



**ВІТАЛІЙ ПАВЛОВИЧ МОТОРНИЙ**  
(до 75-річчя від дня народження)

Двадцять восьмого липня 2015 р. виповнилось 75 років члену-кореспонденту НАН України Віталію Павловичу Моторному.

В. П. Моторний народився 28 липня 1940 р. у м. Мелітополі в сім'ї військовослужбовця. Його батько, Павло Петрович, загинув у 1941 р. під час оборони Севастополя.

В 1957 р. Віталій Павлович розпочав трудову діяльність слюсарем на Дніпропетровському паровозобудівному заводі. У 1958 р. вступив до Дніпропетровського державного університету на фізичне відділення фізико-математичного факультету. По закінченню університету в 1963 р. отримав диплом з відзнакою за спеціальністю „Математика”. У 1966 р. В. П. Моторний закінчив аспірантуру з цієї спеціальності і в 1967 р. захистив кандидатську дисертацію на тему

„Наближення функцій алгебраїчними многочленами в просторі  $L_p$ ” в Дніпропетровському державному університеті, а у 1975 р. — докторську дисертацію на тему „Екстремальні задачі теорії квадратур та наближення функцій” у Математичному інституті ім. В. А. Стеклова АН СРСР. У 1977 р. йому присвоєно вчене звання професора.

Ще під час навчання в аспірантурі В. П. Моторний розпочав педагогічну діяльність у Дніпропетровському університеті, де до 1974 р. працював асистентом, старшим викладачем, доцентом кафедри теорії функцій, якою у той час завідував М. П. Корнейчук. У 1974 р. Віталій Павлович очолив кафедру теорії функцій Дніпропетровського державного університету і обіймав цю посаду аж до реорганізації кафедри у 2010 р. Нині працює професором кафедри математичного аналізу і теорії функцій. З 1977 по 1980 р. був деканом механіко-математичного факультету, а з 2007 по 2014 р. за сумісництвом очолював лабораторію „Оптимізація наближення поліномами і сплайнами” в Інституті прикладної математики і механіки НАН України.

У своїх спогадах про Дніпропетровськ академік С. М. Нікольський називає В. П. Моторного „крупним представителем теорії наближення”. В. П. Моторний отримав в цій галузі низку фундаментальних результатів, які принесли йому світове визнання і понині продовжують суттєво впливати на розвиток подальших досліджень багатьох математиків. Його наукові досягнення відображено більш ніж у 140 наукових публікаціях, в тому числі у 2 монографіях. Серед його учнів 13 кандидатів наук, двоє захистили докторські дисертації.

У 1991 р. Віталію Павловичу було присвоєно звання заслуженого діяча науки і техніки УРСР, а в 1994 р. його наукову діяльність відзначено Державною премією України в області науки і техніки. У 2000 р. його обрано членом-кореспондентом НАН України, а в 2010 р. він став лауреатом премії ім. М. О. Лаврентьєва НАН України.

В. П. Моторний багаторазово брав участь у міжнародних математичних конгресах і конференціях, читав лекції у Міжнародному математичному центрі ім. С. Банаха у Варшаві, на спеціалізованому семестрі з теорії наближення в м. Хайфа, у різних математичних школах. Протягом багатьох років був головою спеціалізованої ради із захисту кандидатських дисертацій при Дніпропетровському університеті, членом спеціалізованої ради із захисту докторських дисертацій при Інституті прикладної математики і механіки НАН України. Понад 25 років був незмінним відповідальним редактором збірників наукових праць з математики Дніпропетровського університету, а нині — відповідальний редактор „Вісника ДНУ” з математики. Разом з професором В. Ф. Бабенком керує авторитетним серед фахівців міжвузівським науково-дослідним семінаром з теорії функцій.

За великий внесок у розвиток механіко-математичного факультету та розвиток математичної освіти в університеті В. П. Моторний удостоєний звання заслуженого професора Дніпропетровського університету, визнаний кращим лектором Дніпропетровського університету, нагороджений знаком Міністерства освіти СРСР „За відмінні успіхи в роботі”, був головою секції Всесоюзного конкурсу на кращу студентську наукову роботу, головою журі республіканського туру олімпіади „Студент і науково-технічний прогрес”. За велику і постійну роботу зі школярами та вчителями області неодноразово нагороджувався знаком „Відмінник народної освіти”, грамотами Міністерства освіти. Протягом багатьох років є незмінним головою журі

обласних олімпіад юних математиків та веде викладацьку діяльність у Дніпропетровському обласному інституті післядипломної педагогічної освіти.

У своїй науковій творчості В. П. Моторний завжди був націлений на вирішення важливих проблем, що мають принципове значення. Після успішного захисту кандидатської дисертації в 1967 р. його наукові інтереси сконцентрувалися на кількох напрямках: 1) наближення класів функцій алгебраїчними многочленами з урахуванням положення точки на відрізку, 2) збіжність рядів Фур'є за многочленами Якобі у просторах  $L_p$ , 3) оптимальні квадратурні формули на класах функцій, 4) екстремальні властивості сплайн-функцій і поперечники класів функцій, 5) наближення періодичних функцій тригонометричними поліномами в середньому. Вже до 1973 р. він отримав у кожному з цих напрямків принципові результати, що дали розв'язок складних задач теорії наближення і склали основу його докторської дисертації. Наведемо коротку характеристику його основних результатів цього періоду.

Однією з найважливіших задач теорії наближення є конструктивна характеристика класів функцій. Для неперіодичних функцій ця задача довго не піддавалась розв'язанню. Її розв'язання стало можливим тільки завдяки роботі С. М. Нікольського 1946 р., в якій він довів можливість наближення функцій  $f \in W_\infty^1[-1, 1]$  алгебраїчними многочленами з покращенням наближення біля кінців відрізка і водночас асимптотично найкращого на всьому класі. Незабаром в роботах О. П. Тімана і В. К. Дзядика було розв'язано задачу про конструктивну характеристику у просторі  $C_{[-1,1]}$  класів Гельдера  $H_C^{r+\alpha}$ ,  $r = 0, 1, 2, \dots$ ,  $\alpha \in (0, 1)$ . Було встановлено, що функція  $f$  належить класу  $H_C^{r+\alpha}$  тоді і тільки тоді, коли існує така послідовність алгебраїчних многочленів  $P_n$ , що забезпечує порядок наближення  $O(n^{-(r+\alpha)})$  функції  $f$  у просторі  $C_{[-1,1]}$  з одночасним покращенням наближення біля кінців відрізка.

Під впливом цих робіт виникла гіпотеза про те, що і в просторах  $L_p[-1, 1]$  для класів Гельдера  $H_p^{r+\alpha}$  має місце аналогічна конструктивна характеристика. Тому досить несподіваним був результат, отриманий В. П. Моторним у 1966 р. і опублікований у 1967 р. в „Доповідах АН СРСР”. У цій роботі, зокрема, було посилено теорему Джексона у просторі  $L_p[-1, 1]$ , а саме, доведено, що для довільної функції  $f \in H_p^{r+\alpha}$ ,  $r = 0, 1, 2, \dots$ ,  $\alpha \in (0, 1)$ , існує така послідовність алгебраїчних многочленів  $P_n$ , що забезпечує для цієї функції порядок наближення  $O(n^{-(r+\alpha)} \cdot \ln^{1/p} n)$  у просторі  $L_p[-1, 1]$  з одночасним покращенням наближення біля кінців відрізка, причому уникнути  $\ln^{1/p} n$  відразу для всіх функцій  $f \in H_p^{r+\alpha}$  неможливо. Але цей визначний результат не давав конструктивної характеристики класів  $H_p^{r+\alpha}$ .

Результати досліджень щодо наближення функцій алгебраїчними многочленами у просторах  $L_p$  виявилися корисними при вивченні збіжності рядів Фур'є–Лежандра в цих просторах. В. П. Моторний досліджував умови збіжності цих рядів у просторах  $L_p$  у випадках, коли константи Лебега необмежені ( $1 \leq p \leq 4/3$ ,  $4 \leq p < \infty$ ), і встановив цікавий факт, який полягає в тому, що з покращенням диференціально-різницевої властивості функції зростання констант Лебега менше впливає на збіжність при  $p \in (1, 4/3]$ . Більш того, для функцій з досить хорошими диференціально-різницевими властивостями суми Фур'є–Лежандра у просторах  $L_p$  ( $1 < p \leq 4/3$ ) доставляють наближення за порядком не гірше найкращого. Ці результати склали один із розділів докторської дисертації В. П. Моторного, а дослідження в цьому напрямку до теперішнього часу продовжують його учні.

Ще один розділ докторської дисертації В. П. Моторного присвячено питанням наближення класів  $W_\alpha^r H_X^\omega$  згортки періодичних функцій  $\varphi \in H_X^\omega$ , що в середньому дорівнюють нулю на періоді, з ядром  $\sum_{k=1}^{\infty} k^{-r} \cos\left(kt + \frac{\pi\alpha}{2}\right)$ ,  $r > 0$ ,  $\alpha \in \mathbf{R}$ , довільними методами підсумовування рядів Фур'є, які задаються трикутною матрицею  $\lambda$ . Для верхніх граней відхилення цих методів на класах функцій він отримав нерівності  $\mathcal{E}_n(W_\alpha^r H_L^\omega; \lambda)_L \leq \mathcal{E}_n(W_\alpha^r H_C^\omega; \lambda)_C$ , які узагальнюють відомі співвідношення С. М. Нікольського. Виявлено випадки, коли ці нерівності перетворюються на рівності або асимптотичні рівності. Зокрема, рівність має місце для довільних додатних методів підсумовування, якщо  $\omega(t) = t$ , а  $\alpha = r$ ,  $r = 0, 1, 2, \dots$  або  $\alpha = r - 1$ ,  $r = 1, 2, 3, \dots$ . Якщо  $\omega$  — опуклий догори модуль неперервності, то рівність у зазначеній нерівності виконується для довільних додатних методів підсумовування у випадках  $\alpha = r$ ,  $r = 1, 3, 5, \dots$  або  $\alpha = r - 1$ ,  $r = 2, 4, 6, \dots$ .

У 1973 р. В. П. Моторний розв'язав задачу А. М. Колмогорова про найкращу квадратурну формулу вигляду  $\sum_{k=1}^n \rho_k f(x_k)$  на найважливіших функціональних класах  $(W_C^r, r > 3, W^r H^\omega)$ , де  $\omega$  — опуклий догори модуль неперервності, а  $r$  є непарним, і  $W_L^r, r = 4, 6, \dots$ )  $2\pi$ -періодичних функцій. Цей результат посів центральне місце у його докторській дисертації. Для класів  $H^\omega$  оптимальна квадратурна формула була знайдена раніше М. П. Корнейчуком, який використав для цього досить просту ідею. Спочатку прораховувалась похибка  $R_n$  формули прямокутників  $\left(x_k = \frac{2\pi k}{n}, \rho_k = \frac{2\pi}{n}\right)$  на класі  $H^\omega$ . Потім для будь-якої системи точок  $X = \{x_k\}$  будувалась невід'ємна функція  $f_X \in H^\omega$ , яка дорівнює нулю в точках  $x_k$  і така, що  $\int_0^{2\pi} f_X(t) dt \geq R_n$ . Звідси одразу випливає, що на даному класі функцій оптимальною є формула прямокутників. Цей прийом дозволив у подальшому розв'язати задачу про найкращу квадратурну формулу на класах  $W^1 H^\omega$ . Однак вже для класу  $W_C^3$  побудова зазначеної функції  $f_X$  була пов'язана зі значними технічними труднощами. В. П. Моторний замість явної побудови невід'ємної функції довів, використавши топологічні методи, існування  $\omega$ -сплайна, котрий дорівнює нулю в заданій системі точок. Це і стало одним із головних факторів, що дозволили розв'язати задачу про найкращу квадратурну формулу на зазначених класах функцій. При доведенні нерівності  $\int_0^{2\pi} f_X(t) dt \geq R_n$  він запропонував новий метод, який дозволив за допомогою апарату  $\Sigma$ -переставлень Корнейчука оцінювати знизу деякі числові характеристики ідеальних  $\omega$ -сплайнів.

Методи і результати роботи про квадратури знайшли застосування при розв'язанні інших важливих задач теорії наближень, зокрема при знаходженні поперечників і в питаннях оптимального відновлення функцій і функціоналів. Незабаром після виходу в світ цієї роботи В. П. Моторного з'явилася його спільна з В. І. Рубаном робота, в якій знайдено колмогоровські поперечники  $d_{2n-1}(W^r H^\omega, L)$ , де  $\omega$  — опуклий догори модуль неперервності, і дано оцінку знизу поперечників Гельфанда  $d^{2n-1}(W^r H^\omega, L)$ .

У своїй подальшій науковій діяльності В. П. Моторний повертався до кожного з описаних вище напрямів і все ж у центрі уваги залишалися питання наближення функцій алгебраїчними многочленами з урахуванням положення точки на відрізку (як у рівномірній, так і в інтегральних метриках). Після роботи С. М. Нікольського 1946 р. ця тематика виявилась у центрі уваги багатьох дослідників. Зокрема, О. П. Тіман узагальнив результат С. М. Нікольського на випадок

наближення функцій  $f \in W_{\infty}^r$  довільної гладкості. В. М. Темляков при  $r = 1$  і Р. М. Тригуб для всіх натуральних  $r$  покращили оцінку залишкового члена в результаті О. П. Тімана. В 1999 р. В. П. Моторний отримав узагальнення оцінок В. М. Темлякова і Р. М. Тригуба на випадок довільного  $r > 0$ . Аналогічні оцінки він отримав також для функцій класів  $W^r H^{\omega}$  і для деяких класів сингулярних інтегралів.

У 1995 г. В. П. Моторний у співавторстві з О. В. Моторною встановив асимптотичну оцінку величини  $E_n(W_p^r)_1$  для довільного натурального  $r$  і  $p \in (1, \infty]$ . Ця оцінка інтерполює отримані раніше результати С. М. Нікольського при  $p = 1$  і О. В. Моторної при  $p = \infty$ . В іншій роботі 1995 р. В. П. Моторний і О. В. Моторна встановили асимптотику найкращих наближень алгебраїчними многочленами в середньому класів  $W^r H^{\alpha}$ . Крім того, В. П. Моторний і О. В. Моторна в співавторстві з П. К. Нітієюмою в низці робіт з 1996 по 1999 р. розв'язали задачу асимптотично точної оцінки величин  $E_n(W_1^r)_1$  для довільних  $r > 0$ .

В останні роки опубліковано ряд робіт В. П. Моторного, які відносяться до проблеми найкращих односторонніх наближень функцій алгебраїчними многочленами. Зокрема, отримано асимптотично точну оцінку величини найкращого одностороннього наближення класів  $W_1^r$ . Це дозволило встановити асимптотично точні оцінки похибки квадратурних формул Гаусса для цих класів. Знайдено асимптотично точні оцінки найкращих односторонніх наближень зрізаних степенів алгебраїчними многочленами в середньому. Ці результати було застосовано при доведенні теореми порівняння типу Колмогорова – Хермандера для деяких несиметричних класів функцій.

У свої 75 років Віталій Павлович перебуває у розквіті творчих сил і продовжує активно працювати в галузі теорії наближення і математичної освіти. Бажаємо йому міцного здоров'я і нових творчих успіхів.

*А. М. Самойленко, В. Ф. Бабенко, С. Б. Вакарчук, В. Л. Великін,  
О. В. Давидов, В. О. Кофанов, А. М. Пасько, Н. В. Парфінович,  
А. С. Романюк, В. І. Рубан, М. П. Тіман, Р. М. Тригуб,  
І. О. Шевчук, О. О. Шумейко*