

ПРИНЦИП МІНІМУМУ ВЗАЄМОДІЇ ЕЛЕМЕНТІВ МЕХАНІЧНОЇ СИСТЕМИ, ЯК ОСНОВА ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ РОБОЧОГО ЕЛЕМЕНТА МАШИНИ

В. Кравчук, д-р техн. наук, професор, член-кор. НААН України,
В. Давидюк, канд. техн. наук,
УкрНДПВТ ім. Л. Погорілого

Акцентовано, що створення та удосконалення робочих елементів машин можливе за результатами науково-дослідних робіт, під час проведення яких визначаються необхідні кінематичні та конструкційні параметри.

Проведено детальний аналіз широко відомої концепції, що переміщення об'єктів сировини малих розмірів по робочому елементі машини можна представити аналітичними моделями руху матеріальної точки. Підкреслено, що створені моделі не є досконалими, оскільки нехтуються геометричні параметри, що позбавляє об'єкт сировини займати певний простір. А це засвідчує, що відповідні елементи реальної механічної системи та їх динаміка не відображаються у моделях образами геометричного простору виводимої перспективи.

Виділено, що відсутність належної формалізації взаємодії робочих елементів сільськогосподарських машин та об'єктів рослинної сировини впливає на технічний рівень машин та на ефективність виконання технологічних процесів.

Тому за мету роботи прийнято розроблення фундаментальних положень для визначення необхідних параметрів робочих елементів машин, які підвищували б ефективність виконання технологічних операцій.

У роботі приведено принцип мінімуму взаємодії елементів механічної системи і методи створення систем диференціальних рівнянь, запропонований принцип збереження потужності. При цьому методи, які впливають з принципу, є необхідними і достатніми умовами створення аналітичних моделей. Для їх практичного використання визначають граничне значення деформації. За математичним забезпеченням комп'ютерної системи розробляють пакет прикладних програм та встановлюють теоретичне значення деформації об'єкту рослинної сировини, значення якої порівнюють з граничним. За порівнянням встановлюють необхідні кінематичні і конструкційні параметри робочого елемента машини.

Ключові слова: *принцип мінімуму, модель потужності, методи.*

Актуальність проблеми. Створення та удосконалення робочих елементів машин можливе за результатами науково-дослідних робіт, під час проведення яких визначають необхідні кінематичні та конструкційні параметри.

До нинішнього часу широко відома концепція, що переміщення об'єктів сировини малих розмірів по робочому елементі машини можна представити аналітичними моделями руху матеріальної точки. Але створені моделі не є досконалими, оскільки нехтуються геометричні параметри, що позбавляє об'єкт сировини займати певний простір. А це засвідчує, що відповідні елементи реальної механічної системи та їх динаміка не відображаються у моделях образами геометричного простору видозміненої перспективи.

Відсутність належної формалізації взаємодії робочих елементів сільськогосподарських машин та об'єктів рослинної сировини певною мірою впливає на технічний рівень машин та на ефективність виконання ними технологічних операцій.

Це свідчить, що розроблення фундаментальних положень для визначення необхідних параметрів робочих елементів машин є актуальною проблемою.

Мета дослідження – розробити фундаментальні аспекти для визначення необхідних параметрів робочих елементів машин, які підвищували б ефективність виконання технологічних операцій.

Виклад основного матеріалу дослідження. Результати спостережень взаємодії робочих елементів сільськогосподарських машин та об'єктів рослинної сировини свідчать, що під час виконання технологічних операцій чинником зовнішньої дії на об'єкти сировини є рухома маса робочого елемента машини і навпаки, чинником дії на робочий елемент є маса об'єктів сировини, при цьому на них також впливає земне тяжіння. Тому розроблення аналітичних положень взаємодії елементів механічної системи створюватимемо не за другим законом Ньютона, в якому прискорення матеріальної точки здійснюється силовою компонентою метафізичного характеру, а за принципово новою концепцією, суть якої полягає в тому, що:

- під час взаємодії елементів механічної системи передається кількість руху (імпульс) одного елемента іншому і навпаки, при цьому передача кількості руху та деформація відображається системою рівнянь кінематичного зв'язку;

- характер взаємодії елементів механічної системи досліджується чисельними методами за програмним забезпеченням комп'ютерної системи MATLAB, у яке змінні величини заносяться за списком, визначеним функцією `varargin`, а результати обчислень виводяться функцією `varargout`;

- кінематичні та конструкційні параметри робочого елемента машини визначаються за аналітичними моделями під час порівняння теоретичного значення деформації з граничною величиною, визначеною експериментально.

Нову концепцію взаємодії елементів механічної системи сформуємо за поняттями та визначеннями, частково наведеними в роботах [3, 4, 5, 6, 8, 9], сутність яких подамо в аксіоматичній формі:

- за об'єкт рослинної сировини приймаємо дискретний елемент сільськогосподарського виробництва: зерно, коренеплід, бульбоплід, гранулу мінеральних добрив, а також ґрунтовий агрегат певної конфігурації, сформований частинками ґрунту, поєднаними органічними та хімічними речовинами тощо;

- сукупність робочого елемента машини та об'єкта рослинної сировини з властивостями реальних тіл, що безпосередньо взаємодіють в полі земного тяжіння, приймаємо за механічну систему;

- за конфігурацію механічної системи приймаємо сукупність взаємних положень її елементів, аналітично описаних квазі чи узагальненими координатами, значення яких співвідносяться з однозначними положеннями системи;

- невраховані маси елементів механічної системи, які взаємодіють між собою, за Г. Герцем, можуть вважатись "прихованими", при цьому конкретні властивості їх взаємодії відображаються чисельними значеннями, визначеними за емпіричними дослідженнями (прискорення вільного падіння, значення магнітної індукції тощо);

- координатна система з певним масштабом осей та часом, яка пов'язана з центром інерції одного з елементів механічної системи, що рухається відносно абсолютної системи поступально, прямолінійно і рівномірно, є інерційна; якщо рух центра інерції елемента з координатною системою прискорений, то така система приймається за неінерційну [2, 6];

- система аналітичних моделей є сукупністю нелінійних диференціальних рівнянь другого порядку із змінними коефіцієнтами, у якій час – незалежний змінний параметр, а квазі – та узагальнені координати елементів механічної системи – залежні змінні, які за сукупністю із крайовими умовами однозначно визначають попередній, теперішній та майбутній стан системи за будь-який проміжок часу;

- система рівнянь кінематичного зв'язку елементів механічної системи – це поєднана математичними операторами символічна сукупність не лише геометричних та кінематичних, але й фізико-механічних та інших параметрів, доданих окремою умовою;

- якщо рівняння зв'язку обмежує лише положення елементів механічної системи, то такий аналітичний зв'язок, за Г. Герцем, вважається голономним:

$$df_i = \sum \frac{\partial f_i}{\partial q_i} dq_i ,$$

при цьому наявність принаймні одного диференціального співвідношення між ними

$$\sum_{i=1}^k a_{ij} dq_i + a_j dt = 0, \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n),$$

де коефіцієнти a_{ij} та a_j є неперервними функціями координат, швидкостей та часу, зумовлює неголономність системи;

– дотик елементів механічної системи, який допускає матеріальну або іншу взаємодію фізичної природи виражається в тому, що одній чи декільком парам значень індексів i та j узагальнених координат q_i і q_j їх диференціали у протилежних напрямках будуть рівні $dq_i + dq_j = 0$, при цьому різниця відносних переміщень точок елементів механічної системи з плином часу є *деформація*;

– квазікоординати – це змінні величини, представлені кінематичними рівняннями Ейлера, які відрізняються від кутових швидкостей $\dot{\theta}, \dot{\varphi}, \dot{\psi}$ тим, що вони не є повними похідними від узагальнених координат.

Оскільки взаємодія елементів механічної системи характеризується передачею кількості руху одного елемента іншому і навпаки, то за методом А. Ейнштейна [2], закон збереження імпульсу $m_1 \bar{a}_1 = -m_2 \bar{a}_2$ представимо у формі:

$$m_i \bar{a}_i = 0, \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n), \quad (1)$$

де за i -м індексом проводять підсумок від 1 до n ;

m_i, \bar{a}_i – маса та прискорення елементів механічної системи.

Характерна особливість аналітичного представлення взаємодії елементів механічної системи полягає в тому, що передача кількості руху та їх деформація відображається системою рівнянь кінематичного зв'язку [5]:

$$dq_i = a_{ij} dq_j + a_i dt, \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n; j = 1, 2, 3, \dots, m), \quad (2)$$

де a_{ij}, a_i – коефіцієнти, залежні від конфігурації механічної системи та часу.

За розділенням на dt та повторним диференціюванням рівняння (2) запишемо:

$$\ddot{q}_i = a_{ij} \ddot{q}_j. \quad (3)$$

При цьому варіації прискорень $\delta \ddot{q}_i$, сумісні з аналогічними варіаціями прискорень $\delta \ddot{q}_j$ в момент часу ($\delta t = 0$) набувають вигляду:

$$\delta \ddot{q}_i = a_{ij} \delta \ddot{q}_j, (i = 1, 2, 3, \dots, n; j = 1, 2, 3, \dots, m). \quad (4)$$

Помноживши за методом К. Гаусса [3] співвідношення (1) на варіацію прискорень $\delta \ddot{q}_i$, запишемо:

$$m_i \bar{a}_i \cdot \delta \ddot{q}_i = 0 \quad (5)$$

Підставивши рівняння (4) у співвідношення (5) запишемо:

$$m_i \bar{a}_i \cdot a_{ij} \delta \ddot{q}_j = 0. \quad (6)$$

Частинну похідну рівняння (3) представимо в такій формі:

$$\frac{\partial \bar{a}_i}{\partial \ddot{q}_j} = a_{ij}. \quad (7)$$

Тоді за підстановкою рівняння (7) у співвідношення (6) маємо:

$$m_i \bar{a}_i \frac{\partial \bar{a}_i}{\partial \ddot{q}_j} \cdot \delta \ddot{q}_j = 0 \quad (8)$$

Трансформували вираз $m_i \bar{a}_i \frac{\partial \bar{a}_i}{\partial \ddot{q}_j}$ у частинну похідну $\frac{\partial}{\partial \ddot{q}_j} \left(\frac{m_i \bar{a}_i^2}{2} \right)$

співвідношення (8) представимо у такому вигляді:

$$\frac{\partial}{\partial \ddot{q}_j} \left(\frac{m_i \bar{a}_i^2}{2} \right) \cdot \delta \ddot{q}_j = 0 \quad (9)$$

Після позначення $\left(\frac{m_i \bar{a}_i^2}{2} \right)$ символом N співвідношення (9) набуває конфігурації:

$$\frac{\partial N}{\partial \ddot{q}_j} \cdot \delta \ddot{q}_j = 0, \quad (10)$$

де N – аналітична модель зміни потужності взаємодії елементів механічної системи, яка здійснюється за плином часу, $\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-4}$ або $\text{Вт} \cdot \text{с}^{-1}$;
 \ddot{q}_j – вторинні похідні узагальнених координат.

Із співвідношення (10) випливає формулювання *принципу мінімуму взаємодії*, суть якого полягає в тому, що за будь-який проміжок часу істинна взаємодія елементів механічної системи відрізняється від усіх можливих взаємодій, сумісних із зв'язками, здійснених за початковою конфігурацією та початковими швидкостями, тією властивістю, що при дійсній взаємодії варіація зміни потужності дорівнює нулю.

(11)

Принцип (11) має диференціальний характер, який показує на ознаку, що реальна взаємодія відрізняється від можливих взаємодій тим, що модель зміни потужності дає екстремум порівняно з іншими взаємодіями елементів механічної системи. Аналітично принцип (11) представимо у вигляді:

$$\delta N = 0. \quad (12)$$

Оскільки вторинні похідні узагальнених координат (10) незалежні, то варіації прискорень $\delta \ddot{q}_j$ можуть мати довільні значення. Прирівнюючи перший член (10) до нуля, в якому варіації прискорень $\delta \ddot{q}_j \neq 0$, метод створення системи диференціальних рівнянь представимо у формі:

$$\frac{\partial N}{\partial \ddot{q}_j} = 0 \quad (j = 1, 2, 3, \dots, n), \quad (13)$$

де \ddot{q}_j – вторинні похідні узагальнених координат.

За методом (13) формується стільки диференціальних рівнянь другого порядку, скільки ступенів вільності у механічній системі.

Для механічних систем, функціонування яких описується моделлю зміни потужності N , створеною квазікоординатами, що характерно для гіроскопів або тіл з нерухомою точкою, метод (13) набуває вигляду:

$$\frac{\partial N}{\partial \dot{q}_j} = 0, \quad (j = 1, 2, 3, \dots, n), \quad (14)$$

де \dot{q}_j – первинні похідні квазікоординат.

Створення диференціальних рівнянь за моделлю зміни потужності N , утвореною первинними похідними квазі – та вторинними похідними узагальнених координат може здійснюватись за методом, який об'єднує (13, 14):

$$\frac{\partial N}{\partial f_j} = 0, \quad (j = 1, 2, 3, \dots, n), \quad (15)$$

де f_j – первинні похідні \dot{q}_j квазі – та вторинні похідні \ddot{q}_j узагальнених координат конфігурації механічної системи.

За аналогією з теоремою С. Кьоніга про кінематичну енергію [3], модель зміни потужності N взаємодії елементів механічної системи представимо сукупністю поступальної і відносної компонент:

$$N = N_i + N_{i\omega}, \quad (16)$$

де N_i – поступальна компонента, $Bm \cdot c^{-1}$;

$N_{i\omega}$ – відносна компонента, $Bm \cdot c^{-1}$.

Поступальну компоненту моделі зміни потужності представимо у вигляді:

$$N_i = \frac{1}{2} m_i (\ddot{\xi}_i^2 + \ddot{\eta}_i^2 + \ddot{\zeta}_i^2), \quad (17)$$

де m_i ; $\ddot{\xi}_i$, $\ddot{\zeta}_i$ – відповідно маса та компоненти поступального прискорення елементів механічної системи.

Співвідношення (16) відображає принцип зміни потужності взаємодії елементів механічної системи, суть якого полягає в тому, що загальна зміна потужності взаємодії елементів механічної системи дорівнює сумі змін потужностей кожного з її елементів.

(18)

Формулювання принципу мінімуму взаємодії (11) є найбільш загальним положенням, оскільки охоплює принципи П. Мопертюї, Л. Ейлера, Ж. Лагранжа, К. Якобі, У. Гамільтона, К. Гауса, Г. Герца та ін., які поширюються не на взаємодію елементів механічної системи, а на одиничний об'єкт. Вони впливають з наведеного принципу при сталому стані механічної системи, тобто за відсутності прискорень.

Крім того, відмінність принципу (11) від принципу Г. Герца полягає в тому, що за Г. Герцем, вільна система знаходиться в стані спокою або рівномірно рухається за інерцією по траєкторії найменшої кривини. При цьому зміна руху вільної системи проходить за дією явних чи прихованих зв'язків елементів механічної системи, повнота обґрунтування якого не наведена при формулюванні принципу. Отже, принцип Г. Герца охоплює рух вільних систем, елементи яких за посередництвом кінематичного зв'язку об'єднані в об'єкт одиничних мас, що знаходиться в стані спокою або рівномірному русі.

За принципом У. Гамільтона кінетичний потенціал L на інтервалі часу $t-t_0$ має стаціонарне значення, який може бути застосований лише для голономних систем [3]. Він частково є аналогом формальної дії рухомого об'єкта, сформульованої Г. Лейбніцем, яка в подальшому узагальнена П. Мопертюї як принцип найменшої дії [10].

Наведені аналітичні положення засвідчують, що принцип мінімуму взаємодії елементів механічної системи (11) поєднує в єдиному твердженні відомі принципи механіки, основні принципи термодинаміки тощо. Розбіжність наведеного принципу з відомими положеннями полягає в тому, що в ньому час, параметри простору і маса елементів механічної системи поєднані у моделі зміни потужності (16). Сформульовані положення за своєю сутністю ґрунтуються на загальній теорії відносності [6], суттєва відмінність яких полягає в тому, що за їх посередництвом аналітично зображуються і досліджуються не переміщення об'єктів зі швидкістю світлового променя, а процеси і явища, що протікають в полі земного тяжіння. Це дає можливість розглядати будь-яку взаємодію як взаємодію системи тіл, представлену векторним рівнянням (1) та усуває штучне розділення механіки точки та механіки системи тіл.

Оскільки робота і теплота – це дві форми передачі енергії, а процес виконання роботи зводиться до передачі енергії від одного тіла іншому [11], то за наведеним принципом різниця між формами передачі кінетичної, потенційної, теплової та ін. енергій зникає, про що завбачував Г. Герц [5] і на що орієнтували Л. Больцман, М. Планк та ін. [10]. У принципі (11) вони представлені не тільки функціями початкового та кінцевого положень, тобто роботою, а функцією стану системи – прискореною роботою. За вищенаведеним відкривається можливість пояснення наявних у природі різноманітних макро – та мікрофізичних процесів і спонукає до певної корекції наявних домінант у частині зміни їх стану тощо.

Крім того, за принципом (11) сформульовано нові методи створення аналітичних моделей за моделлю зміни потужності взаємодії елементів механічної системи. Методи (13, 14, 15) мають простий і компактний вигляд, а їх використання суттєво зменшує математичні викладки, оскільки зникає необхідність визначати узагальнені сили за принципом можливих переміщень, при цьому створення аналітичних моделей здійснюється тільки за операцією взяття частинної похідної, що є суттєвою перевагою цих методів. Крім того, вони відкривають можливість створення аналітичних моделей просторової взаємодії елементів довільної механічної системи, оскільки сам принцип ґрунтується на концепції взаємодії рухомих мас, для яких справедливий закон збереження кількості руху системи тіл (1). Методи (13, 14, 15) частково збігаються із методом П. Аппеля, суттєва відмінність якого полягає в тому, що він виведений з принципу Даламбера–Лагранжа, в основі якого покладено другий закон І. Ньютона, який передбачає

використання силової компоненти скалярного характеру, чіткого трактування механічної суті якої до цього часу не з'ясовано.

Висновки

Новий принцип відкриває широкі можливості формалізації взаємодії елементів довільних механічних систем і усуває штучне розділення механіки точки та механіки системи тіл, оскільки в основу її покладено закон збереження кількості руху системи тіл.

Принцип мінімуму взаємодії елементів механічної системи є подальшим розвитком у частині дослідження просторової взаємодії елементів механічної системи, обмеженої кінематичним зв'язком. Сформульовані на його основі методи є необхідними і достатніми умовами створення аналітичних моделей.

Для їх практичного використання теоретичне значення деформації конкретного об'єкта рослинної сировини необхідно порівняти з граничним значенням, визначеним експериментально, за пакетом прикладних програм та комп'ютерною системою MATLAB встановити необхідні кінематичні і конструкційні параметри робочого елементу машини.

Література

1. Теоретическая механика / П. Аппель – М.: Физматгиз., 1960. – Т. 2. – 487 с.
2. Тензорное исчисление / М.А. Акивис, В.В., Гольдберг – М.: Наука, 1969.
3. Основной курс теоретической механики / Н.Н. Бухгольц – М.: Наука, 1969. – 331 с.
4. Введение в земледельчес кую механику / П.М. Василенко – К.: Сільгоспосвіта, 1966. – 251 с.
5. Принципы механики, изложенные в новой связи / Г. Герц – М.: Изд – во АН СССР, 1959. – 386 с.
6. Собрание научных трудов / А. Эйнштейн – М.: Наука, 1966. – Т.2. – 873 с.
7. Физика без механики Ньютона без теории Эйнштейна без принципа наименьшего действия / Г.Я. Зверев – М.: Из – во науч. и уч. лит – ри, 2006. – 131 с.
8. Курс теоретической механики / Л.Г. Лойцянский, А. И. Лурье – М.: Наука, 1983. – Т. 2. – 640 с.
9. Динамика неголономных систем / Ю.И. Неймарк, Н.А. Фуфаев – М.: Наука, 1967. – 519 с.
10. Вариационные принципы механики их развитие и применение в физике / Л.С. Полак - М.: Гос. из-во физ-мат. лит, 1960. - 599 с.
11. Термодинамика / К.А. Путилов - М.: Наука, 1971. 374 с.
12. Теоретическая механика / Г.К. Суслов – М.: Гостехиздат, 1946. – 654 с.
13. Динамика / Ж. Даламбер – М., Л.: Гостехиздат, 1950. – 343 с.

14. Механика / Г. Кирхгоф – М.: Из-во АН СССР, 1962. – 402 с.
15. Третий закон Ньютона / Г.К. Сулов // Отчет и протоколы физ.-мат. об-ва за 1900 г. – Киев: Тип. ун-та св. Владимира. – 1901. – С. 15–20.
16. Вавилов С.И. Исаак Ньютон: научная биография и статьи. – М.: Из-во АН СССР, 1961. – 293 с.
17. Динамика неголономных систем / Ю.И.Неймарк, Н.А. Фуфаев – М.: Наука, 1967. – 519 с.
18. О катании шара по горизонтальной плоскости / С.А. Чаплыгин. Собр. соч. – М., Л.– 1948. – Т.1. – С. 76–101.
19. Собрание научных трудов / А. Эйнштейн – М.: Наука, 1966. – Т.2. – 873 с.
20. Теория поля / Л. Д. Ландау, Е.М Лифшиц – М.: Наука, 1967. – 458 с.
21. Элементарный учебник физики / Г.С. Ландсберг Т.1. Механика. Теплота. Молекулярная физика. – М.: Наука, 1985. – 606 с.
22. Самоучитель Matlab 5/3/6.x / И.К. Ануфриев – СПб: БХВ – Петербург. 2004. – 736 с.

Аннотация

Представлен новый принцип взаимодействия элементов механической системы. Сформулирован принцип сохранения мощности. Приведены методы создания аналитических моделей.

Summary

Presented new principle interaction of elements a mechanical system. Formulated principle to saving of a power. Resulted the methods of creation a analytical models