

М.Ф. ЛЕДНЕЙ, О.С. ТАРНАВСЬКИЙ, В.В. ХІМІЧ

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, фізичний факультет  
(Просп. Академіка Глушкова, 4, Київ 03680; e-mail: Ledney@univ.kiev.ua)**ВПЛИВ СТАТИЧНОГО ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ  
НА ГІСТЕРЕЗИС СВІТЛОІНДУКОВАНОГО ПЕРЕХОДУ  
ФРЕДЕРІКСА В НЕМАТИЧНІЙ КОМІРЦІ**

УДК 532.783; 548-14

*Розглянуто вплив величини напруженості зовнішнього статичного електричного поля на гістерезис світлоіндукованого переходу Фредерікса в комірниці нематичного рідкого кристала в полі світлового пучка з обмеженим поперечним розміром. Розглянуті випадки орієнтації зовнішнього електричного поля перпендикулярно поверхні комірки та вздовж цієї поверхні в напрямку вектора поляризації падаючого світла. Чисельно отримані значення порогів переходу Фредерікса при збільшенні і зменшенні інтенсивності падаючого світла в залежності від величини напруженості електричного поля і поперечного розміру світлового пучка. Визначені області допустимих ширин світлового пучка і значень напруженості електричного поля, під час яких перехід Фредерікса супроводжується гістерезисом. Показано, що ширина петлі гістерезису зростає зі збільшенням напруженості статичного електричного поля, перпендикулярного до поверхні комірки, і зменшується, якщо електричне поле напрямлене вздовж поверхні комірки.*

*Ключові слова:* нематичні рідкі кристали, світлоіндукований перехід Фредерікса, гістерезис.

**1. Вступ**

Стрімкий розвиток фізики рідких кристалів (РК) протягом останніх десятиліть привів до широкого застосування РК у дисплейних технологіях та високотехнологічних електронно-оптичних пристроях [1, 2]. Висока чутливість РК до зовнішніх електричного, магнітного і світлового полів дає можливість суттєво змінювати орієнтаційне впорядкування мезофази, а в результаті електро- і магніто-оптичні властивості зразка [3–9]. Оптична нелінійність РК відкрила перспективи їх широкого застосування в фотоніці [10].

Так, у комірниці рідкого кристала під дією світлового поля може виникати порогова орієнтаційна нестійкість директора – світлоіндукований перехід Фредерікса (СПФ) [11]. Важливою характеристикою СПФ є величина порога  $I_{th}$ , при досягненні якого інтенсивністю падаючого світла директор РК неперервно переходить із однорідного стану в неоднорідний і навпаки, відповідно, при збільшенні від нуля інтенсивності світла та при її зменшенні від надпорогового значення. Теорія СПФ у нематичних рідких кристалах (НРК) побудована

авторами [12–15]. Проте в низці робіт [13, 16, 17] встановлено, що за певних умов значення порога  $I_{th}$  орієнтаційної нестійкості директора при зростанні інтенсивності падаючого світла може відрізнятися від величини порога  $I'_{th}$  при зменшенні цієї інтенсивності. Перехід директора із однорідного стану в неоднорідний і, навпаки, при досягненні інтенсивністю світла порогових значень здійснюється стрибком, тобто СПФ супроводжується гістерезисом. Уперше гістерезис СПФ експериментально спостерігався в комірниці НРК у полі лінійно-поляризованого світлового пучка за наявності додаткового статичного магнітного поля [18]. Контрольований квазістатичним електричним полем, гістерезис СПФ у полі лінійно поляризованого світла вивчався експериментально як у гомеотропно [19–21], так і планарно [22–24] орієнтованому НРК. Гістерезис СПФ у присутності схрещених електричного і магнітного полів розглядався в [25]. Зазначимо, що додаткові зовнішні статичні поля не створюють гістерезису СПФ, а тільки розширюють область його існування, що дозволяє зафіксувати гістерезис експериментально. В [26] вперше передбачена оптична мультистабільність НРК при СПФ, яка в подальшому вивчалася експериментально і теоретично [27–29]. СПФ за наявності

© М.Ф. ЛЕДНЕЙ, О.С. ТАРНАВСЬКИЙ,  
В.В. ХІМІЧ, 2016

гістерезу в НРК, допованому дендромерами, досліджувався експериментально [30].

Вплив обмеженості поперечного розміру світлового пучка, проте, тільки на поріг СПФ за відсутності гістерезису теоретично вивчався в комірці НРК як з нескінченною [13, 15], так і скінченною [31] енергією зчеплення директора з поверхнею. Обмеженість поперечного розміру світлового пучка враховувалася при експериментальному вивченні гістерезису СПФ [18, 20–23]. Вплив форми і обмеженості поперечного розміру світлового пучка на параметри гістерезису СПФ у комірці НРК з нескінченно жорстким зчепленням на поверхні вивчався теоретично, проте, за відсутності зовнішніх статичних полів [32, 33]. Вплив скінченних значень енергії зчеплення НРК з поверхнею комірки на параметри гістерезису СПФ вивчався теоретично в полі як необмежено широкого [16, 34], так обмеженого по ширині [35] світлового пучка.

У даній роботі теоретично розглядається можливість керування гістерезисом СПФ у полі світлового пучка обмеженого поперечного розміру шляхом прикладання до комірки НРК статичного електричного поля.

## 2. Рівняння для директора та їх розв'язок

Нехай маємо плоскопаралельну комірку НРК, обмежену площинами  $z = 0$  і  $z = L$ , з початковою однорідною гомеотропною орієнтацією директора вздовж осі  $Oz$ . Зчеплення НРК з поверхнею комірки вважаємо нескінченно жорстким. Комірка розміщена в зовнішньому постійному однорідному електричному полі з вектором напруженості  $\mathbf{E}_0$  вздовж осі  $Ox$ ,  $\mathbf{E}_0 = (E_0, 0, 0)$ . На комірку в напрямку осі  $Oz$  падає лінійно-поляризована вздовж осі  $Ox$  монохроматична світлова хвиля, електричне поле якої має вигляд  $\mathbf{E} = \frac{1}{2}[\mathbf{E}(\mathbf{r})e^{-i\omega t} + \mathbf{E}^*(\mathbf{r})e^{i\omega t}]$ . Для визначеності вважаємо падаючий світловий пучок обмеженим по осі  $Oy$ . Нехай розподіл інтенсивності в поперечному перерізі світлового пучка описується функцією

$$I(y) = I_0 \Theta(a - |y|), \quad (1)$$

де  $\Theta(x) = 1$ , при  $x \geq 0$  і  $\Theta(x) = 0$ , при  $x < 0$ ,  $2a$  – ширина світлового пучка.

Вільна енергія комірки НРК може бути записана в вигляді

$$F = F_{el} + F_E + F_E^0, \quad (2)$$

$$F_{el} = \frac{1}{2} \int_V \{K_1 (\operatorname{div} \mathbf{n})^2 + K_2 (\mathbf{n} \cdot \operatorname{rot} \mathbf{n})^2 + K_3 [\mathbf{n} \times \operatorname{rot} \mathbf{n}]^2\} dV,$$

$$F_E = -\frac{1}{16\pi} \int_V \varepsilon_{ij} E_i E_j^* dV,$$

$$F_E^0 = -\frac{\varepsilon_a^0}{8\pi} \int_V (\mathbf{nE}_0)^2 dV,$$

де  $F_{el}$  – пружна енергія Франка,  $F_E, F_E^0$  – анізотропні внески у вільну енергію НРК електричного поля світлової хвилі [15] та статичного електричного поля [?] відповідно,  $\mathbf{n}$  – директор,  $K_1, K_2, K_3$  – пружні сталі НРК,  $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{\perp} \delta_{ij} + \varepsilon_a n_i n_j$ ,  $\varepsilon_a = \varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\perp} > 0$  – тензор та анізотропія діелектричної проникності НРК на частоті падаючого світла відповідно,  $\varepsilon_a^0 = \varepsilon_{\parallel}^0 - \varepsilon_{\perp}^0 > 0$  – анізотропія статичної діелектричної проникності,  $\varepsilon_{\parallel}, \varepsilon_{\perp}, \varepsilon_{\parallel}^0, \varepsilon_{\perp}^0$  – головні значення відповідних діелектричних тензорів однорідного нематика в напрямку, паралельному і перпендикулярному директору.

Будемо розглядати тільки плоскі деформації директора НРК поблизу порога орієнтаційної нестійкості [15]. Тоді, в силу однорідності системи в напрямку осі  $Ox$  директор у об'ємі НРК у декартових координатах буде мати вигляд

$$\mathbf{n} = \mathbf{e}_x \sin \varphi(y, z) + \mathbf{e}_z \cos \varphi(y, z), \quad (3)$$

де  $\varphi$  – кут відхилення директора від його початкового однорідного напрямку вздовж осі  $Oz$ .

Мінімізуючи вільну енергію (2) комірки НРК за кутом  $\varphi$ , отримуємо таке стаціонарне рівняння:

$$(1 - k \sin^2 \varphi) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + m \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} - k \sin \varphi \cos \varphi \left( \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 + \frac{\pi^2 I_0}{L^2 I_{Fr}} \frac{\varepsilon_{\parallel}^{3/2} \sin \varphi \cos \varphi}{(\varepsilon_{\perp} + \varepsilon_a \cos^2 \varphi)^{3/2}} \times \Theta(a - |y|) + \frac{\pi^2 E_0^2}{L^2 E_{0Fr}^2} \sin \varphi \cos \varphi = 0, \quad (4)$$

де  $I_{Fr} = \frac{8\pi^3 \varepsilon_{\parallel} K_3}{\varepsilon_a \varepsilon_{\perp} L^2}$ ,  $E_{0Fr} = \sqrt{\frac{4\pi^3 K_3}{\varepsilon_a^0 L^2}}$  – відповідно порогови переходу Фредерікса в полі однорідного необмеженого по ширині світлового пучка [13] та статичному електричному полі [25, 36] при нескінченно жорсткому зчепленні НРК з поверхнею комірки,  $k = (K_3 - K_1)/K_3$ ,  $m = K_2/K_3$ .

Рівняння (4) враховує розв'язки рівнянь Максвелла в об'ємі немагіка для електричного поля падаючої світлової хвилі та статичного електричного поля. Так, у наближенні геометричної оптики електричне поле світлового пучка має вигляд [32]:

$$E_x(y, z) = I^{1/2}(y) \left( \frac{\varepsilon_{zz}}{\varepsilon_{\parallel}} \right)^{1/4} \times \exp \left[ i \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_{\perp} \varepsilon_{\parallel}} \int_0^z \varepsilon_{zz}^{-1/2} dz' \right], \quad (5)$$

$$E_z(y, z) = - \frac{\varepsilon_{zx}}{\varepsilon_{zz}} E_x(y, z),$$

де  $\varepsilon_{zz} = \varepsilon_{\perp} + \varepsilon_a \cos^2 \varphi$ ,  $\varepsilon_{zx} = \varepsilon_a \cos \varphi \sin \varphi$ . Беручи до уваги неперервність тангенціальних компонент статичного електричного поля на поверхні комірки, із рівнянь електростатики випливає  $E_{0x} = E_0$ .

Рівняння (4) разом з межовими умовами  $\varphi(z = 0, L) = 0$  нескінченно жорсткого зчеплення НРК з поверхнею комірки розглядаються поблизу порога орієнтаційної нестійкості директора. Тому деформації поля директора будемо вважати малими. Кут  $\varphi$  відхилення директора та інтенсивність  $I_0$  падаючого світла розкладаються в ряд по малому параметру [32] — максимальному куту відхилення директора  $\varphi_m = \varphi(y = 0, z = L/2)$ , який досягається посередині комірки в центрі світлового пучка. Оскільки напрямок відхилення директора визначається тільки його флуктуаціями і від інтенсивності  $I_0$  падаючого світла не залежить, то розклад для інтенсивності  $I_0$  буде мати вигляд

$$\frac{I_0}{I_{\text{Fr}}} = \rho + \sigma \varphi_m^2 + \tau \varphi_m^4 + o(\varphi_m^4), \quad (6)$$

де невідомі коефіцієнти розкладу  $\rho$ ,  $\sigma$ ,  $\tau$  визначаються формою світлового пучка і залежать від величини напруженості постійного електричного поля.

Оскільки знаки кутів  $\varphi$  і  $\varphi_m$  збігаються, розв'язок рівняння (4) шукається в вигляді розкладу в ряд за непарними степенями  $\varphi_m$ :

$$\varphi(y, z) = A(y, z)\varphi_m + B(y, z)\varphi_m^3 + C(y, z)\varphi_m^5 + o(\varphi_m^5). \quad (7)$$

Тут невідомі коефіцієнти розкладу  $A(y, z)$ ,  $B(y, z)$ ,  $C(y, z)$  задовольняють умови нескінченно жорсткого зчеплення НРК з поверхнею комірки:

$$A(y; z = 0, L) = B(y; z = 0, L) =$$

$$= C(y; z = 0, L) = 0 \quad (8)$$

та умови, які випливають із визначення максимального кута  $\varphi_m$  відхилення директора,

$$A(y = 0, z = L/2) = 1, \quad (9)$$

$$B(y = 0, z = L/2) = C(y = 0, z = L/2) = 0.$$

Запишемо рівняння (4), враховуючи розклади (6) і (7), з точністю до членів порядку  $\varphi_m^5$  включно. З рівності нулевих коефіцієнтів при відповідних степенях  $\varphi_m$  отримаємо таку систему диференціальних рівнянь для визначення функцій  $A(y, z)$ ,  $B(y, z)$  і  $C(y, z)$ :

$$A''_{zz} + mA''_{yy} + \frac{\pi^2}{L^2} (\rho \Theta(a - |y|) + \rho_0) A = 0, \quad (10)$$

$$B''_{zz} + mB''_{yy} + \frac{\pi^2}{L^2} (\rho \Theta(a - |y|) + \rho_0) B =$$

$$= kA^2 A''_{zz} + kA_z^2 A - \frac{\pi^2}{L^2} [(\rho \alpha A^3 + \sigma A) \times$$

$$\times \Theta(a - |y|) - \frac{2}{3} \rho_0 A^3], \quad (11)$$

$$C''_{zz} + mC''_{yy} + \frac{\pi^2}{L^2} (\rho \Theta(a - |y|) + \rho_0) C =$$

$$kA^2 B''_{zz} + 2kABA''_{zz} - \frac{k}{3} A^4 A''_{zz} +$$

$$+ kA_z^2 B - \frac{2}{3} kA_z^2 A^3 + 2kA'_z B'_z A -$$

$$- \frac{\pi^2}{L^2} \left[ (3\rho \alpha A^2 B + \rho \beta A^5 + \sigma B + \sigma \alpha A^3 + \right.$$

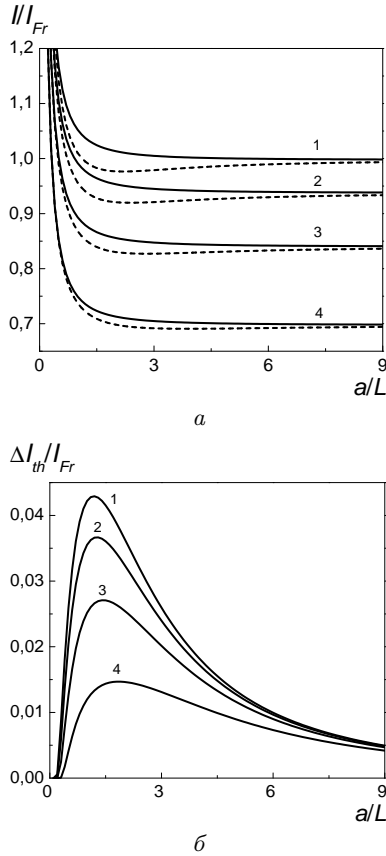
$$\left. + \tau A) \Theta(a - |y|) - 2\rho_0 A^2 B + \frac{2}{15} \rho_0 A^5 \right]. \quad (12)$$

Тут  $u = \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_{\parallel}}$ ,  $\alpha = \frac{3}{2}u - \frac{2}{3}$ ,  $\beta = \frac{15}{8}u^2 - \frac{3}{2}u + \frac{2}{15}$ ,  $\rho_0 = \frac{E_0^2}{E_{0\text{Fr}}^2}$ , штрихи біля функцій  $A$ ,  $B$ ,  $C$  позначають диференціювання за відповідними координатами.

Вимагаючи від розв'язку системи (10)–(12) задоволення умов (8) і (9), знаходимо коефіцієнти  $\rho$ ,  $\sigma$ ,  $\tau$  розкладу (6), які залежать від параметрів комірки НРК, форми і обмеженості поперечного розміру падаючого світлового пучка та величини напруженості зовнішнього електричного поля.

З точністю до членів порядку  $\varphi_m^4$  із розкладу (6) маємо

$$\varphi_m^2 = \frac{1}{2\tau} \left[ -\sigma \pm \sqrt{\sigma^2 + 4\tau \left( \frac{I_0}{I_{\text{Fr}}} - \rho \right)} \right]. \quad (13)$$



**Рис. 1.** Величини порога  $I_{th}$  (а) при зростаючій (суцільні лінії), спадаючій (штрихові лінії) інтенсивності і ширини петлі гістерезису  $\Delta I_{th}$  (б) від поперечного розміру світлового пучка при  $E_0/E_{Fr} = 0,05$  (1), 0,25 (2), 0,4 (3), 0,55 (4)

Як впливає із (13), якщо  $\sigma > 0$ , то СПФ проходить без гістерезису. При досягненні інтенсивністю  $I_0$  падаючого світла порога орієнтаційної нестійкості  $I_{th} = \rho I_{Fr}$ , система неперервно переходить із однорідного стану з  $\varphi_m = 0$  в неоднорідний з  $\varphi_m \neq 0$  і навпаки (див. [16, 32]).

Нехай  $\sigma < 0$ , тоді СПФ супроводжується гістерезисом. Так, при збільшенні від нуля інтенсивності  $I_0$  падаючого світла система, згідно з рівнянням (13) [16, 32] стрибком переходить із однорідного стану з  $\varphi_m = 0$  в неоднорідний з  $\varphi_m = \sqrt{-\frac{\sigma}{\tau}}$ , коли інтенсивність  $I_0$  досягає величини  $I_{th}$ . При зменшенні інтенсивності  $I_0$  з області значень більших  $I_{th}$  система з неоднорідного стану з  $\varphi_m = \sqrt{-\frac{\sigma}{2\tau}}$  стрибком повертається в вихідний однорідний стан при значенні інтенсивності  $I'_{th} = I_{th} - I_{Fr} \sigma^2 / (4\tau)$ , меншому  $I_{th}$  (див.

(13), [16, 32]). Ширина петлі гістерезису складає  $\Delta I_{th} = I_{Fr} \sigma^2 / (4\tau) > 0$ .

Таким чином, параметри  $\rho, \sigma, \tau$  визначають характер порогового СПФ (наявність або відсутність гістерезису) та його параметри, а саме значення порогів, ширину петлі гістерезису, величини стрибків максимального кута відхилення директора при досягненні інтенсивністю падаючого світла порогових значень.

Умова існування нетривіального обмеженого при  $y \rightarrow \pm\infty$  і неперервного в точках  $y = \pm a$  розв'язку  $A(y, z)$  рівняння (10), який задовольняє умови (8) і (9), приводить до рівняння для визначення параметра  $\rho$ :

$$\xi \operatorname{tg} \xi = qa, \tag{14}$$

де  $q = \frac{\pi}{L\sqrt{m}}$ ,  $\xi = qa\sqrt{\rho + \rho_0 - 1}$ .

Із рівняння (11), яке враховує розв'язок  $A(y, z)$  рівняння (10), беручи до уваги умови (8) і (9), знаходимо значення параметра

$$\begin{aligned} \sigma = & -\frac{3}{16}(2k + 3\alpha\rho - 2\rho_0) - \\ & - (16(k - \rho_0)s^2 \cos^3 \xi - (2k + 3\alpha\rho - 2\rho_0) \times \\ & \times (\cos 3\xi - 3s \sin 3\xi)) / (64(\xi \sin \xi + s \sin \xi + s\xi \cos \xi)), \end{aligned} \tag{15}$$

де  $s = \sqrt{\frac{\rho + \rho_0 - 1}{1 - \rho_0}}$ .

Явний вигляд для параметра  $\tau$  тут не наводиться через його громіздкість.

### 3. Гістерезис світлоіндукованого переходу Фредерікса

#### 3.1. Електричне поле, паралельне поверхні комірки

Розглядаємо випадок орієнтації зовнішнього постійного електричного поля вздовж поверхні комірки в напрямку вектора поляризації падаючого світлового пучка. Розрахункові залежності величин порога СПФ при зростаючій  $I_{th} = \rho I_{Fr}$  і спадаючій  $I'_{th} = (\rho - \sigma^2 / (4\tau)) I_{Fr}$  інтенсивності падаючого світла від півширини  $a$  світлового пучка для декількох значень напруженості  $E_0$  постійного електричного поля наведені на рис. 1, а. При розрахунках використані близькі до типових значення параметрів НРК:  $k = 0,8, m = 0,3, \epsilon_{\parallel} = 3,06, \epsilon_{\perp} = 2,37$  [?]. Зі збільшенням ширини пучка величини обох порогів  $I_{th}$  і  $I'_{th}$  монотонно спадають для

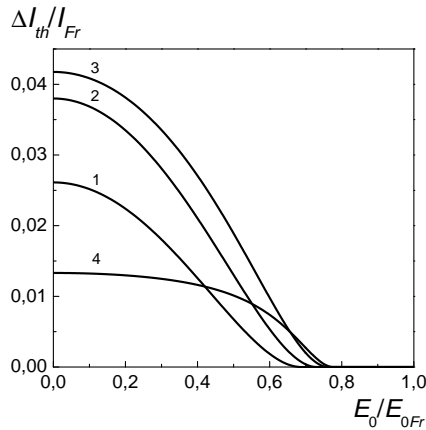
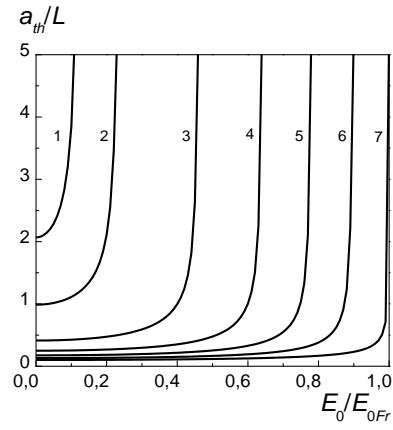


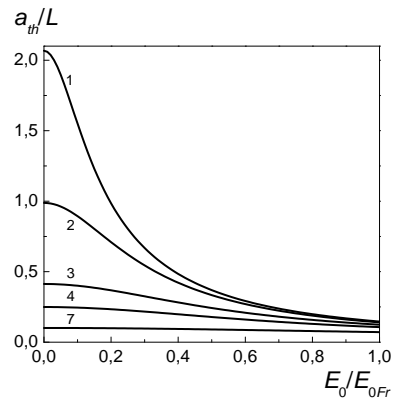
Рис. 2. Залежність ширини петлі гістерезису  $\Delta I_{th}$  СПФ від напруженості  $E_0$  електричного поля, орієнтованого вздовж поверхні комірки:  $a/L = 0,5$  (1),  $0,75$  (2),  $1$  (3),  $5$  (4)

всіх значень напруженості  $E_0$  електричного поля. Проте різниця величин порогів при збільшенні і зменшенні інтенсивності  $\Delta I_{th} = I_{th} - I'_{th}$  (ширина петлі гістерезису) немонотонно залежить від поперечного розміру світлового пучка (див. рис. 1, б). При зростанні  $a$  величина  $\Delta I_{th}$  спочатку збільшується від 0 у вузькому пучку до деякого максимального значення, а потім зменшується до ненульового сталого значення в необмежено широкому ( $a \rightarrow \infty$ ) пучку, тобто петля гістерезису має максимум по ширині світлового пучка. Цей максимум досягається в світлових пучках з поперечним розміром порядку кількох товщин комірки. Для вказаних вище значень параметрів НРК відповідна півширина падаючого світлового пучка становить  $a \approx 3L$ . Із ростом напруженості  $E_0$  зовнішнього електричного поля положення максимуму петлі гістерезису слабо зміщується в бік більших ширин світлових пучків.

Очевидно, постійне електричне поле сприяє переорієнтації директора НРК. Тому незалежно від поперечного розміру світлового пучка, величини обох порогів  $I_{th}$  і  $I'_{th}$  зменшуються при збільшенні напруженості  $E_0$  електричного поля і обертаються на нуль при досягненні напруженістю порога переходу Фредерікса,  $E_0 = E_{0Fr}$ . Петля гістерезису  $\Delta I_{th}$  СПФ монотонно звужується зі збільшенням напруженості  $E_0$  електричного поля і при деякому її критичному значенні  $E_0^*$  (де  $E_0^* \leq E_{0Fr}$ ), яке залежить від параметрів НРК і ширини світлового пучка, гістерезис зникає (рис. 2). Якщо



a

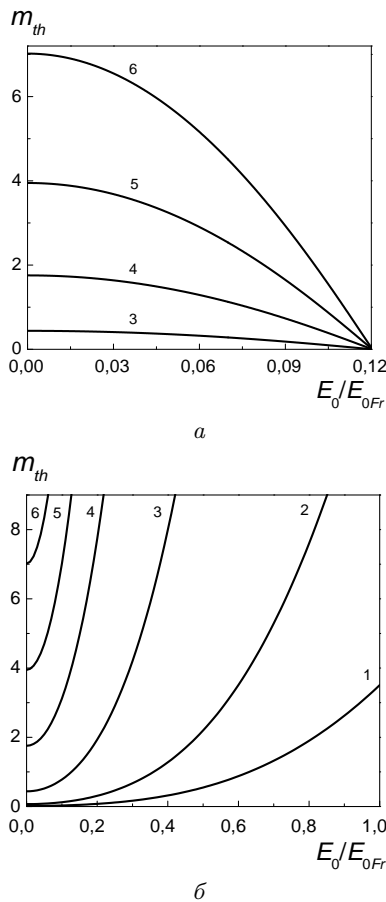


б

Рис. 3. Критичне значення півширини  $a_{th}$  світлового пучка від напруженості  $E_0$  електричного поля, орієнтованого вздовж (а) і перпендикулярно (б) поверхні комірки при  $m = 0,3$ :  $k = 0,5$  (1),  $0,52$  (2),  $0,6$  (3),  $0,7$  (4),  $0,8$  (5),  $0,9$  (6),  $1$  (7)

напруженість постійного електричного поля  $E_0^* \leq E_0 \leq E_{0Fr}$ , то СПФ проходить без гістерезису.

Як бачимо із рис. 1, б, СПФ супроводжується гістерезисом, якщо півширина  $a$  падаючого світлового пучка перевищує критичне значення  $a_{th}$  (значення  $a$ , яке відповідає  $\sigma = 0$ ),  $a > a_{th}$ . У світловому пучку з  $a < a_{th}$  СПФ проходить без гістерезису. Залежність критичного значення півширини  $a_{th}$  світлового пучка від напруженості  $E_0$  електричного поля наведена на рис. 3, а. Видно існування критичного значення напруженості  $E_0^{**} = E_{0Fr} \sqrt{\frac{4\epsilon_{\parallel}}{9\epsilon_a}(k-1)} + 1$  електричного поля (яке відповідає  $\sigma = 0$  при  $a \rightarrow \infty$ ), такого, що при  $E_0 < E_0^{**}$  СПФ супроводжується гістерезисом у світлових пучках з півшириною  $a > a_{th}$ . Якщо на-



**Рис. 4.** Критичне значення параметра  $m_{th}$  від напруженості  $E_0$  статичного електричного поля, паралельного (а) і перпендикулярного (б) до поверхні комірки при  $k = 0,5$ :  $a/L = 0,5$  (1), 1 (2), 2,5 (3), 5 (4), 7,5 (5), 10 (6)

пруженість електричного поля  $E_0 > E_0^*$ , гістерезис СПФ відсутній у світлових пучках довільного поперечного розміру. При збільшенні значень параметра  $k$ , область існування гістерезису СПФ розширюється за величинами, як напруженості  $E_0$  електричного поля, так і поперечного розміру  $2a$  світлового пучка.

Просторова обмеженість падаючого світлового пучка також суттєво впливає не тільки на величини параметрів гістерезису СПФ, а й на умови його існування, як і у випадку відсутності постійного електричного поля,  $E_0 = 0$  [32, 33]. При заданій величині відношення  $a/L$  СПФ супроводжується гістерезисом ( $\sigma < 0$ ) в області значень параметрів  $k$  і  $m$ , відповідно:  $k_{th} < k < 1$  і  $0 < m < m_{th}$ . При значеннях параметрів  $k < k_{th}$  і  $m > m_{th}$

СПФ проходить без гістерезису ( $\sigma > 0$ ). Залежності критичних значень параметрів  $k_{th}$  і  $m_{th}$  (значення  $k$  і  $m$ , які відповідають  $\sigma = 0$ ) від поперечного розміру світлового пучка якісно аналогічні отриманим за відсутності зовнішнього електричного поля  $\mathbf{E}_0$  [32, 33]. Область існування гістерезису СПФ за величинами параметрів  $k$  і  $m$  розширюється при збільшенні поперечного розміру світлового пучка незалежно від величини напруженості  $E_0$  електричного поля. Залежності критичного значення параметра  $m_{th}$  від напруженості  $E_0$  постійного електричного поля наведені на рис. 4, а для декількох поперечних розмірів світлового пучка. Область допустимих значень параметра  $m$ , за яких СПФ супроводжується гістерезисом ( $0 < m < m_{th}$ ), звужується при збільшенні напруженості  $E_0$  електричного поля і при досягненні нею величини  $E_0^*$  гістерезис у системі зникає. Зі збільшенням напруженості  $E_0$  електричного поля область існування гістерезису СПФ за величиною параметра  $k$  ( $k_{th} < k < 1$ ) також звужується незалежно від поперечного розміру світлового пучка.

Таким чином, зростання напруженості  $E_0$  постійного електричного поля, орієнтованого вздовж поверхні комірки в напрямку вектора поляризації падаючого світла, приводить до зменшення величин порогів  $I_{th}$ ,  $I'_{th}$  і ширини петлі гістерезису  $\Delta I_{th}$  СПФ так, що за деякого значення напруженості гістерезис у системі зникає. Області допустимих значень півширини  $a$  світлового пучка та величин параметрів  $k$  і  $m$  НРК, при яких СПФ супроводжується гістерезисом, звужуються при збільшенні напруженості  $E_0$  електричного поля.

### 3.2. Електричне поле, перпендикулярне поверхні комірки

Нехай зовнішнє постійне електричне поле  $\mathbf{E}_0$  орієнтоване в напрямку однорідного директора НРК, тобто перпендикулярно поверхні комірки. Варіаційне рівняння для кута  $\varphi$  відхилення директора має вигляд (4), якщо знак останнього доданка в лівій частині (4) змінити на протилежний. Розв'язок такого рівняння для директора шукається у вигляді розкладів (6) і (7), аналогічно випадку орієнтації постійного електричного поля  $\mathbf{E}_0$  вздовж поверхні комірки.

Згідно з числовими розрахунками, постійне електричне поле  $\mathbf{E}_0$ , перпендикулярне поверхні комірки

ки, не впливає на якісний характер залежностей порогів  $I_{th}$ ,  $I'_{th}$  і ширини петлі гістерезису  $\Delta I_{th}$  СПФ від поперечного розміру світлового пучка, як і у випадку орієнтації  $\mathbf{E}_0 \parallel Ox$ . Зі збільшенням напруженості  $E_0$  електричного поля величини обох порогів  $I_{th}$ ,  $I'_{th}$  і ширина петлі гістерезису  $\Delta I_{th}$  монотонно зростають (див. рис. 5), оскільки електричне поле стабілізує вихідну орієнтацію директора. Петля гістерезису має максимум по ширині світлового пучка, як і у випадку  $\mathbf{E}_0 \parallel Ox$ . Положення цього максимуму зміщується в бік менших ширин світлового пучка при збільшенні величини напруженості  $E_0$ . Для порівняння на рис. 5 наведені експериментально виміряні для декількох НРК значення ширини петлі гістерезису  $\Delta I_{th}$  в падаючих світлових пучках з обмеженим поперечним розміром, взяті з робіт [18, 20–22]. З метою розширення петлі гістерезису СПФ автори в напрямку однорідного директора НРК прикладали зовнішнє постійне електричне [20–22] та магнітне [18] поля. Електричне поле, еквівалентне магнітному в [18], згідно з розрахунками, становить  $E_0 = 1,35E_{0Fr}$ . У роботах [18, 20–22] зчеплення НРК з поверхнею комірки вважалося нескінченно жорстким. Точність вимірювання ширини петлі гістерезису становила  $\pm 10\%$ . У цілому результати теоретичних розрахунків дають задовільне збігання з даними експерименту. Деяка відмінність експериментально виміряних і розрахункових значень напруженості  $E_0$  постійного електричного поля пояснюється тим, що хоча в роботах [18, 20–22] переорієнтація директора НРК і вважалася плоскою, проте, на експерименті використовувалися двомірно обмежені світлові пучки з неоднорідним розподілом інтенсивності в поперечному перерізі.

Розрахункові залежності критичних значень півширини  $a_{th}$  світлового пучка від величини напруженості  $E_0$  електричного поля для декількох значень параметра  $k$  наведені на рис. 3, б. Область допустимих значень півширин  $a$  світлового пучка, при яких СПФ супроводжується гістерезисом (значення  $a > a_{th}$ ), розширюється при збільшенні напруженості  $E_0$  електричного поля на відміну від випадку  $\mathbf{E}_0 \parallel Ox$ . Збільшення величини параметра  $k$  приводить до розширення області існування гістерезису СПФ по значеннях поперечного розміру світлового пучка незалежно від орієнтації та величини напруженості постійного електричного поля.

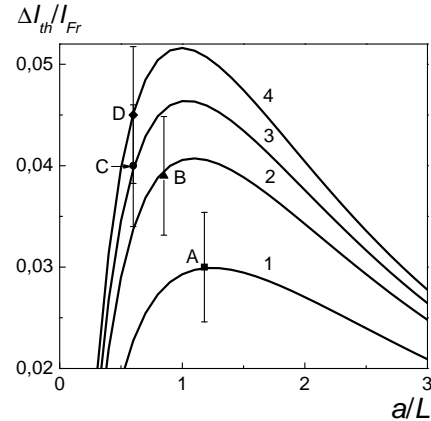


Рис. 5. Ширина петлі гістерезису  $\Delta I_{th}$  від півширини  $a$  пучка з  $I(y) = I_0\Theta(a - |y|)$  при  $E_0/E_{0Fr} = 0,975$  (1), 1,0 (2), 1,085 (3), 1,115 (4),  $k = 0,38$ ,  $m = 0,3$ . Експериментальні точки: 5CB – A  $E_0/E_{0Fr} = 1,35$  [18]; ROTN-200 – B [22], C  $E_0/E_{0Fr} = 1,57$  [20], D  $E_0/E_{0Fr} = 1,23$  [21]

На рис. 4, б наведені розрахункові залежності критичних значень параметра  $m$  від величини напруженості  $E_0$  електричного поля для різних поперечних розмірів світлового пучка. Області допустимих значень як параметра  $m$ , так і параметра  $k$  рідкого кристала, при яких СПФ супроводжується гістерезисом, розширюються зі збільшенням напруженості  $E_0$  постійного електричного поля на відміну від випадку орієнтації цього поля вздовж поверхні комірки. Зі збільшенням поперечного розміру світлового пучка область існування гістерезису СПФ за величинами параметрів  $k$  і  $m$  розширюється незалежно від орієнтації та величини напруженості постійного електричного поля.

Таким чином, при збільшенні напруженості  $E_0$  зовнішнього постійного електричного поля, орієнтованого перпендикулярно поверхні комірки, величини порогів  $I_{th}$ ,  $I'_{th}$  і ширина петлі гістерезису  $\Delta I_{th}$  СПФ монотонно зростають. Області допустимих значень півширини  $a$  світлового пучка та величин параметрів  $k$  і  $m$  НРК, за яких СПФ супроводжується гістерезисом, розширюються.

Автори висловлюють подяку І.П. Пінкевичу за корисні зауваження під час обговорення результатів роботи.

1. L.M. Blinov and V.G. Chigrinov, *Electrooptic Effects in Liquid Crystal Materials* (Springer, New York, 1994).
2. I.-C. Khoo, *Liquid Crystals* (Wiley, Hoboken, NJ, 2007).

3. Y.-Ki Ha, Y.-C. Yang, J.-E. Kim, H. Y. Park, C.-S. Kee, H. Lim, and J.-C. Lee, *Appl. Phys. Lett.* **79**, 15 (2001).
4. M. Peccianti, C. Conti, G. Assanto, A. de Luca, and C. Umeton, *Appl. Phys. Lett.* **81**, 3335 (2002).
5. M.J. Escuti, J. Qi, and G.P. Crawford, *Opt. Lett.* **28**, 522 (2003).
6. R. Ozaki, T. Matsui, M. Ozaki, and K. Yoshino, *Appl. Phys. Lett.* **84**, 1844 (2004).
7. B. Maune, M. Loncar, J. Witzens, M. Hochberg, T. Baehr-Jones, D. Psaltis, and A. Scherer, *Appl. Phys. Lett.* **85**, 360 (2004).
8. D. McPhail, M. Straub, and M. Gu, *Appl. Phys. Lett.* **86**, 051103 (2005).
9. A. Fratolocchi, G. Assanto, K.A. Brzdakiewicz, and M.A. Karpierz, *Opt. Express* **13**, 1808 (2005).
10. С.П. Палго, *УФН* **175**, 784 (2005).
11. А.С. Золотко, В.Ф. Китаева, Н. Кроо, Н.Н. Соколов, Л. Чиллаг, *Письма в ЖЭТФ* **32**, 170 (1980).
12. S.D. Durbin, S.M. Arakelian, and Y.R. Shen, *Phys. Rev. Lett.* **47**, 1411 (1981).
13. Б.Я. Зельдович, Н.В. Табирян, Ю.С. Чилингарян, *ЖЭТФ* **81**, 72 (1981).
14. I.C. Khoo, *Phys. Rev. A* **23**, 2077 (1981).
15. Б.Я. Зельдович, Н.В. Табирян, *ЖЭТФ* **82**, 1126 (1982).
16. H.L. Ong, *Phys. Rev. A* **28**, 2393 (1983).
17. H.L. Ong, *Phys. Rev. A* **31**, 3450 (1985).
18. A.J. Karn, S.M. Arakelian, Y. R. Shen, and H. L. Ong, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 448 (1986).
19. P.-Y. Wang, H.-J. Zhang, and J.-H. Dai, *Opt. Lett.* **12**, 654 (1987).
20. S.-H. Chen and J.J. Wu, *Appl. Phys. Lett.* **52**, 1998 (1988).
21. J.J. Wu and S.-H. Chen, *J. Appl. Phys.* **66**, № 3, 1065 (1989).
22. J.J. Wu, G.-S. Ong, and S.-H. Chen, *Appl. Phys. Lett.* **53**, 1999 (1988).
23. A.S. Zolot'ko, M.P. Smayev, V.F. Kitaeva, and M.I. Barnik, *Quantum Electronics* **34**, 1151 (2004).
24. I. Budagovsky, D. Pavlov, S. Shvetsov, M. Smayev, A. Zolot'ko, N. Boiko, and M. Barnik, *Appl. Phys. Lett.* **101**, 021112 (2012).
25. B.J. Frisken and P. Palffy-Muhoray, *Phys. Rev. A* **40**, 6099 (1989).
26. H.L. Ong, R.B. Meyer, and A.J. Hurd, *J. Appl. Phys.* **55**, 2809 (1984).
27. G. Abbate, P. Maddalena, L. Marrucci, L. Saetta, and E. Santamato, *J. Phys. II*, **1**, 543 (1991).
28. B. Piccirillo and E. Santamato, *Phys. Rev. E* **69**, 056613 (2004).
29. V. Pyina, S.J. Cox, and T.J. Sluckin, *Opt. Comm.* **260**, 474 (2006).
30. E.A. Babayan, I.A. Budagovsky, S.A. Shvetsov, M.P. Smayev, A.S. Zolot'ko, N.I. Boiko, and M.I. Barnik, *Phys. Rev. E* **82**, 061705 (2010).
31. A.A. Berezovskaya, S.N. Yezhov, M.F. Ledney, and I.P. Pivnevych, *Functional Materials* **14**, 510 (2007).
32. М.Ф. Ледней, А.С. Тарнавский, *Кристаллография* **55**, 337 (2010).
33. М.Ф. Ледней, О.С. Тарнавський, *УФЖ* **56**, 30 (2011).
34. J. Shi and H. Yue, *Phys. Rev. E* **62**, 689 (2000).
35. M.F. Ledney and O.S. Tarnavskyy, *Liq. Cryst.* **39**, 1482 (2012).
36. B.J. Frisken and P. Palffy-Muhoray, *Phys. Rev. A* **39**, 1513 (1989).

Одержано 07.07.15

*М.Ф. Ледней, А.С. Тарнавский, В.В. Химич*

ВЛИЯНИЕ СТАТИЧЕСКОГО  
ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ НА ГИСТЕРЕЗИС  
СВЕТОИНДУЦИРОВАННОГО ПЕРЕХОДА  
ФРЕДЕРИКСА В НЕМАТИЧЕСКОЙ ЯЧЕЙКЕ

Р е з ю м е

Рассмотрено влияние величины напряженности внешнего статического электрического поля на гистерезис светоиндуцированного перехода Фредерикса в ячейке нематического жидкого кристалла в поле светового пучка с ограниченным поперечным размером. Рассмотрены случаи ориентации внешнего электрического поля перпендикулярно поверхности ячейки и вдоль этой поверхности в направлении вектора поляризации падающего света. Численно получены значения порогов перехода Фредерикса при увеличении и уменьшении интенсивности падающего света в зависимости от величины напряженности электрического поля и поперечного размера светового пучка. Определены области допустимых ширин светового пучка и значений напряженности электрического поля, при которых переход Фредерикса сопровождается гистерезисом. Показано, что ширина петли гистерезиса растет с увеличением напряженности статического электрического поля, перпендикулярного поверхности ячейки, и уменьшается, если электрическое поле направлено вдоль поверхности ячейки.

*M.F. Ledney, O.S. Tarnavskyy, V.V. Khimich*

INFLUENCE OF DC ELECTRIC FIELD  
ON THE HYSTERESIS OF LIGHT-INDUCED  
FRÉEDERICKSZ TRANSITION IN A NEMATIC CELL

S u m m a r y

The influence of an external dc electric field on the hysteresis of the light-induced Fréedericksz transition in a nematic liquid crystal cell in the field of a light beam with a finite diameter has been studied. The external electric field orientations perpendicular to the cell surface and along it, in the direction of the incident light polarization, are considered. The dependences of the Fréedericksz transition thresholds for the increasing and decreasing intensities of the incident light on the electric field strength and the transversal light beam size are obtained numerically. The values of transversal light beam size and electric field strength, for which the Fréedericksz transition has a hysteretic character, are found. The hysteresis loop width is shown to increase if the dc electric field perpendicular to the cell surface grows. At the same time, the hysteresis loop width decreases, if the electric field is oriented along the cell surface.