4. Висновки

За загальних припущень у межах феноменологічної теорії теплопровідності побудовано інтегральні зображення точних аналітичних розв'язків нестаціонарних задач в обмежених кусково-однорідних просторових середовищах. Одержані розв'язки носять алгоритмічний характер, неперервно залежать від параметрів і даних задач й можуть бути використані як у теоретичних дослідженнях, так і в інженерних розрахунках.

1. *Боли Б., Уэйнер Дж.* Теория температурных напряжений. – М., 1964. 2. *Градштейн И.С., Рыжик И.М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. – М., 1971. 3. *Громик А.П., Конет І.М.* Нестаціонарні задачі теплопровідності в необмежених двоскладових просторових областях // Крайові задачі для диференціальних рівнянь: Зб. наук. пр. Чернів. нац. ун-ту ім. Ю.Федьковича. 2007. – Вип.15. – С. 67–82. 4. *Громик А.П., Конет І.М.* Початково-крайові задачі теплопровідності в необмежених двоскладових просторових областях // Крайові задачі для диференціальних рівнянь: Зб. наук. пр. Чернів. нац. ун-ту ім. Ю.Федьковича. 2008. – Вип.16. – С.100-118. 5. *Громик А.П., Конет І.М.* Початково-крайові задачі теплопровідності в необмежених тришарових просторових областях // Крайові задачі для диференціальних рівнянь: Зб. наук. пр. Чернів. нац. ун-ту ім. Ю.Федьковича. 2008. – Вип.17. – С. 102-120. 6. *Дейнека В.С., Сергиенко И.В., Скопецкий В.В.* Модели и методы решения задач с условиями сопряжения. К., 1998. 7. *Карслоу Г., Егер Д.* Теплопроводность твердых тел. – М., 1964. 8. *Коляно Ю.М.* Методы теплопроводности и термоупругости неоднородного тела. – К., 1992. 9. *Конет І.М.* Стаціонарні та нестаціонарні температурні поля в ортотропних сферичних областях. – К., 1998. 10. *Конет І.М., Ленюк М.П.* Стаціонарні та нестаціонарні температурні поля в циліндрично-кругових областях. – Чернівці, 2001. 11. *Конет І.М., Ленюк М.П.* Температурні поля в кусково-однорідних циліндричних областях. – Чернівці, 2004. 12. *Конет І.М., Ленюк М.П.* Нестаціонарні задачі теплопровідності в необмежених тришарових просторових областях // Крайові задачі для диференціальних рівнянь: Зб. наук. пр. Чернів. нац. ун-ту ім. Ю.Федьковича. 2008. – Вип.16. – С. 118–134. 13. *Ленюк М.П.* Температурні поля в плоских кусково-однорідних ортотропних областях. – К., 1997. 14. *Ленюк М.П.* Интегральные преобразования с разделенными переменными (Фурье, Ханкеля). – К., 1983. – (Препринт / АН УССР. Ин-т математики; 83.4). 15. *Подстригач Я.С., Ломакин В.А., Коляно Ю.М.* Термоупругость тел неоднородной структуры. – М., 1984. – 368 с. 16. *Сергиенко И.В., Скопецкий В.В., Дейнека В.С.* Математическое моделирование и исследование процессов в неоднородных средах. – К., 1991. 17. *Снеддон И.* Преобразования Фурье. – М., 1955. 18. *Тихонов А.Н., Самарский А.А.* Уравнения математической физики. – М., 1972. 19. *Шварц Л.* Математические методы для физических наук. – М., 1965.

Надійшла до редколегії 23.09.08

УДК 517.9

О. Капустян, докт. фіз.-мат. наук, Т. Шкляр, асп.

ЯКІСНА ПОВЕДІНКА РОЗВ'ЯЗКІВ НЕАВТОНОМНОГО ПАРАБОЛІЧНОГО ВКЛЮЧЕННЯ З ТРАНСЛЯЦІЙНО-КОМПАКТНОЮ ПРАВОЮ ЧАСТИНОЮ

В роботі для неавтономного параболічного включення з напівнеперервною зверху многозначною правою частиною за умов глобальної розв'язності і дисипативності доведено існування в фазовому просторі глобального атрактору.

In the paper for nonautonomous parabolic inclusion with upper semicontinuous multi-valued right-hand part only under conditions of global resolvability and dissipation we prove an existence of global attractor in the phase space.

Вступ

В роботі для параболічного включення, многозначна права частина якого явно залежить від часової змінної, досліджується проблема побудови на його сильних розв'язках сім'ї многозначних процесів, існування у цієї сім'ї глобального атрактору і з'ясування його властивостей. В роботі [1] проблема існування глобального атрактору була розв'язана для правої частини спеціального виду $f(t,u)=[0,\theta(t,u)]$, де $\forall\, t\in R$ функція $\theta(t,\cdot)$ належала класу функцій без розривів 2-го роду і задовольняла умову $\sup\limits_{t\in R}\Delta_c(\theta(t))\to 0$, $c\to 0$, де Δ_c – модуль компактності Скорохода [5]. Проте глобальна розв'язність вихідної задачі гарантується без вказаних умов на $f(t,u)$. Виходячи з результатів роботи [4] для нелінійного параболічного рівняння, де існування глобального атрактору доведено лише за умов глобальної розв'язності, метою даної роботи є одержати відповідний результат для дисипативного параболічного включення загального вигляду. Цього вдається досягти, довівши трансляційну компактність [3] відображення $f(t,u)$ в просторі напівнеперервних зверху многозначних відображень, метрика в якому – це відстань Хаусдорфа між відповідними графіками.

Постановка задачі

Розглядається задача дослідження при $t\to\infty$ розв'язків параболічного включення

$$\begin{cases}\dfrac{\partial y(t,x)}{\partial t}\in\Delta y(t,x)+f(t,y(t,x))+h(x),\ \ (t,x)\in(\tau,T)\times\Omega,\\ y(t,x)\,|_{x\in\partial\Omega}=0,\end{cases}\tag{1}$$

де $\Omega\subset R^n$ – обмежена область, $\tau\in R$ – початковий момент часу, $h\in L^2(\Omega)$, $f:R\times R\mapsto 2^R$ – задане многозначне відображення, що задовольняє умовам:

1) $f:R\times R\mapsto C_v(R)$, тобто $\forall\,(t,u)\in R\times R\ \ f(t,u)\neq\varnothing$, опукла, замкнена, обмежена в R;

2) $\forall\, t\in R$ відображення $f(t,\cdot):R\mapsto C_v(R)$ є напівнеперервним зверху (н.н.зв.);

3) $\forall\, t,s\in R\ \ \forall\, r>0\quad dist_h(graph|_r\ f(t),graph|_r\ f(s))\le\gamma(|t-s|,r)$, де $\gamma(\cdot,r)$ – неперервна функція така, що $\gamma(p,r)\to 0$, $p\to 0+$, $dist_h$ – відстань Хаусдорфа, $graph|_r\ f=\bigcup\limits_{|u|\le r}\{(u,w)\,|\,w\in f(u)\}$;

4) $\exists\, C_1,C_2\ge 0\ \ \forall\, t,u\in R\ \ |f(t,u)|\le C_1+C_2\,|u|$.

Зауважимо, що умова 3) виконується, якщо $\forall\, r>0\ \ \forall\,|u|\le r\ \ dist_h(f(t,u),f(s,u))\le\gamma(|t-s|,r)$.

Розв'язність задачі (1) гарантує наступна

Лема 1. [1] За умов 1)-4) для довільних $T > \tau$, $y_\tau \in H := L^2(\Omega)$ існує принаймні один сильний розв'язок (1) на $[\tau, T]$ з $y(\tau) = y_\tau$, тобто $\exists$ $y(\cdot) \in C([\tau,T]; L^2(\Omega)) \cap L^2(\tau, T; H_0^1(\Omega))$ $\exists$ $\xi \in L^2(\tau, T; L^2(\Omega))$ такі, що $\xi(t,x) \in f(t, y(t,x))$ м.с. на $(\tau, T) \times \Omega$, $y(\tau, x) = y_\tau(x)$ і $\forall\, v \in H_0^1(\Omega)$

$$\frac{d}{dt}(y,v) = -((y,v)) + (\xi, v) + (h,v) . \tag{2}$$

Той факт, що функція y приймає значення y_τ при $t = \tau$ і задовольняє (2) з деякою функцією ξ, будемо позначати $y = I(y_\tau)\xi$.

Основний результат роботи полягає в тому, що за умов глобальної розв'язності 1)-4) і додаткової умови дисипативності задача (1) породжує сім'ю многозначних процесів, для якої в фазовому просторі $H = L^2(\Omega)$ існує компактний, інваріантний, стійкий глобальний атрактор.

З цією метою наведемо основні факти і конструкції теорії глобальних атракторів многозначних процесів, а також деякі необхідні відомості з аналізу многозначних відображень.

Побудова сім'ї многозначних процесів

Позначимо $R_d = \{(t,\tau) \in R^2 \mid t \ge \tau\}$, $\beta(H)$ – сукупність всіх непорожніх, обмежених підмножин H, $C(H)$ – сукупність всіх непорожніх, замкнених підмножин H.

Означення 1. Відображення $U : R_d \times H \mapsto 2^H$ будемо називати многозначним процесом (МП) на H, якщо $\forall\, u \in H$

1) $U(\tau, \tau, u) = u \quad \forall\, \tau \in R$;

2) $U(t,\tau,u) \subseteq U(t,s,U(s,\tau,u)) \quad \forall\, (t,s), (s,\tau) \in R_d$.

Розглянемо сім'ю МП $\{U_\sigma \mid \sigma \in \Sigma\}$, де Σ -компакт, на якому діє (можливо, многозначна) група перетворень $\{T(h) : \Sigma \mapsto 2^\Sigma\}_{h \in R}$ і для довільних $(t,\tau) \in R_d$, $h \in R$, $u \in H$ і $\sigma \in \Sigma$ маємо

$$U_\sigma(t+h, \tau+h, u) \subseteq U_{T(h)\sigma}(t,\tau,u).$$

Позначимо $U_\Sigma(t,\tau,u) = \bigcup\limits_{\sigma \in \Sigma} U_\sigma(t,\tau,u)$.

Означення 2. Множина $\Theta_\Sigma \subset C(H)$ називається глобальним атрактором сім'ї МП $\{U_\sigma \mid \sigma \in \Sigma\}$, якщо:

1) Θ_Σ є рівномірно притягуючою множиною, тобто

$\forall\, B \in \beta(H) \quad \forall\, \tau \in R \quad dist(U_\Sigma(t,\tau,B), \Theta_\Sigma) \to 0, \; t \to \infty$;

2) для довільної рівномірно притягуючої множини Y виконується $\Theta_\Sigma \subset Y$.

При цьому Θ_Σ називається інваріантним, якщо $\forall\, (t,\tau) \in R_d$

$$\Theta_\Sigma = U_\Sigma(t,\tau,\Theta_\Sigma) .$$

Θ_Σ називається стійким, якщо $\forall\, \varepsilon > 0 \;\; \exists\, \delta > 0$

$$\forall\, (t,\tau) \in R_d \quad U_\Sigma(t,\tau, O_\delta(\Theta_\Sigma)) \subset O_\varepsilon(\Theta_\Sigma)$$

Лема 2. [4] Нехай в умовах 2),3) мають місце рівності і виконуються умови:

1) $\exists\, B_0 \in \beta(H)\; \forall\, B \in \beta(H)\; \exists = T(B)\; \forall\, t \ge T\; U_\Sigma(t,0,B) \subset B_0$;

2) $\forall\, t > 0$ *множина* $U_\Sigma(t,0,B_0)$ *є предкомпактом в* H;

3) *якщо* $y_n \in U_{\sigma_n}(t_n, 0, u_n),\; \sigma_n \to \sigma_0,\; t_n \to t_0,\; u_n \to u_0,$ *то по підпослідовності* $y_n \to y_0 \in U_{\sigma_0}(t_0, 0, u_0)$.

Тоді сім'я МП $\{U_\sigma \mid \sigma \in \Sigma\}$ має в просторі H компактний, інваріантний, стійкий глобальний атрактор.

Побудову параметричної множини Σ будемо здійснювати на основі поняття трансляційно-компактної функції.

Означення 3. [3] Нехай M – повний метричний простір, $C(R;M)$ – повний метричний простір неперервних відображень з R в M з топологією рівномірної збіжності на компактах. Для фіксованого $\sigma(\cdot) \in C(R;M)$ покладемо $H(\sigma) := cl_{C(R;M)}\{\sigma(t+\cdot) \mid t \in R\}$. Функцію $\sigma(\cdot) \in C(R;M)$ будемо називати трансляційно-компактною (тр.-к.) в $C(R;M)$, якщо $H(\sigma)$ – компакт в $C(R;M)$.

Розглянемо простір M_r всіх н.н.зв., опуклозначних відображень $\psi : [-r, r] \mapsto C_v(R)$, що задовольняють оцінку $|\psi(u)| \le C_1 + C_2 |u|$ і розглянемо функцію $\rho_r : M_r \times M_r \mapsto R$

$$\rho_r(\psi_1, \psi_2) = dist_h(graph\psi_1, graph\psi_2) .$$

Тоді з [2] (M_r, ρ_r) – компактний метричний простір. Покладемо

$$M = \{\psi : R \mapsto C_v(R) \mid \; \psi - \textit{н.н.зв.}, \; |\psi(u)| \le C_1 + C_2 |u|\} ;$$

$$\psi_n \to \psi \;\; \textit{в} \;\; M \Leftrightarrow \forall\, r > 0 \;\; \rho_r(\psi_n, \psi) \to 0, n \to \infty . \tag{3}$$

Тоді легко показати, що M компактний метричний простір, збіжність по метриці ρ якого еквівалентна збіжності (3). Прояснимо на прикладах [5] характер збіжності (3). Нехай напівнеперервні зверху відображення $\psi_n(u)=[g_n(u),f_n(u)]$, $\psi(u)=[g(u),f(u)]$ діють з $[0,1]$ в $C_v([0,1])$.

По-перше, якщо $g_n(u)=g(u)=0$, $f_n(u)=\begin{cases}0, u\in[0,1/2-1/n)\\ 1/2, u\in[1/2-1/n,1/2+1/n)\\ 1, u\ge 1/2+1/n\end{cases}$, $f(u)=\begin{cases}0, u\in[0,1/2)\\ 1, u\ge 1/2\end{cases}$, то $\psi_n\to\psi$, але $f_n \not\to f$ поточково. З іншого боку, якщо $\psi_n\to\psi$, $u_n\to u$, то $\forall\,\xi_n\in\psi_n(u_n)$ $dist(\xi_n,\psi(u))\to 0$. Дійсно, $\forall\,\varepsilon>0$ $\exists\,\delta>0$ $\forall\, v\in B_\delta(u)$ $\psi(v)\subset B_\varepsilon(\psi(u))$. Оскільки $\forall\, n\ge N$ $(u_n,\xi_n)\in B_\delta(graph\psi)$ і $u_n\to u$, то $\xi_n\in\bigcup\limits_{v\in B_\delta(u)}\psi(v)\subset B_\varepsilon(\psi(u))$.

По-друге, легко показати, що якщо $f_n\to f$, $g_n\to g$ в метриці Скорохода (і, тим більше, рівномірно), то $\psi_n\to\psi$, але не навпаки.

Дійсно, для $g_n(u)=g(u)=0$, $f_n(u)=\begin{cases}0, u\in[0,1/2-1/n)\\ n(u-1/2)+1, u\in[1/2-1/n,1/2)\\ 1, u\ge 1/2\end{cases}$, $f(u)=\begin{cases}0, u\in[0,1/2)\\ 1, u\ge 1/2\end{cases}$ маємо, що $\psi_n\to\psi$, але не дивлячись на поточкову збіжність, $f_n\not\to f$ в метриці Скорохода.

З критерію трансляційної компактності [3] одразу маємо

Лема 3. Нехай f задовольняє умови 1)-4). Тоді f тр.-к. в $C(R;M)$, тобто множина $\Sigma=H(f)$ - компакт в $C(R;M)$. Крім того, $\forall\,\sigma\in\Sigma$ задовольняє умови 1)-4).

Тепер для довільного $\sigma\in\Sigma$ розглянемо задачу

$$\begin{cases}\dfrac{\partial y(t,x)}{\partial t}\in\Delta y(t,x)+\sigma(t,y(t,x))+h(x),\ (t,x)\in(\tau,T)\times\Omega,\\ y(t,x)\,|_{x\in\partial\Omega}=0,\\ y(t,x)\,|_{t=\tau}=y_\tau(x).\end{cases}\qquad (1)_\sigma$$

В силу леми 3 і леми 1 задача $(1)_\sigma$ глобально розв'язна в тому ж сенсі, що і задача (1).

Тепер на розв'язках $(1)_\sigma$ розглянемо сім'ю відображень $\{U_\sigma\}_{\sigma\in\Sigma}$

$$U_\sigma(t,\tau,y_\tau):=\{y(t)\,|\,y(\cdot)-\text{розв'язок }\ (1)_\sigma\}\,. \qquad (4)$$

Основний результат

Основним результатом щодо якісного аналізу поведінки розв'язків задачі (1) є наступна

Теорема. Нехай в задачі (1) функція $f(t,y)=[\kappa(t,y),\theta(t,y)]$ задовольняє умови 1)-4), і наступну

$$\exists\, M>0\ \ \exists\,\varepsilon>0\ \ \forall (t,y)\in R^2\ \ \ \forall\,\xi\in f(t,y)\qquad \xi y\le(\lambda_1-\varepsilon)y^2+M\,, \qquad (5)$$

де λ_1 – перше власне значення $-\Delta$ в $H_0^1(\Omega)$.

Тоді сім'я многозначних відображень, означених формулою (4), утворює сім'ю строгих МП $\{U_\sigma\}_{\sigma\in\Sigma}$, що має в фазовому просторі $H=L^2(\Omega)$ компактний, інваріантний, стійкий глобальний атрактор.

Доведення. Те, що для довільного $\sigma\in\Sigma$ відображення (4) є МП, причому в умовах 2),3) означення 1 має місце рівність, доводиться аналогічно [1]. Тепер покажемо, що для довільних $\sigma\in\Sigma$, $(t,v)\in R^2$ виконується нерівність

$$\forall\,\xi\in\sigma(t,v)\qquad \xi v\le(\lambda_1-\varepsilon)v^2+M\,. \qquad (6)$$

Для $\sigma=f$ відповідна нерівність гарантується умовою (5). В силу трансляційної компактності існує послідовність $\{t_n\}$ така, що $\forall\, t\in R$ $\forall\, r>0$ $dist_h(graph\,|_r\ f(t+t_n), graph\,|_r\ \sigma(t))\to 0,\ n\to\infty$

Оскільки

$$graph\,|_r\ f(t+t_n)\subset\bigcup_{|v|\le r}\{(v,\xi)\,|\,\xi v\le(\lambda_1-\varepsilon)v^2+M\}\,, \qquad (7)$$

і замкнена множина зправа не залежить від n, то аналогічне вкладення справедливе і для $graph\,|_r\ \sigma(t)$, що і доводить (6).

Тепер нехай $\tau=0$, $y_0\in L^2(\Omega)$, $y=y(t,x)$ – розв'язок $(1)_\sigma$ в сенсі леми 1 з $l_\sigma(t,x))\in\sigma(t,y(t,x))$ м.с. Тоді в силу (4)

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\|y(t)\|^2+\lambda_1\|y(t)\|^2\le(\lambda_1-\frac{\varepsilon}{2})\|y(t)\|^2+M|\Omega|+\frac{1}{2\varepsilon}\|h\|^2,$$

і отже $\dfrac{1}{2}\dfrac{d}{dt}\|y(t)\|^2+\dfrac{\varepsilon}{2}\|y(t)\|^2\le M|\Omega|+\dfrac{1}{2\varepsilon}\|h\|^2$.

Звідси, застосовуючи лему Гронуола, маємо оцінку

$$\| y(t)\|^2 \le \| y(0)\|^2 \ e^{-\varepsilon t} + \int_0^t (2M\,|\,\Omega\,| + \frac{1}{\varepsilon}\| h\|^2)e^{-\varepsilon(t-s)}ds \ , \tag{8}$$

з якої одержуємо умову 1) леми 2.

З оцінок (6),(8) аналогічно [1] виводимо, що для довільних $t_* > 0$, $r > 0$ множина $U_\Sigma(t_*, 0, B_r)$ – предкомпакт в H. Це означає, що сім'я МП $\{U_\sigma\}_{\sigma\in\Sigma}$ має в фазовому просторі H компактний глобальний атрактор.

Доведемо умову 3) леми 2. Нехай $p_n \in U_{\sigma_n}(t_n, 0, y_n^0)$, $\sigma_n \to \sigma$ в Σ, $y_n^0 \to y^0$, $t_n \to t_0$ і доведемо, що принаймні по підпослідовності $p_n \to p \in U_\sigma(t_0, 0, y^0)$. Зафіксуємо $T > t_0$. Маємо, що $y_n(\cdot)$ – розв'язок $(1)_{\sigma_n}$, $y_n(t_n) = p_n$, $l_{\sigma_n}(s,x) \in \sigma_n(s, y_n(s,x))$ м.с. Оскільки $\| l_{\sigma_n}(s)\| \le K(1+\| y_n(s)\|)$ з деякою константою $K > 0$, що не залежить від n, то з (8) в силу [2] існують функції l_σ, $y = I(y^0)l_\sigma$ такі, що по підпослідовності $l_{\sigma_n} \to l_\sigma$ слабо в $L^1(0,T;H)$, $y_n \to y$ в $C([0,T];H)$. Звідси $y_n(t_n) = p_n \to y(t_0)$, $y_n(t,x) \to y(t,x)$ м. с. і для включення $y(t_0) \in U_\sigma(t_0, 0, y^0)$ залишилось показати, що $l_\sigma(s,x) \in \sigma(s, y(s,x))$ м.с. Зафіксуємо $(t,x) \in [0,T]\times\Omega$, для яких $y_n(t,x) \to y(t,x)$. Тоді $\forall\ \varepsilon > 0$ $\exists\ N = N(t,x,\varepsilon)$ $\forall\ n \ge N$

$$l_{\sigma_n}(t,x) \in B_\varepsilon(\sigma(t, y(t,x))) \ . \tag{9}$$

В силу теореми Мазура зі слабкої збіжності $l_{\sigma_n} \to l_\sigma$ в $L^1(0,T;H)$ маємо існування опуклих комбінацій, що збігаються сильно, тобто $\exists\ S_n = \sum_{i=1}^n \lambda_i^{(n)} l_{\sigma_{n_i}}$, $\lambda_i^{(n)} \ge 0$, $\sum_{i=1}^n \lambda_i^{(n)} = 1$, $S_n \to l_\sigma$ в $L^1(0,T;H)$. Отже, по деякій підпослідовності $S_n(t,x) \to l_\sigma(t,x)$ м.с. Тоді з (9) в силу довільності $\varepsilon > 0$ отримуємо

$$l_\sigma(t,x) \in \sigma(t, y(t,x)) \ , \tag{10}$$

і шукана властивість доведена. Теорема доведена.

Висновки

В роботі для параболічного включення, многозначна права частина якого є напівнеперервною зверху по фазовій змінній, лише за умов глобальної розв'язності і дисипативності доведено, що його сильні розв'язки породжують сім'ю многозначних процесів, для якої в фазовому просторі існує компактний, інваріантний, стійкий глобальний атрактор.

Робота виконана при підтримці Державного фонду фундаментальних досліджень (грант Ф25.1/047).

1. *Капустян О.В., Касьянов П.О.* Глобальний атрактор неавтономного включення з розривною правою частиною // УМЖ. – 2003. – Т. 55, № 11. – С. 1467–1475. 2. *Толстоногов А.А.* Дифференциальные включения в банаховом пространстве. – Н.:Наука, 1986. 3. *Chepyzhov V.V., Vishik M.I.* Evolution equations and their trajectory attractors // J.Math. Pures Appl. – 1997. – v.76, n.10. – P. 913–964. 4. *Kapustyan O.V., Valero J.* On the connectedness and asymptotic behavior of solutions of reaction-diffusion systems // J. Math. Anal. Appl. – 2006, vol.323, P. 614–633. 5. *Silvestrov D.* Limit theorems for randomly stopped stochastic processes. – Springer, 2003.

Надійшла до редколегії 04.12.08

УДК 517.9

І. Лакоза, асп., В. Самойленко, д-р фіз.-мат. наук, проф.

ВПЛИВ ЗОВНІШНЬОГО ЗБУРЕННЯ НА ВЛАСТИВОСТІ РОЗВ'ЯЗКІВ РІВНЯННЯ ГАРМОНІЙНИХ КОЛИВАНЬ З ІМПУЛЬСНОЮ ДІЄЮ

Досліджено властивості розв'язків рівняння гармонійних коливань при наявності довготривалих (у часі) зовнішніх сил імпульсної природи в залежності від величин імпульсної дії. Отримано умови збільшення (зменшення)амплітуди коливань та умови існування періодичних розв'язків.

Properties of solution to harmonic equation with long lasting pulses are studied. Conditions of increase (decrease) of the oscillation amplitude and conditions for existence of periodic solutions are obtained.

1. Вступ

Останнім часом значний інтерес становить дослідження систем диференціальних рівнянь з імпульсною дією [3]. Такі системи виникають в якості математичних моделей різноманітних задач практики, для яких притаманні процеси або зовнішні збурення, тривалістю яких можна знехтувати при складанні їх математичних моделей. Як показано в [1–3], на властивості розв'язків диференціальних рівнянь з імпульсною дією суттєвий вплив можуть виявляти величини та моменти імпульсної дії (умови імпульсної дії). Разом з тим, при вивченні деяких важливих задач практики, наприклад, поведінки клітин головного мозку людей, що страждають на хворобу Паркінсона, досліджується вплив електричних імпульсів на поведінку нейронів головного мозку, при цьому такі імпульси, на відміну від згаданих вище задач, тривають порівняно довго [4], тобто їх тривалістю не можна нехтувати.

В даній статті розглядається задача про поведінку неперервно диференційованих розв'язків лінійних диференціальних рівнянь другого порядку з переключенням [3], коли в різних областях розширеного фазового простору поведінка розглядуваної системи описується диференціальним рівнянням з різними правими частинами.