значень змінної для всіх точок факторного простору, виконання якого дозволяє здійснити комплексний вплив на стан об'єкта дослідження.

План експерименту був складений так, щоб рандомізувати (тобто зробити випадковими) систематично діючі фактори, які важко підлягають обліку і контролю, для того, щоб можна було врахувати їх статистично [1, 4, 6].

Загальна кількість дослідів у матриці планування:

$$N = 2^n,$$

де n — число факторів.

На основі повного факторного експеримента обчислювали коефіцієнти регресії, користуючись наступними формулами:

$$b_0 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N y_j, \quad (3)$$

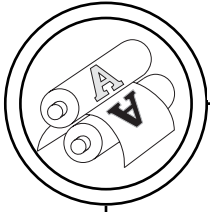
$$b_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_{ji} \cdot y_j, \quad (4)$$

де $x_1 \dots x_n$ — фактори (незалежні змінні величини, що впливають на протікання процесу, це можуть бути температура, тривалість, фракційність, концентрація); b_0, b_i, b_{ij} — коефіцієнти, що характеризують вільний член рівняння, лінійні, квадратні ефекти та ефекти взаємодії; j — номер дослідів; i — номер фактора.

Таблиця 2

Матриця планування експерименту

Дослід	X_0	X_1 (τ)	X_2 (с)	X_3 (t)
1	1	-1	-1	-1
2	1	+1	-1	-1
3	1	-1	+1	-1
4	1	+1	+1	-1
5	1	-1	-1	+1
6	1	+1	-1	+1
7	1	-1	+1	+1
8	1	+1	+1	+1
9	1	$-\alpha$	0	0
10	1	$+\alpha$	0	0
11	1	0	$-\alpha$	0
12	1	0	$+\alpha$	0
13	1	0	0	$-\alpha$
14	1	0	0	$+\alpha$
15	1	0	0	0



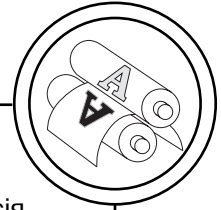
ТЕХНОЛОГІЧНІ ПРОЦЕСИ

Таблиця 3

Функції відклику для процесу адсорбційного очищення
купажу палигорськітом

Дослід	X_0	X_1 (τ)	X_2 (с)	X_3 (t)	Y	
					Про- зорість, %	Об'єму згустку муті, см ³ /дм ³
1	1	10	2,0	60	89	0,224
2	1	40	2,0	60	85,9	0,0
3	1	10	5,0	60	96,1	0,12
4	1	40	5,0	60	88,3	0,04
5	1	10	2,0	80	95,7	0,12
6	1	40	2,0	80	95,3	0,0
7	1	10	50	80	98,0	0,22
8	1	40	5,0	80	96,8	0,04
9	1	0	3,5	70	96,4	0,14
10	1	50	3,5	70	88,3	0,005
11	1	25	1,7	70	95,1	0,006
12	1	25	10,0	70	98,2	0,14
13	1	25	3,5	40	97,2	0,2
14	1	25	3,5	100	96,2	0,02
15.1	1	25	3,5	70	95,6	0,015
15.2	1	25	3,5	70	96	0,075
15.3	1	25	3,5	70	96,7	0,0
15.4	1	25	3,5	70	96,5	0,02
15.5	1	25	3,5	70	96,5	0,02
15.6	1	25	3,5	70	95,5	0,03

ТЕХНОЛОГІЧНІ ПРОЦЕСИ



Деякі із коефіцієнтів регресії можуть бути надзвичайно малими — незначущими. Для встановлення значущості коефіцієнта необхідно обчислити оцінку дисперсії, якою він визначається:

$$S_b^2 = \frac{S_y^2}{N}, \quad (5)$$

$$S_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}{N - 1}, \quad (6)$$

де $N - 1$ — кількість ступенів свободи; \bar{y} — середнє значення функції відклику.

Вважали, що коефіцієнт регресії — значущий, якщо виконувалася умова:

$$|b_i| \geq S_b \cdot t, \quad (7)$$

де t — значення критерія Стьюдента [4].

Якщо умова (7) не виконувалася, то коефіцієнт регресії є незначущим і відповідний член можна виключити із рівняння.

Отримане рівняння регресії перевіряли на адекватність, тобто спроможність його в достатній мірі описувати поверхню відклику [2, 4, 6]. Таку перевірку здійснювали за допомогою критерія Фішера:

$$F_p = \frac{S_{ад}^2}{S_0^2}, \quad (8)$$

$$\text{де } S_{ад}^2 = \frac{r}{N - n - 1} \sum_{i=1}^N (\bar{y}_u - \hat{y}_u); \quad (9)$$

r — число паралельних дослідів;

$$S_0^2 = \frac{1}{N} \cdot \sum_{u=1}^N S_u^2 \text{ — дисперсія}$$

відтворюваності; (10)

$$S_u^2 = \frac{1}{r - 1} \cdot \sum_{i=1}^N (y_{ui} - \bar{y}_u)^2 \text{ —}$$

дисперсія паралельних дослідів. (11)

Результати проведених досліджень

Після обчислення коефіцієнтів рівнянь регресії, визначення їх значущості і перевірки на адекватність отримані наступні вирази, за допомогою яких можна визначити прозорість купажу та об'єм згустку мути:

Прозорість купажу (%):

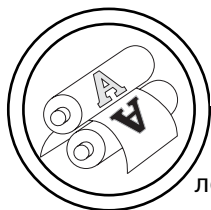
$$f_{\text{прозор.}} = -12,6 - 1,25 \cdot 10^{-2} \cdot \tau + 0,5 \cdot c + 2,46 \cdot t - 3,06 \cdot 10^{-3} \cdot \tau \cdot c + 7,75 \cdot 10^{-3} \cdot \tau \cdot t + 4,75 \cdot 10^{-3} \cdot c \cdot t - 5,91 \cdot 10^{-3} \cdot \tau^2 - 1,56 \cdot 10^{-2} \cdot t^2. \quad (12)$$

Об'єм згустку мути (мг/дм³):

$$f_{\text{об.ос.}} = 2,29 - 8,06 \cdot 10^{-3} \cdot \tau - 1,4 \cdot 10^{-2} \cdot c - 5,15 \cdot 10^{-2} \cdot t + 1,70 \cdot 10^{-4} \cdot c \cdot t + 8,0 \cdot 10^{-5} \cdot \tau^2 + 4,46 \cdot 10^{-5} \cdot c^2 + 3,09 \cdot 10^{-4} \cdot t^2. \quad (13)$$

Підставляючи у отримані рівняння (12, 13) замість вхідних факторів відповідні їм величини в інтервалі значень, передбачених у табл. 1, можна вирахувати прозорість та об'єм згустку мути у обробленому палигорськітом (при обраних технологічних параметрах) купажу.

Отримані рівняння мають практичну цінність, оскільки дозволяють за вихідними техно-



ТЕХНОЛОГІЧНІ ПРОЦЕСИ

логічними параметрами прогнозувати хід процесу і якість отриманого продукту. Відносна похибка отриманих рівнянь знаходиться в межах допустимих значень (5 % від середнього значення кожного з факторів).

Метою наших подальших досліджень була оптимізація процесу адсорбції ВМС із купажу глинистим дисперсним мінералом палигорськітом, яку можна було реалізувати при наявності ступенів вільності у об'єкта, що оптимізується і можливості кількісної оцінки оптимізуючої величини.

Для реалізації поставленої мети необхідно було вирішити наступні задачі:

1. Скласти математичну модель об'єкта оптимізації.
2. Вибрати критерій оптимальності і сформуванню цільову функцію.
3. Встановити можливі обмеження, які повинні накладатися на змінні.
4. Вибрати метод оптимізації, який дозволить знайти екстремальне значення шуканих величин.

Математичну модель у вигляді рівнянь регресії вже складено.

Вибір критерія оптимальності R і формування цільової функції здійснювали за рівняннями:

$$R = R(x_1, x_2 \dots x_n; y_1, y_2 \dots y_m; u_1, u_2 \dots u_k), \quad (14)$$

де $x_1, x_2 \dots x_n$ — вхідні параметри; $y_1, y_2 \dots y_m$ — вихідні параметри; $u_1, u_2 \dots u_k$ — керуючі параметри.

Зв'язок між параметрами виразу (14) можна встановити лише при наявності математичної моделі та результатів попереднього вивчення властивостей оптимізуючого об'єкта, математичного опису.

За допомогою одного вихідного параметру неможливо однозначно охарактеризувати досліджуваний процес адсорбційного очищення купажу, тому для вирішення оптимізаційної задачі використовували узагальнений критерій оптимізації, який дозволяє єдиним кількісним показником узагальнити обрані локальні критерії оптимальності [7]:

$$F = \prod_{i=1}^n f_i(x)^{\lambda_i} \rightarrow \max, \quad (15)$$

де $f_i(x)^{\lambda_i}$ — локальні критерії оптимальності в безрозмірній формі; λ_i — вагові коефіцієнти, $i = 1 \dots 5$.

Для оцінки ефективності процесу адсорбційного очищення купажу було обрано наступні локальні критерії (в натуральній формі):

$f_1(x)$ — об'єм згустку мути, мл/дм³;

$f_2(x)$ — прозорість купажу, %;

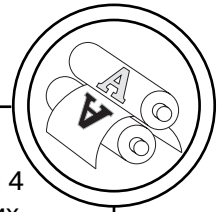
$f_3(x)$ — тривалість процесу, хв.;

$f_4(x)$ — температура, °С.

Вагові коефіцієнти з урахування важливості локальних критеріїв оптимізації вибрані відповідно такі: 0,4; 0,4; 0,1; 0,1.

Перші два показники характеризують якісні властивості очищеного купажу: у процесі оброблення прозорість має

ТЕХНОЛОГІЧНІ ПРОЦЕСИ



зростати, а об'єм згустку мути, по-можливості, зменшуватися до нуля.

Тривалість та температуру процесу слід обмежувати з технологічних і економічних міркувань оскільки зі збільшенням часу та температури адсорбційного очищення знижується вміст вітамінів та збільшуються енерговитрати.

Використання узагальненого критерію оптимізації вимагає перетворення локальних критеріїв оптимізації з натуральної в безрозмірну форму, яке можна здійснити методом Харрінгтона через визначення проміжних параметрів fb_i за допомогою функції бажаності. Нові, безрозмірні значення локальних критеріїв, що отримані за допомогою функції бажаності, повинні змінюватись від 0,01 до 0,99, тому, що в узагальненому критерії оптимізації вони не будуть чутливими при наближенні до 0 або 1.

Для кращого відображення критеріїв інтервал 0,01...0,99 ділиться на п'ять частин. Проміжки від 0,01 до 0,2 відповідають поняттю «дуже погано», від 0,2 до 0,37 — «погано», від 0,37 до 0,63 — «задовільно», від 0,63 до 0,8 — «добре» і від 0,8 до 0,99 — «дуже добре». Значення локальних критеріїв оптимальності наведені в табл. 3.

Інтервали бажаностей (табл. 4) вибирали з урахуванням визначених значень локальних критеріїв оптимальності.

Оптимізація і розрахунок оптимальних параметрів процесу адсорбційного очищення купа-

Таблиця 4
Інтервали бажаності локальних критеріїв оптимальності для купажу

Локальні критерії оптимальності	Значення бажаності	
	0,01	0,99
$f_1(x)$	0,024	0,001
$f_2(x)$	87	98,6
$f_3(x)$	50	10
$f_4(x)$	50	90

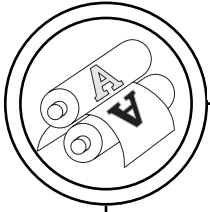
жу виконані за допомогою пакету прикладних програм Mathcad Professional 2001.

На рисунку представлені лінії рівня узагальненого критерію оптимізації процесу адсорбційного очищення купажу від ВМС палигорськітом при сталій концентрації палигорськіта 2,5 % мас., яка була встановлена експериментально.

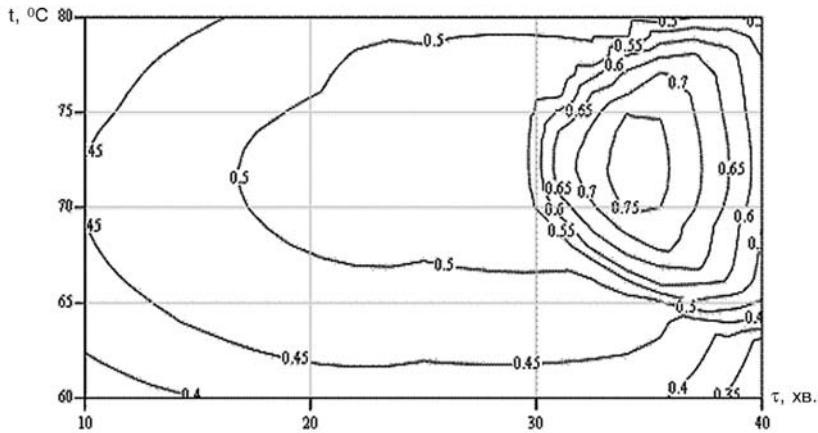
З наведених результатів видно, що максимальне значення узагальненого критерія оптимізації можемо досягти при тривалості ведення процесу 32...35 хв. і температурі — 70...75 °С.

Використовуючи програму пошуку максимального значення функції і її параметрів за значеннями індексів, було обчислено параметри процесу адсорбційного очищення купажу при сталій концентрації адсорбента 2,5 % мас.: температура 71 °С і тривалість процесу — 32,5 хв.

Отримані оптимальні параметри процесу адсорбційного очищення купажу від ВМС палигорськітом узгоджуються із результатами виробничих випробувань.



ТЕХНОЛОГІЧНІ ПРОЦЕСИ



Графіки ліній рівня

Висновки

1. Отримані рівняння регресії за допомогою методу повного факторного експерименту дають можливість розрахувати прозорість і об'єм згустку мути купажу, очищеного палигорськітом.

2. Розроблено узагальнений критерій оптимізації, за допо-

могою якого проведено оптимізацію процесу адсорбційного очищення купажу від ВМС.

3. Встановлено оптимальні параметри адсорбційного очищення купажу від ВМС палигорськітом: температура 71 °C і тривалість процесу — 32,5 хв. при концентрації адсорбента 2,5 % мас.

1. Мальцев П. М. Основы научных исследований / П. М. Мальцев, Н. А. Емельянова. — К. : Вища шк., 1982. — 192 с. 2. Алексеев Е. Л. Моделирование и оптимизация технологических процессов в пищевой промышленности / Е. Л., Алексеев, В. Ф. Пахомов. — М. : Агропромиздат, 1988. — 273 с. 3. Грачев Ю. П. Математические методы планирования экспериментов / Грачев Ю. П. — М. : Пищ. пром-сть, 1979. — 198 с. 4. Ахназарова С. Л. Методы оптимизации эксперимента в химической технологии / С. Л. Ахназарова, В. В. Кафаров. — М. : Высшая школа, 1985. — 285 с. 5. Использование палигорскита для обработки купажа на основе сброженного яблочного сока / С. В. Матко, В. В. Манк, Л. М. Мельник [и др.] // Производство спирта и ликероводочных изделий. — 2007. — № 1. — С. 19—21. 6. Федоров В. Г. Планирование и реализация экспериментов в пищевой промышленности / В. Г. Федоров, А. К. Плесконос. — Пищ. пром. — 1980. — 240 с. 7. Адлер Ю. П. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий / Ю. П. Адлер, Е. В. Маркова, Ю. В. Грановский. — М. : Наука, 1976. — 280 с.

Рецензент — О. С. Марценюк,
д.т.н., профессор, НУХТ

Надійшла до редакції 27.03.10