

Оскільки за умовою 3 функції $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ є строго зростаючими на проміжку $[0; +\infty)$, то з означення числа y випливає, що $y > 0$ і всі числа

$$f_l^{(\alpha_l-1)}(y), f_l^{(\alpha_l-2)}(y), \dots, f_l(y), l \in \{1, 2, \dots, r-1\}, f_r^{(\alpha_r-1)}(f^{(\alpha)}(0)), f_r^{(\alpha_r-2)}(f^{(\alpha)}(0)), \dots, f^{(\alpha)}(0),$$

де $f_r = g$, є додатними. Згідно з умовами 4 та 5, зокрема, мають місце нерівності $D_x f(x) > 0$ при $x \in [0; +\infty)$, $D_x g(x) > 0$ при $x \in (0; +\infty)$ та $f(0) > 0$, тому всі множники, що входять до правих частин рівностей (7) та (8) також

є додатними. Це означає, що число $D_x \tilde{u}(f^{(\alpha)}(0)) = \prod_{l=1}^r a_l$ відмінне від нуля.

Таким чином, ліва частина рівності (5) відмінна від нуля. Тоді припущення щодо виконання тотожності (4) є невірним. Цим самим доведено, що тотожність (3) не виконується, і тому напівгрупа S , породжена функціями $f, g: \Omega \rightarrow \Omega$ є вільною напівгрупою рангу 2. □

Має місце наступне твердження.

Теорема 2. Напівгрупа, що породжується перетвореннями комплексного поля $f: x \rightarrow x+1$ та $g: x \rightarrow x^{2q}$, де q – фіксоване натуральне число, породжують вільну напівгрупу рангу 2.

Сформульована теорема безпосередньо впливає із доведеної теореми 1, якщо взяти до уваги, що дані функції є розкладеними у степеневі ряди, при цьому $f \in N[\Omega]$ та $g \in P[\Omega]$ і задовольняють її умовам очевидним чином. Зауважимо, що напівгрупа породжена наведеною системою функцій є частковим випадком напівгрупи Коена-Уайта, що досліджувалася у роботах [4-5].

Інші системи функцій, які породжують вільні напівгрупи рангу 2 будуть наведені у подальших статтях.

4. Висновки

Таким чином, у роботі доведено твердження, яке дає достатні умови вільності напівгруп, породжених степеневими рядами певного вигляду. При цьому показано, що доведене твердження має застосування до конкретних прикладів функціональних напівгруп і це дає можливість будувати нові зображення вільних напівгруп елементарними функціями.

1. Олійник А.С. Вільні групи автоматних підстановок // Доп. НАН України. – 1998. – №7. – С. 40-44. 2. Магнус В., Каррас А., Солитер Д. Комбинаторная теория групп. Пер. с англ. – М.: Наука, 1979. – 456 с. 3. Олійник А.С., Суцанский В.И. Свободная группа бесконечных унитарных матриц // Мат. заметки. – 2000. – 67, №3, – С. 386-391. 4. Cohen S.D. The group of translations and positive rational powers is free // Quart. J.Math. Oxford. – 1995. – 46, №2. – P. 21-93. 5. White S. The group, generated by $x \rightarrow x+1$ and $x \rightarrow x^q$ is free // Journal of Algebra. – 1988. – 118. – P. 408-422.

Надійшла до редколегії 29.09.08

УДК 517.95.4+530.1, 539.3 :518:621.378

Л. Яровой канд.техн.наук, І. Степахно канд.фіз.-мат.наук
E-mail: yarovoi@univ.kiev.ua

ПІДВИЩЕННЯ ЧУТЛИВОСТІ ЛАЗЕРНИХ ВІБРОМЕТРІВ У ПРИСУТНОСТІ ЗАВАД

Теоретично обґрунтований алгоритм підвищення чутливості лазерного віброметра шляхом усунення деформацій сигнал, що часом виникають при відбитті зондувального лазерного променя від випадкових перешкод або вікон та ілюмінаторів. Алгоритм корекції використовує сигнал високочастотної оминаючої на частоті гетеродину. Експериментально отримано 25-30 дБ покращення співвідношення сигнал/завада. L.

We propose an algorithm for increase of the sensitivity of laser Doppler vibrometer in presence of unwanted light backscattered from technological windows or casual obstacles. The algorithm uses for signal correction signal of the high-frequency heterodyne component. An experiment shown 25-30 dB signal/noise improvement for corrected signal.

Вступ

Прогрес експериментальної механіки пов'язаний з удосконаленням спеціальних засобів дослідження. Лазерні доплерівські віброметри, як засоби експериментальної механіки застосовуються при дослідженні різних явищ в мікро- та наномеханіці, дефектоскопії, акустиці [6, 8]. Їх переваги перед віброметрами інших типів в тому, що вони не впливають на параметри руху об'єкту, забезпечуючи в той же час надзвичайно високу точність і широкий діапазон вимірів. В ідеальному випадку вихідний сигнал лазерного віброметра повністю відтворює миттєву швидкість об'єкта, проте наявність хвилі-завади, що часом потрапляє на фотодетектор при відбитті зондувального променя від випадкової перешкоди суттєво спотворює форму сигналу і призводить до зниження чутливості вимірювання і помилки визначення миттєвої швидкості. Природа перешкод, що спотворюють вихідний сигнал досить широка: це віконця та ілюмінатори [10], що розділяють віброметр та об'єкт; порох, краплі вологи на трасі лазерного променя [1]; елементи зовнішніх конструкцій та інші об'єкти [7], що так чи інакше частково відбивають зондувальний промінь в зворотному напрямку.

Механізм спотворень сигналу віброметра, що фізично пов'язаний з взаємодією трьох оптичних хвиль, був ретельно досліджений в [10], де були аналітично виведені співвідношення для сигналу віброметра в присутності оптичної хвилі – завади. Методи, що пропонуються вивчаються для боротьби із спотвореннями часто мають обмежені можливості. Наприклад, пасивна фільтрація є мало ефективною для пригнічення спотворень в субмікронних коливаннях, а вейвлет-фільтрація [9] також виявляється неефективною для високих рівнів сигналу завади. Для пригнічення небажаних осциляцій, які є результатом впливу завади, запропоновано використовувати процедуру амплітудного детектування із зворотним зв'язком (АДОЗ) [5] англійською - "Amplitude Locked Loop" – ALL). Метод АДОЗ реалізований у пристрої [2], проте, не знайшов поширення, ймовірно внаслідок недостатнього рівня компенсації спотворень і неможливості адекватно реагувати на швидкі зміни амплітуди. На виході віброметра все ще залишається досить високий залишковий рівень шуму.

Як правило, сигнал лазерного вібрметра – це результат частотної демодуляції складової фотоструму детектора на частоті гетеродину ω_0 . В той же час його амплітуда також несе інформацію, що може бути використана для компенсації спотворень частотної компоненти, і, таким чином, знизити шуми на виході приладу. Цей підхід є предметом дослідження цієї роботи.

Нагадаємо, що на відміну від ідеального лазерного вібрметра, коли на фотодетектор потрапляють дві оптичні хвилі, а саме: сигнальна – $e_1 = E_1 \exp(-i \cdot (\omega_{\text{opt}} t + 2k \cdot x_{\text{max}} \cdot \cos(\Omega t) + \varphi_1))$ та опорна – $e_0 = E_0 \exp(-i \cdot (\omega_{\text{opt}} t + \omega_G t))$, в реальному експерименті відбувається **трюххвильове фотозмішування** що викликане присутністю хвилі завади $e_2 = E_2 \exp(-i \cdot (\omega_{\text{opt}} t + \varphi_2))$. Тут ω_{opt} – циклічна оптична частота, k – хвильовий вектор лазерного випромінювання, E_0, E_1, E_2 – амплітуди та φ_1, φ_2 – фази хвиль, що взаємодіють, Ω та x_{max} – відповідно частота та амплітуда об'єкту, що коливається за гармонічним законом $x(t) = x_{\text{max}} \cos(\Omega t)$. В результаті амплітуда $Ih(t)$ та частота $\omega(t)$ високочастотного компоненту $ih(t) = Ih(t) \cdot \cos(\omega_0 t - \int \omega(t) \cdot dt)$ на частоті гетеродина мають вигляд [3]:

$$Ih(t) = 2I_s E_0 E_2 \cdot \sqrt{2E_2 E_1 \cos(2k \cdot x_{\text{max}} \cdot \cos(\Omega t) + (\varphi_1 - \varphi_2)) + E_1^2 + E_2^2} \quad (1)$$

$$\omega(t) = -\sin(\Omega t) \cdot \Omega \cdot k \cdot x_{\text{max}} \cdot [1 + u_s(t)] \quad (2)$$

тут I_s – сталий коефіцієнт фоточутливості детектора, $\eta = E_1 / E_2$, а через $u_s(t)$ позначена величина, яка задається співвідношення:

$$u_s(t) = \frac{(\eta^2 - 1)}{2\eta \cdot \cos(2k \cdot x_{\text{max}} \cdot \cos(\Omega t) + (\varphi_1 - \varphi_2)) + \eta^2 + 1} \quad (3)$$

Загальновідомо, що доплерівський зсув пропорційний миттєвій швидкості об'єкту v : $\omega_{\text{Dop}}(t) = 2k \cdot v(t)$. Якщо порівняти $\omega_{\text{Dop}}(t)$ та $\omega(t)$ з (2), то можна бачити, що для ідеального випадку тобто, коли $E_2 \ll E_1$, змінна $u_s(t)$ наближується до одиниці, а частота $\omega \rightarrow \omega_{\text{Dop}}$.

Вихідний сигнал лазерного вібрметра $V(t)$ пропорційний миттєвій частоті $\omega(t)$ і при виборі відповідного калібрування дорівнює:

$$V(t) = -\frac{1}{2} \sin(\Omega t) \cdot \Omega \cdot x_{\text{max}} \cdot [1 + u_s(t)] \quad (4)$$

Якщо $E_2 \ll E_1$ $V(t)$ дорівнює миттєвій швидкості $v(t) = -\Omega \cdot x_{\text{max}} \cdot \sin(\Omega t)$. Таким чином саме функція $u_s(t)$ відповідає за виникнення спотворень у вигляді осциляцій або піків [3] за наявності значного сигналу $e_2(t)$.

Запропонований метод компенсації спотворень [4] полягає в помноженні сигналу швидкості $V(t)$ на сигнал корекції $u_{\text{corr}}(t)$, який вибирається таким чином, щоб його часова форма компенсувала сплески функції $(1 + u_s(t))$. Очевидно, що цей сигнал має бути пов'язаний з вимірюваним коливальним процесом, але не брати участь у формуванні сигналу миттєвої частоти, який, якраз, і підлягає корекції. Відповідним кандидатом для цього є амплітуда $Ih(t)$ високочастотної компоненти доплерівського сигналу (1).

Розглянемо функцію вигляду:

$$u_{\text{corr}}(t) = 2 \cdot \frac{\sqrt{Ih(t) \cdot (Ih_{\text{max}} + Ih_{\text{min}}) - Ih_{\text{min}} \cdot Ih_{\text{max}}}}{(Ih_{\text{max}} + Ih_{\text{min}})} \quad (5)$$

де $Ih_{\text{max}}(t)$, $Ih_{\text{min}}(t)$ відповідно максимальне і мінімальне значення амплітуди $Ih(t)$.

$$Ih_{\text{max}} = 2E_0 \cdot (E_1 + E_2) \quad Ih_{\text{min}} = 2E_0 \cdot |E_1 - E_2| \quad (6)$$

Оцінимо ефективність придушення осциляцій сигналу швидкості. Для цього, спочатку виразимо $u_{\text{corr}}(t)$ в явному вигляді, підставивши (6) в (5):

$$u_{\text{corr}}(t) = \frac{1}{\eta} \cdot \sqrt{2\eta \cdot \sqrt{2\eta \cdot \cos(2k \cdot x \cdot \cos(\Omega t) + (\varphi_1 - \varphi_2)) + \eta^2 + 1} - (\eta^2 - 1)} \quad (7)$$

Далі порівняємо екстремуми функції $u_{\text{corr}}(t)$ і $(1 + u_s(t))$, яка визначає в (4) спотворення сигналу:

$$(1 + u_s(t))_{\text{max}} = \frac{2}{(u_{\text{corr}}(t))_{\text{min}}} = 2 \frac{\eta}{\eta - 1} \quad \text{і} \quad (1 + u_s(t))_{\text{min}} = \frac{2}{(u_{\text{corr}}(t))_{\text{max}}} = 2 \frac{\eta}{\eta + 1} \quad (8)$$

Таким чином, добуток $(1 + u_s(t)) \times u_{corr}(t) \approx 2$, принаймні, ця рівність виконується точно в безпосередній близькості максимумів і мінімумів функції $(1 + u_s(t))$. Це означає, що функція $u_{corr}(t)$ може бути використана для компенсації спотворень викликаних наявністю третьої хвилі.

На Рис. 1. представлені результати розрахунків корекції сигналу віброметра, який отриманий при значенні $\eta = 1.1$. На епюрах (А) і (Б) надані відповідно сигнали $Ih(t)$, $V(t)$, а також для порівняння неспотворений сигнал миттєвої швидкості $V_G(t) = v(t) = -\Omega \cdot x_{max} \cdot \sin(\Omega t)$. На графіку (В) представлений сигнал корекції $u_{corr}(t)$, а вихідний сигнал $V_{corr}(t)$, що є результатом пригнічення спотворень, представлений на епюрі (Г).

Порівнюючи $V_{corr}(t)$, $V_G(t)$ та $V(t)$ можна бачити, що в наведеному прикладі відбувається суттєва корекція і вихідний сигнал віброметра майже співпадає з миттєвою швидкістю об'єкту $V_{corr}(t) = v(t)$. Незначна залишкова модуляція, що не може бути видалена, в першу чергу визначається різною величиною ексцесу функцій $(1 + u_s(t))$ і $u_{corr}(t)$.

Розглянутий приклад значною мірою ідеалізований, оскільки в реальному експерименті амплітуди сигнальної хвилі і завади змінні. Більш того, такі зміни можуть відбуватися протягом одного періоду частоти гетеродина, наприклад, при перетині траси зондувального променя частинкою пилу. Це означає, що змінюються також і значення $Ih_{max}(t)$, $Ih_{min}(t)$. Тому алгоритм, який запропонований для реалізації метод, передбачає безперервне відслідковування значень тієї, що огинає.

Результати моделювання процесу компенсації спотворень сигналу швидкості при нестационарних амплітудах взаємодіючих хвиль представлені на рис.2. З епюр на малюнку Рис. 2А також можна бачити програма відслідковує поточні зміни амплітуд $Ih_{max}(t)$, $Ih_{min}(t)$ (темні суцільні лінії). Модель розглядає три можливі випадки, представлених різними ділянками на епюрах. Ліва ділянка (зона I) відповідає випадку, коли величина сигналу перевищує перешкоду в п'ять разів $\eta = 5$. В зонах (II) і (III) співвідношення сигналу на заваді складає $\eta = 1.1$. Проте в (II) це відбувається за рахунок зменшення в 3,3 разу рівня корисного сигналу, а в (зоні III) за рахунок різкого підвищення сигналу перешкоди E_2 в 4,5 разів.

Результат компенсації спотворень представлений на рис.2Б. Як видно з наданих епюр пригнічення спотворень сигналу $V_{corr}(t)$ виконується досить добре для всіх розглянутих випадків, хоча і при наближенні відношення сигнал/перешкода до одиниці починають виявлятися залишкові осциляції. Це, як вказувалося вище, результат різних ексцесів функцій $(1 + u_s(t))$ і $u_{corr}(t)$. У той же час, виникнення певної асиметрії $V_{corr}(t)$ є прямий наслідок алгоритму обчислення $Ih_{max}(t)$ і $Ih_{min}(t)$, однак таке спотворення не перевищує декілька процентів.

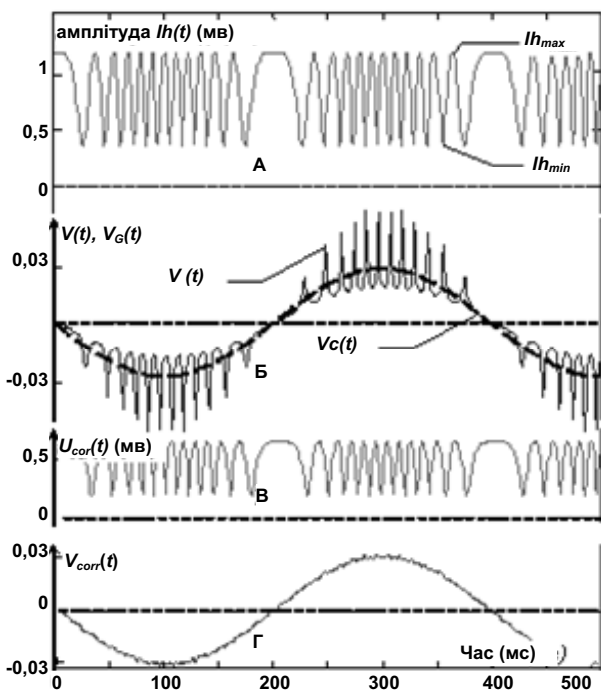


Рис. 1. Результати моделювання: епюри (А) амплітуди, (Б) вихідного сигналу віброметра в присутності завади, (В) сигналу корекції та вихідного сигналу (Г) після корекції

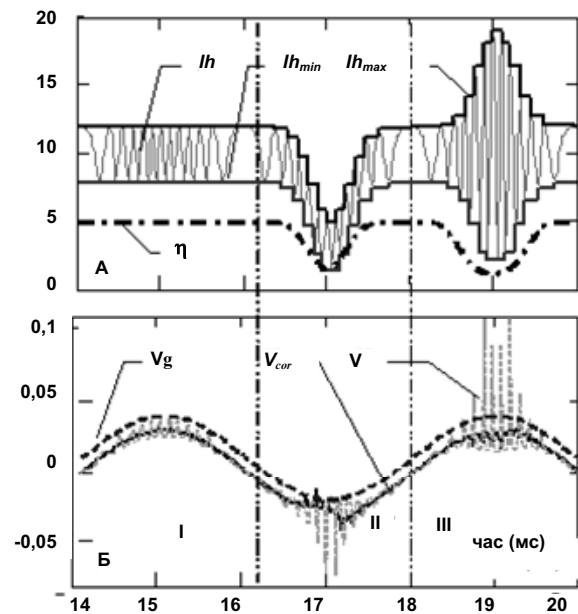


Рис. 2. Результати моделювання: епюри (А) амплітуди, (Б) вихідного сигналу віброметра, у присутності завади. Зона (I) $E_1 = 5$; $E_2 = 1$. Зона (II) $E_1 = 1,5$; $E_2 = 1$. Зона (III) $E_1 = 5$; $E_2 = 4,5$

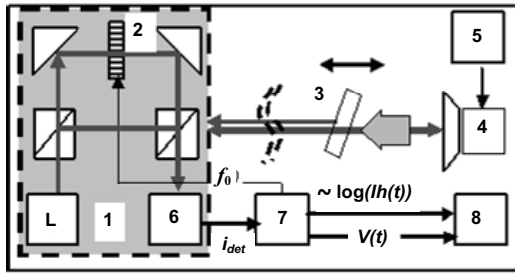


Рис. 3. Оптична схема експериментальної установки і модифікованого вібрметра (1-2)

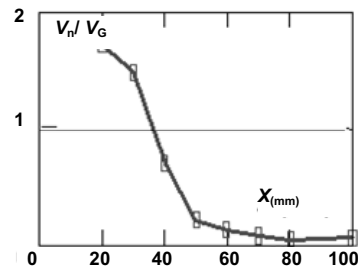


Рис. 4. Експериментальна залежність відносної величини амплітуди шумової компоненти V_n та сигналу V_G від відстані між об'єктом та вікном, $V_{peak} = 11 \text{ mm/s}$, $f = 210 \text{ Hz}$

Слід зазначити, що видиме спотворення сигналу у вигляді хвилястості або піків виявляється у тому випадку, коли амплітуда коливань задовольняє умові $x_{max} \geq \lambda/4$ і при довільній різниці фаз $\phi_1 - \phi_2$. У разі ж, коли $x_{max} < \lambda/4$, спотворення може набувати іншої форми залежно від різниці $\phi_1 - \phi_2$.

Експериментальна перевірка методу виконана за допомогою лазерного вібрметра CLV-S фірми Polytec GmbH. У вібрметрі використовується випромінювання He-Ne лазера (L) $\lambda=0,63 \text{ мкм}$. Основою оптичної системи вібрметра CLV є двопроменевий інтерферометр (1), що представлений на малюнку еквівалентною схемою інтерферометра Маха-Цандера. В інтерферометрі формуються опорний і зондувальний канал. Частота випромінювання в опорному каналі зміщується на частоту гетеродина комірною Бреґґа (2). Перед оптичною голівкою вібрметра розміщена скляна пластина (3), розташована з можливістю повздовжнього переміщення та нахилу відносно зондувального променя. Це дозволяє змінювати значення η . Пучок, відбитий від цієї пластини, і є сигнал перешкоди e_2 , в той час як зондувальний пучок опромінює мішень (4) – дифузор гучномовця, що живиться генератором гармонійних коливань (5). Поверхня дифузора гучномовця покрита "ретро-відбиваючою" фольгою. Зондувальне випромінювання, відбите мішенню (6), та хвиля-завада e_2 знов захоплюється оптичною системою вібрметра і потрапляють на фотодетектор (6), змішуючись з опорним сигналом e_0 . Високочастотний сигнал детектора i_{det} поступає в контролер (7) системи CLV, де здійснюється його демодуляція і формується сигнал, пропорційного миттєвій швидкості мішені. Контролер має також додатковий вихід сигналу, пропорційний логарифму амплітуди сигналу гетеродина $U_{RF} \sim \log(Ih)$. Обидва сигнали з виходів вібрметра потрапляють також на АЦП комп'ютера (8) для формування сигналу компенсації і корекції спотворень.

Щоб продемонструвати вплив хвилі-завади в реальному експерименті, ми в присутності скляного вікна (3) експериментально виміряли відношення середньої амплітуди шумової складової сигналу швидкості до амплітуди "істинного" сигналу швидкості без впливу завад від відстані між пластинкою (3) та об'єктом (4). Відстань від голівки (1) вібрметра до об'єкту 620 mm, пластина (3) розташовувалась нормально до зондувального променя.

Як можна бачити на малюку рис.4, при наближенні скляної пластини до об'єкту амплітуда спотворень зростає.

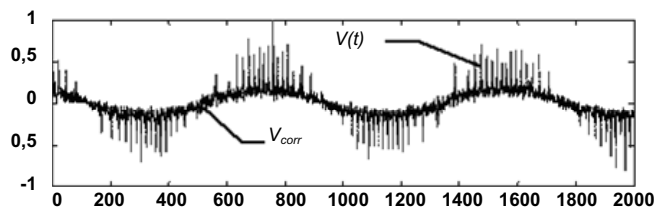


Рис. 5. Часові діаграми сигналу швидкості за наявності перешкоди (світлий колір) і відкоректований сигнал (темний колір)

Порівнюючи експериментальну криву з розрахунками отримуємо, що при відстані $x = 30 \text{ mm}$ відношення $\eta \approx 1.5$ а при відстані $x = 20 \text{ mm}$ амплітуда хвилі-завади, що відбивається скляним вікном перевищує амплітуду корисного сигналу, відбитого об'єктом ($\eta \approx 0.5$), що призводить до суттєвого спотворення сигналу.

На рис. 5 представлені результати експериментального застосування корегуючого алгоритму. Сіра строката лінія – сигнал на виході вібрметра без застосування алгоритму, а чорна з його застосуванням. Можна бачити, що алгоритм майже цілком усуває спотворення вихідного сигналу. За основу візьмемо дані наведені в [10]: частота 300 Гц, $\lambda=0,65$, $2 \cdot k \cdot x_{max}=18$, $\eta=1,1$.

Чисельне уявлення про результат компенсації спотворень дає порівняння спектрів вихідного сигналу вібрметра до (S_V – сірий колір) і після корекції (S_{corr} – чорний колір). (рис. 6). Як можна бачити, рівень завади знижується в середньому на 36-40 дБ.

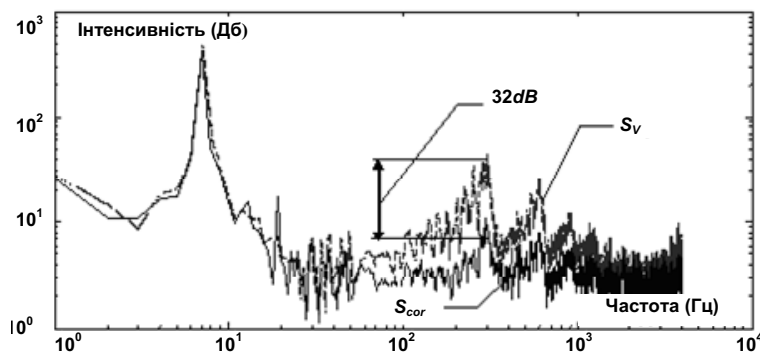


Рис. 6. Спектри сигналів швидкості за наявності перешкоди (світлий колір) і при використанні корекції (темний колір)

Висновки

Випадкові перешкоди на трасі розповсюдження зондувального променя лазерного вібрметра, а також захисні прозорі вікна та ілюмінатори можуть спотворювати сигнал вібрметра і знижувати співвідношення сигнал/завада. Запропонований алгоритм корекції використовує сигнал високочастотної оминаючої вібрметра на частоті гетеродину. Як підтверджено експериментами, застосування такого алгоритму дозволяє приблизно на 25-30 дБ покращити співвідношення сигнал/завада і відповідно підвищити чутливість вимірювання вібрації.

1. Саун М. Ю., Смілянець Ю. П., Яровой Л. К. Вимірювання вібрації обладнання КС засобами лазерної доплерівської вібрметрії // Інформаційний огляд ДК "Укртрансгаз". – 2003. – №6. 2. Патент США №5341106 МКИ6 H03D 1/18, 1991 З. Яровой Л. К. Метод дискретного вимірювання малих переміщень за допомогою лазерного вібрметра // Вісник Київського університету. Серія: механіка та математика. 2006. – Випуск. 15-16. 4. Яровой Л. К. Пат. 84937 Україна МПК G 01 B 9/02. "Спосіб вимірювання вібрації" № а 200614074 заяв. 29.12.2006, друк. 10.12.2008. Бюл. № 23 -4с.: in 5. Dussarrat O J, Clark D F and Moir T J New demodulation process to reduce cochannel interference for a laser vibrometer sensing system // Vibration Measurements by Laser Techniques, Proc. SPIE 3411. – 1998 6. LM Info Special, Polytec GmbH Waldbronn Germany 1. 2005. 7. Rochefoucauld O., Khana S., Olson E. Recording depth and signal competition in heterodyne interferometry // J. Acoust. Soc. Am. – 2005, – Vol.117 № 3. 8. Pai, P.F., Lee, S.Y., and Schulz, M.J. Structural Damage Detection and Estimation Using a Scanning Laser Vibrometer // SPIE's 6th Annual International Symposium on NDE for Health Monitoring and Diagnostics, Newport Beach, California, March 4-8, 2001. 9. Tarun Kumar Gangopadhyay etc. Wavelet analysis of optical signal extracted from a non-contact fibre-optic vibration sensor using extrinsic Fabry-Perot interferometer // Meas. Sci. Technol. – 2005, – Vol.16. 10. Yarovoi L., Siegmund G. The effect of three-wave interference in laser Doppler vibrometry // Meas. Sci. Technol. – 2004. – Vol. 15.

Надійшла до редколегії 24.03.09

УДК 517.95.4+530.1

О. Лісіна

Email: lisina_korovina@mail.ru

ПОБУДОВА 3D АТОМАРНИХ РАДІАЛЬНИХ БАЗИСНИХ ФУНКЦІЙ, ЩО ПОРОДЖУЮТЬСЯ ОПЕРАТОРОМ ГЕЛЬМГОЛЬЦА

Отримано фінитний (тобто с компактним носієм) нескінченно диференційовний розв'язок функціонально-диференціального рівняння, що будується за допомогою оператора Гельмгольца. Цей розв'язок є атомарною функцією трьох незалежних змінних і може використовуватись в безсіткових схемах розв'язання крайових задач математичної фізики як радіальні базисні функції

The finitly (with compact support) infinitely differentiated solution is got for functional differential equation which is built by the operator of Helmholtz. This solution is the atomic function of three independent variables and can be in the meshfree schemes of solution of boundary value problem of mathematical physics as radial functions

1. Вступ. Класи атомарних функцій багатьох змінних, за допомогою яких реалізуються процедури безсіткових методів розв'язання крайових задач математичної фізики, досліджувались в ряді робіт [5-7, 9]. Вказані атомарні функції породжуються оператором диференціального рівняння крайової задачі, що дозволяє значно спростити алгоритми побудови наближених розв'язків крайових задач. При розв'язанні крайової задачі, яка описує процес нестационарної теплопровідності для складних тривимірних областей, представляє інтерес процедура, що передбачає дискретизацію вихідного нестационарного рівняння за часом та подальший перехід до чисельного розв'язання диференціального рівняння Гельмгольца. Ця схема вказаної крайової задачі досліджувалась, зокрема, в роботі С.С.Сен'я [15]. Представлений в цій роботі підхід уявляється зручним при реалізації безсіткових методів розв'язання задач в тривимірних областях з використанням радіальних базисних функцій [12-14, 16], але вимагає уваги до особливостей, пов'язаних з властивостями цих функцій. У даній статті здійснюється побудова атомарної функції (нескінченно диференційовної, фінитної, тобто з компактним носієм атомарної функції), яка породжується диференціальним оператором Гельмгольца. Таким чином, ці функції будуть природними при реалізації безсіткових схем побудови розв'язків диференціальних рівнянь, в яких присутній оператор Гельмгольца.

Відмітимо, що алгоритм конструювання атомарної функції у випадку двох незалежних змінних, яка породжується за допомогою диференціального оператора Гельмгольца, був досліджений в роботі [8].

2. Основна частина. В роботі приділяється увага особливостям побудови атомарних функцій від трьох незалежних змінних, які є розв'язками функціонально-диференціального рівняння