УДК 519.21

О. Синявська, асп.
e-mail:olja_sunjavska@ua.fm

ОЦІНКА ПАРАМЕТРА ХЮРСТА ДРОБОВОГО АНІЗОТРОПНОГО ВІНЕРІВСЬКОГО ПОЛЯ

Побудовано бакстерівську оцінку невідомого параметра Хюрста дробового анізотропного вінерівського поля $B^{(H)}$*. Знайдено області надійності для параметра* H *та оцінку кубічної розмірності графіка* $B^{(H)}$*.*

Baxter estimate of the unknown Hurst vector parameter of fractional anisotropic Wiener field $B^{(H)}$ *is constructed Range of confidence for parameter* H *and estimate of the box dimension of the graph of* $B^{(H)}$ *is found.*

Вступ

Як відомо,

$$S_n(W)=\sum_{k=1}^{2^n}\left(W\left(\frac{k}{2^n}\right)-W\left(\frac{k-1}{2^n}\right)\right)^2 \to 1, n\ge 1$$

з ймовірністю одиниця при $n\to\infty$, де $W(t), t\ge 0$ – стандартний броунівський рух. Цей результат встановив відомий французький математик П.Леві. Пізніше Г.Бакстер [4] узагальнив цей результат на певний клас гауссових випадкових процесів. Суми $S_n(\xi)$, де $\xi(t), t\in[0,1]$, – випадковий процес, називають бакстерівськими сумами.

Статистики, побудовані за допомогою бакстерівських сум, успішно застосовують для побудови оцінок параметрів випадкових функцій. Ці статистики дозволяють побудувати сильно консистентні оцінки та неасимптотичні області надійності для певного класу випадкових процесів і полів. Так у [3; 5] методом бакстерівських сум побудовано сильно консистентні оцінки, неасимптотичні області надійності для заданого рівня довіри параметра Хюрста випадкового процесу дробового броунівського руху.

Дробовим анізотропним вінерівським полем з параметром Хюрста $H=(H_1,\dots,H_m), 0<H_i<1, 1\le i\le m$ називається гауссове випадкове поле $B=\left\{B^{(H)}(t): t\in R^m\right\}$ з нульовим середнім значенням та коваріаційною функцією:

$$EB^{(H)}(t)B^{(H)}(s)=\frac{1}{2^m}\prod_{i=1}^{m}\left(|t_i|^{2H_i}+|s_i|^{2H_i}-|t_i-s_i|^{2H_i}\right),$$

де $t=(t_1,\dots,t_m), s=(s_1,\dots,s_m)\in R^m$. В [6] знайдена кубічну розмірність графіка реалізацій $B^{(H)}$ на довільному m-вимірному паралелепіпеді, а саме доведено, що вона дорівнює $m+1-\chi$, де $\chi=\min(H_1,\dots,H_m)$.

Постановка задачі

За спостереженням дробового анізотропного вінерівського поля $\left\{B^{(H)}(t): t\in R^m\right\}$ на ребрах

$$E_i=\left\{(t_1,\dots,t_m)\middle| t_1=1,\dots,t_{i-1}=1, 0\le t_i\le 1, t_{i+1}=1,\dots,t_m=1\right\}, 1\le i\le m,$$

одиничного m-вимірного паралелепіпеда потрібно побудувати сильно консистентну оцінку векторного параметра $H\in\prod_{i=1}^{m}\left(0,H_i^*\right]$ і кубічної розмірності графіка реалізації цього поля, вказати області надійності для заданого рівня довіри. Величини $H_i^*, 1\le i\le m$, вважаються відомими і належать інтервалу $(0,1)$.

Основна частина

Для розв'язування цієї задачі оцінювання застосуємо метод бакстерівських сум, оскільки цей метод дозволяє побудувати неасимптотичні області надійності для параметра, що оцінюється.

Звуження поля B на E_i позначимо $B_i^{(H)}(t_i), 0\le t_t\le 1, i=\overline{1,m}$, з коваріаційною функцією:

$$EB^{(H)}(t_i)B^{(H)}(s_i)=\frac{1}{2^m}\prod_{i=1}^{m}\left(|t_i|^{2H_i}+|s_i|^{2H_i}-|t_i-s_i|^{2H_i}\right)=\frac{1}{2}\left(|t_i|^{2H_i}+|s_i|^{2H_i}-|t_i-s_i|^{2H_i}\right), \quad (1)$$

тобто $B_i^{(H)}$ є дробовим броунівським рухом з параметром Хюрста H_i.

Розглянемо послідовність бакстерівських сум з приростами другого порядку:

$$\widehat{S}_n^{(i)}=\sum_{k=1}^{2^n}\left(\Delta_2 B^{(H)}\left(\frac{k}{n}\right)\right)^2=\sum_{k=1}^{2^n}\left(B_i^{(H)}\left(\frac{k+1}{2^n}\right)-2B_i^{(H)}\left(\frac{k}{2^n}+\frac{1}{2^{n+1}}\right)+B_i^{(H)}\left(\frac{k}{2^n}\right)\right)^2, n\ge 1.$$

Теорема 1. Нехай $B_i^{(H)}(t_i), i=\overline{1,m}$, – звуження дробового анізотропного вінерівського поля з параметром Хюрста $H=(H_1,\dots,H_m), H_i\in\left(0,H_i^*\right], H_i^*<1$ та коваріаційною функцією (1). Тоді статистика $\widehat{H}_n^{(i)}=\frac{1}{2}\left(1-\frac{\log_2\widehat{S}_n^{(i)}}{n}\right), n\ge 1$, є сильно консистентною оцінкою параметра $H_i, 1\le i\le m$.

Доведення. Обчислимо $E\widehat{S}_n^{(i)}$:

$$E\widehat{S}_n^{(i)} = E\sum_{k=1}^{2^n}\left(B_i^{(H)}\left(\frac{k+1}{2^n}\right)-2B_i^{(H)}\left(\frac{k}{2^n}+\frac{1}{2^{n+1}}\right)+B_i^{(H)}\left(\frac{k}{2^n}\right)\right)^2 = E\sum_{k=1}^{2^n}\left(\left(B_i^{(H)}\left(\frac{k+1}{2^n}\right)\right)^2+\right.$$

$$+4\left(B_i^{(H)}\left(\frac{k}{2^n}+\frac{1}{2^{n+1}}\right)\right)^2+\left(B_i^{(H)}\left(\frac{k}{2^n}\right)\right)^2-4B_i^{(H)}\left(\frac{k+1}{2^n}\right)B_i^{(H)}\left(\frac{k}{2^n}+\frac{1}{2^{n+1}}\right)-4B_i^{(H)}\left(\frac{k}{2^n}+\frac{1}{2^{n+1}}\right)B_i^{(H)}\left(\frac{k}{2^n}\right)+$$

$$\left.+2B_i^{(H)}\left(\frac{k+1}{2^n}\right)B_i^{(H)}\left(\frac{k}{2^n}\right)\right)=2^n\left(\frac{4}{\left(2^{n+1}\right)^{2H_i}}-\frac{1}{2^{2H_in}}\right)=2^{n(1-2H_i)}\left(\frac{4}{2^{2H_i}}-1\right).$$

Знайдемо тепер $\operatorname{Var}\widehat{S}_n^{(i)}$: $\operatorname{Var}\widehat{S}_n^{(i)} = E\left(\widehat{S}_n^{(i)}\right)^2-\left(E\widehat{S}_n^{(i)}\right)^2, n\ge 1$.Для подальшого обчислення використаємо формулу [1, с. 29] для математичного сподівання добутку випадкових величин, які мають сумісний гауссовий розподіл з нульовим середнім значенням:

$$E(\eta_1\eta_2\eta_3\eta_4)=E(\eta_1\eta_2)E(\eta_3\eta_4)+E(\eta_1\eta_3)E(\eta_2\eta_4)+E(\eta_1\eta_4)E(\eta_2\eta_3).$$

Тоді

$$\operatorname{Var}\widehat{S}_n^{(i)}=\sum_{k,j=1}^{2^n}\left(E\left(\Delta_2B_i^{(H)}\left(\frac{k}{2^n}\right)\right)^2E\left(\Delta_2B_i^{(H)}\left(\frac{j}{2^n}\right)\right)^2+2\left(E\Delta_2B_i^{(H)}\left(\frac{k}{2^n}\right)\Delta_2B_i^{(H)}\left(\frac{j}{2^n}\right)\right)^2\right)-\left(E\sum_{k=1}^{2^n}\left(\Delta_2B_i^{(H)}\left(\frac{k}{2^n}\right)\right)\right)^2=$$

$$=2\sum_{k,j=1}^{2^n}\left(E\Delta_2B_i^{(H)}\left(\frac{k}{2^n}\right)\Delta_2B_i^{(H)}\left(\frac{j}{2^n}\right)\right)^2=2\sum_{k=1}^{2^n}\left(E\left(\Delta_2B_i^{(H)}\left(\frac{k}{2^n}\right)\right)^2\right)^2+4\sum_{\substack{k,j=1\\k>j}}^{2^n}\left(E\Delta_2B_i^{(H)}\left(\frac{k}{2^n}\right)\Delta_2B_i^{(H)}\left(\frac{j}{2^n}\right)\right)^2.$$

Знайдемо спочатку $E\Delta_2B_i^{(H)}\left(\frac{k}{2^n}\right)\Delta_2B_i^{(H)}\left(\frac{j}{2^n}\right)$. Маємо:

$$E\Delta_2B_i^{(H)}\left(\frac{k}{2^n}\right)\Delta_2B_i^{(H)}\left(\frac{j}{2^n}\right)=E\left(B_i^{(H)}\left(\frac{k+1}{2^n}\right)-2B_i^{(H)}\left(\frac{k}{2^n}+\frac{1}{2^{n+1}}\right)+B_i^{(H)}\left(\frac{k}{2^n}\right)\right)\left(B_i^{(H)}\left(\frac{j+1}{2^n}\right)+B_i^{(H)}\left(\frac{j}{2^n}\right)-\right.$$

$$\left.-2B_i^{(H)}\left(\frac{j}{2^n}+\frac{1}{2^{n+1}}\right)\right)=-3\left|\frac{k-j}{2^n}\right|^{2H_i}+2\left|\frac{(k-j)+\frac{1}{2}}{2^n}\right|^{2H_i}-\frac{1}{2}\left|\frac{(k-j)+1}{2^n}\right|^{2H_i}-\frac{1}{2}\left|\frac{(k-j)-1}{2^n}\right|^{2H_i}+2\left|\frac{(k-j)-\frac{1}{2}}{2^n}\right|^{2H_i}.$$

Зробимо заміну $k-j=l, 1\le l\le 2^n-1$. Отримаємо:

$$\operatorname{Var}\widehat{S}_n^{(i)}=2^{n(1-4H_i)}2\left(\frac{4}{2^{2H_i}}-1\right)^2+4\sum_{l=1}^{2^n-1}\left(2^n-l\right)\left(-3\left|\frac{l}{2^n}\right|^{2H_i}+2\left|\frac{l+\frac{1}{2}}{2^n}\right|^{2H_i}-\frac{1}{2}\left|\frac{l+1}{2^n}\right|^{2H_i}-\frac{1}{2}\left|\frac{l-1}{2^n}\right|^{2H_i}+2\left|\frac{l-\frac{1}{2}}{2^n}\right|^{2H_i}\right)^2=$$

$$=2^{n(1-4H_i)}\left(2\left(2^{2-2H_i}-1\right)^2+4\sum_{l=1}^{2^n-1}\left(1-\frac{l}{2^n}\right)\left(-3(l)^{2H_i}+2\left(l+\frac{1}{2}\right)^{2H_i}-\frac{1}{2}(l+1)^{2H_i}-\frac{1}{2}(l-1)^{2H_i}+2\left(l-\frac{1}{2}\right)^{2H_i}\right)^2\right).$$

Покладемо: $S_n=2^{n(2H_i-1)}\widehat{S}_n$. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\operatorname{Var}S_n^{(i)}$ збігається для всіх значень параметра $H_i<1$, а тому [2, с. 24] $S_n^{(i)}-ES_n^{(i)}\to 0, n\to\infty$ з ймовірністю одиниця. Звідси отримаємо:

$$2^{n(2H_i-1)}\widehat{S}_n^{(i)}\to 2^{2-2H_i}-1, n\to\infty,$$

$$(2H_i-1)+\frac{\log_2\widehat{S}_n^{(i)}}{n}\to 0, n\to\infty,$$

$$\frac{1}{2}\left(1-\frac{\log_2\widehat{S}_n^{(i)}}{n}\right)\to H_i, 1\le i\le m, \text{ з ймовірністю 1 при } n\to\infty.$$

Отже, статистика

$$\widehat{H}_n^{(i)}=\frac{1}{2}\left(1-\frac{\log_2\widehat{S}_n^{(i)}}{n}\right), n\ge 1$$

є сильно консистентною оцінкою параметра Хюрста $H_i, 1\le i\le m$. Теорему доведено.

Таким чином, $\widehat{H}_n = \left(\widehat{H}_n^{(1)}, \ldots, \widehat{H}_n^{(m)}\right)$ є сильно консистентною оцінкою параметра H.

Тепер можна побудувати оцінку кубічної розмірності випадкового поля $B^{(H)}$.

Означення 1. [6] Нехай $F \subset R^{m+1}$ деяка обмежена підмножина і для $\delta > 0$ $N_\delta(F)$ – мінімальна кількість множин з діаметром, що не перевищує δ, які покривають F. Кубічною розмірністю множини F називається границя

$$\dim_b F = \lim_{\delta \to 0} \frac{\log N_\delta(F)}{\log \delta^{-1}},$$

якщо вона існує та скінченна.

Теорема 2. [6] Нехай $H = (H_1, \ldots, H_m), 0 < H_i < 1, 1 \le i \le m, \chi = \min(H_1, \ldots, H_m), I^m$ – одиничний куб. Тоді

$$P\left\{\dim_b \Gamma\left(B^{(H)}\Big|_{I^m}\right) = m + 1 - \chi\right\} = 1,$$

де $\Gamma(f)$ – графік функції f.

Позначимо кубічну розмірність $B^{(H)}$ через d: $d = m + 1 - \chi$.

Покладемо: $\widehat{H}_n^{\min} = \min\left(\widehat{H}_n^{(1)}, \widehat{H}_n^{(2)}, \ldots, \widehat{H}_n^{(m)}\right)$. Тоді $\widehat{d}_n = m + 1 - \widehat{H}_n^{\min} \to d$ з ймовірністю одиниця при $n \to \infty$. Отже, внаслідок теореми 1, $\widehat{d}_n$ є сильно консистентною оцінкою кубічної розмірності дробового анізотропного вінерівського поля $B^{(H)}$.

Нехай (Ω, F, P) – імовірнісний простір.

Лема 1. Нехай $A_1, A_2, \ldots, A_m$ – випадкові події і $P(A_i) = 1 - p_i, p_i \in [0,1], 1 \le i \le m$. Тоді справедлива нерівність:

$$P\left(\bigcap_{i=1}^{m} A_i\right) \ge 1 - p_1 - p_2 - \ldots - p_m. \qquad (2)$$

Доведення. Використаємо метод математичної індукції. Нехай $m = 2$, $P(A_1 \cup A_2) = c$. За формулою включення-виключення отримаємо, що

$$P(A_1 \cap A_2) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 \cup A_2) = (1 - p_1) + (1 - p_2) - c \ge 1 - p_1 - p_2.$$

Отже, нерівність (2) для $m = 2$ виконується.

Припустимо, що нерівність (2) при $m = k \ge 2$ справедлива:

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_k) \ge 1 - p_1 - p_2 - \ldots - p_k.$$

Покажемо, що при $m = k + 1$ нерівність (2) також виконується. Нехай $P\left(\bigcup_{i=1}^{k+1} A_i\right) = \widetilde{c}$. Маємо:

$$P((A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_k) \cap A_{k+1}) = P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_k) + P(A_{k+1}) - P(A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_k \cup A_{k+1}) \ge$$
$$\ge (1 - p_1 - p_2 - \ldots - p_k) + P(A_{k+1}) - \widetilde{c} \ge 1 - p_1 - p_2 - \ldots - p_k - p_{k+1},$$

що і доводить справедливість нерівності (2) при $m = k + 1$. Отже, нерівність (2) виконується при будь-якому натуральному $m \ge 2$.

У [3] на основі бакстерівських статистик побудовано інтервал надійності для параметра Хюрста дробового броунівського руху $\xi^{(H)}(t), t \in R$. Цей інтервал надійності для рівня довіри $1 - p$ має вигляд

$$\left(\widehat{\theta}_n - \alpha(p), \widehat{\theta}_n + \beta(p)\right),$$

де $\widehat{\theta}_n = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\log_2 S_n(\xi)}{n}\right)$ – бакстерівська оцінка параметра $H \in \left(0, H^*\right]$,

$$\alpha(p) = -\frac{1}{2}\frac{\ln\left(\left(2^{2-2H^*} - 1\right) - \frac{K_0\sqrt{A_n(H^*)}}{\sqrt{2^n}}\varphi_+(p)\right)}{n}, \quad \beta(p) = \frac{1}{2}\frac{\ln\left(\left(2^{2-2H^*} - 1\right) + \frac{K_0\sqrt{A_n(H^*)}}{\sqrt{2^n}}\varphi_+(p)\right)}{n},$$

$$K_0 = \inf_{\tau \in \left(0, \frac{1}{2}\right)} \frac{\sqrt{2e^{-\tau}(1 - 2\tau)^{-0.5} + 1}}{\sqrt{2}\tau} \approx 3.47,$$

$$A_n(H^*) = \left(2^{2-2H^*} - 1\right)^2 + 2\sum_{l=1}^{2^n - 1}\left(-3(l)^{2H^*} + 2\left(l + \frac{1}{2}\right)^{2H^*} - \frac{1}{2}(l+1)^{2H^*} - \frac{1}{2}(l-1)^{2H^*} + 2\left(l - \frac{1}{2}\right)^{2H^*}\right)^2,$$

$$\varphi_+(p) = \ln\left(1 + \frac{2}{p} + \sqrt{\left(1 + \frac{2}{p}\right)^2 + 1}\right).$$

Покладемо $A_i = \left\{ H_i \in \left(\widehat{H}_n^{(i)} - \alpha_i\left(\frac{p}{m}\right), \widehat{H}_n^{(i)} + \beta_i\left(\frac{p}{m}\right) \right) \right\}, 1 \le i \le m$, де $\widehat{H}_n^{(i)} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\log_2 \widehat{S}_n^{(i)}}{n}\right), n \ge 1$,

$$\alpha_i(t) = -\frac{1}{2}\frac{\ln\left(\left(2^{2-2H_i^*} - 1\right) - \frac{K_0\sqrt{A_n\left(H_i^*\right)}}{\sqrt{2^n}}\varphi_+(t)\right)}{n}, \ \beta_i(t) = \frac{1}{2}\frac{\ln\left(\left(2^{2-2H_i^*} - 1\right) + \frac{K_0\sqrt{A_n\left(H_i^*\right)}}{\sqrt{2^n}}\varphi_+(t)\right)}{n}, t \in (0,1).$$

Внаслідок леми 1 маємо, $P\left\{ H \in \prod_{i=1}^{m} \left(\widehat{H}_n^{(i)} - \alpha_i\left(\frac{p}{m}\right), \widehat{H}_n^{(i)} + \beta_i\left(\frac{p}{m}\right) \right) \right\} \ge 1 - p$.

Перейдемо тепер до оцінювання інтервалу надійності кубічної розмірності d.

Лема 2. Нехай $a_1, a_2, \ldots, a_n$ та $b_1, b_2, \ldots, b_n$ – набори дійсних чисел. Тоді справедлива наступна нерівність

$$\left|\min(a_1, a_2, \ldots, a_n) - \min(b_1, b_2, \ldots, b_n)\right| \le \max_{1 \le i \le n}\left|a_i - b_i\right|. \qquad (3)$$

Доведення. Застосуємо метод математичної індукції. Перевіримо правильність нерівності (3) при $n = 2$. Тоді якщо $\min(a_1, a_2) = a_i$ та $\min(b_1, b_2) = b_i, i = 1,2$, то нерівність очевидна. Нехай тепер $\min(a_1, a_2) = a_1, \min(b_1, b_2) = b_2$ (випадок $\min(a_1, a_2) = a_2, \min(b_1, b_2) = b_1$ розглядається аналогічно). Якщо $a_1 \le b_2 \le b_1$, то $b_2 - a_1 \le b_1 - a_1$. Якщо $b_2 < a_1 \le a_2$, то $a_1 - b_2 \le a_2 - b_2$. Отже, нерівність (3) для $n = 2$ виконується.

Припустимо, що для довільних наборів $a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}$ та $b_1, b_2, \ldots, b_{n-1}$ дійсних чисел нерівність справедлива при $n \ge 3$. Покажемо, що тоді нерівність буде виконуватись і для $a_1, a_2, \ldots, a_n$ та $b_1, b_2, \ldots, b_n$:

$$\left|\min(a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}, a_n) - \min(b_1, b_2, \ldots, b_{n-1}, b_n)\right| = \left|\min\left(a_n, \min\left(a_1, a_2, \ldots, a_{n-1},\right)\right) - \min\left(b_n, \min\left(b_1, b_2, \ldots, b_{n-1}\right)\right)\right| \le$$

$$\le \max\left\{\left|a_n - b_n\right|, \left|\min(a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}) - \min(b_1, b_2, \ldots, b_{n-1})\right|\right\} \le \max\left\{\left|a_n - b_n\right|, \max_{1 \le i \le n-1}\left|a_i - b_i\right|\right\} = \max_{1 \le i \le n}\left|a_i - b_i\right|.$$

Отже, нерівність (3) справедлива для будь-якого n. Лему доведено.

З леми 2 випливає, що інтервал

$$\left(\widehat{d}_n - a\left(\frac{p}{m}\right), \widehat{d}_n + a\left(\frac{p}{m}\right)\right),$$

де $a_i(p) = \max_{1 \le i \le m}\left\{\alpha\left(\frac{p}{m}\right), \beta\left(\frac{p}{m}\right)\right\}$, $a(p) = \max_{1 \le i \le m} a_i(p)$, є інтервалом надійності кубічної розмірності d дробового анізотропного вінерівського поля $B^{(H)}$ з рівнем довіри $1 - p$.

Висновок

За допомогою бакстерівських статистик отримано сильно консистентну оцінку невідомого параметра Хюрста H для дробового анізотропного вінерівського поля $B^{(H)}$. Побудовано неасимптотичні області надійності для рівня довіри $1 - p$ та знайдено оцінку кубічної розмірності графіка $B^{(H)}$.

1. Ибрагимов И.А., Розанов Ю.А. . Гауссовские случайные процессы – М.: Наука, 1970. – 384 с. 2. Ламперти Дж. Случайные процессы. Обзор математической теории. – Киев: Вища школа. Головное изд-во: Пер. с англ., 1983. – 224 с. 3. Курченко О.О. Одна сильно консистентна оцінка параметра Хюрста дробового броунівського руху // Теорія ймовірностей і математична статистика. – 2002. – Вип. 67. – с. 45-54. 4.Baxter G. A strong limit theorem for Gaussian processes // Proc. Amer. Math. Soc. – Vol. 7 (3). – 1956. – P. 522-527. 5. Breton J-C., Nourdin I., Peccati G. Exact confidence intervals for the Hurst parameter of a fractional Brownian motion // Electronic Journal of Statistics. – Vol. 3. – 2009. – P. 416-425. 6. Kamont A. On the fractional anisotropic Wiener field // Probability and Mathematical Statistics. – Vol. 16. Fasc. 1. – 1996. – P. 85-98.

Надійшла до редколегії 09.11.11

УДК 512.5, 519.61

І. Дудченко, канд. фіз.-мат. наук, М. Плахотник, канд. фіз.-мат. наук

АЛГОРИТМ ЗНАХОДЖЕННЯ ІНДЕКСУ ТА ВІДПОВІДНОГО ВЛАСНОГО ВЕКТОРА МАТРИЦІ СУМІЖНОСТІ СИЛЬНО ЗВ'ЯЗНОГО САГАЙДАКА

Описано числовий алгоритм знаходження індексу та відповідного йому додатного власного вектора для матриці суміжності сильно зв'язного сагайдака без петель та кратних стрілок.

The numerical algorithm for calculating index and correspond eigen vector of adjacency matrix of strongly connected simply laced quiver is described in the article.

1. Вступ

Будемо слідувати П. Габріелю (P. Gabriel), який в [10], присвяченій скінченно вимірним алгебрам над алгебраїчно замкненим полем з нульовим квадратом радикала, запропонував називати орієнтований граф сагайдаком (див. [11, § 11.10]). Сильно зв'язним сагайдаком називається такий сагайдак, для якого з кожної вершини існує орієнтований шлях в кожну іншу.