

А. Савченко, асп.
КНУ імені Тараса Шевченка, Київ

ИСПРАВЛЕННАЯ $T(q)$ -ПРАВДОПОДОБНАЯ ОЦЕНКА В КВАДРАТИЧЕСКОЙ СТРУКТУРНОЙ МОДЕЛИ РЕГРЕССИИ С ОШИБКАМИ ИЗМЕРЕНИЯ

Изучается квадратичная структурная модель регрессии с ошибками измерения. Дисперсия ошибок в отклике предполагается неизвестной. Построена исправленная $T(q)$ -правдоподобная оценка для коэффициентов регрессии. Получено достаточное условие строгой состоятельности оценки для случая, когда параметр q зависит от объема выборки и стремится к 1 при неограниченном возрастании объема выборки.

A. Savchenko, PhD graduate
Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv

CORRECTED $T(q)$ -LIKELIHOOD ESTIMATOR IN QUADRATIC STRUCTURAL MEASUREMENT ERROR REGRESSION MODEL

A quadratic structural measurement error regression model is studied. Variance of error in output is assumed to be unknown. The corrected $T(q)$ -likelihood estimator is constructed. For the case as the sample size tends to infinity and parameter q depends on the sample size and tends to 1, a sufficient condition of strong consistency for the estimator is given.

УДК 539.595

В. Губська, канд. фіз.-мат. наук
НТУУ "КПІ", Київ,
О. Лимарченко, д-р техн. наук
КНУ імені Тараса Шевченка, Київ,
І. Кудзінівська, канд. техн. наук
Національний авіаційний університет (НАУ), Київ

СИЛОВА ВЗАЄМОДІЯ РЕЗЕРВУАРУ У ФОРМІ УСІЧЕНОГО КОНУСА І РІДИНИ З ВІЛЬНОЮ ПОВЕРХНЕЮ ПРИ ЇХ СУМІСНОМУ РУСІ

Розглянуто задачу силової взаємодії, що виникає в системі резервуар-рідина при збудженні руху системи періодичною силою в зоні частот до резонансу, в малому околі резонансу, а також більших за резонанс. Поведінка системи розглядається в рамках нелінійної моделі на тривалому проміжку часу.

1. Вступ

Розглянемо задачу про вимушені нелінійні коливання резервуару у формі усіченого конуса і рідини з вільною поверхнею при їх сумісному русі. Поведінка системи розглядається в рамках нелінійної моделі на тривалому проміжку часу. При дослідженні виходу такої системи на усталений режим коливань в рамках багатомодової нелінійної моделі, важливим виявився вплив силової взаємодії резервуару і рідини на розвиток коливальних процесів. Експериментальні дослідження останніх років [3, 5] показали, що при збудженні коливань за основним тоном обов'язково відбувається збудження вищих гармонік спектру зі своїми власними частотами, які можуть бути не кратними частоті збудження системи. Зокрема для випадку резервуару прямокутної форми показано, що в реальних системах вихід на усталений режим коливань вільної поверхні не проявляється в чистому вигляді [3]. В [2] розглянуто задачу виходу системи конічний резервуар – рідина з вільною поверхнею на усталений режим в залежності від відношення маси резервуара до маси рідини і було показано, що в чистому вигляді вихід на усталений режим коливань в класичному сенсі не спостерігається взагалі і тільки частину режимів, які відрізняються повторами циклів коливань при суттєвій модуляції амплітуд, можна умовно вважати усталеними. Важливим виявився також прояв силової взаємодії, що виникає в системі резервуар-рідина при збудженні руху системи періодичною силою при дослідженні виходу системи на усталений режим коливань.

2. Метод дослідження

Розглядається резервуар у формі усіченого конуса. Нехай τ – область, яку займає рідина; S_0 і S – вільна поверхня рідини в її збуреному і незбуреному русі; Σ і Σ_0 – границі контакту рідини зі стінками резервуару у збуреному та незбуреному стані ($\Delta\Sigma$ – зміна контакту рідини, зумовлена збуренням руху, $\Sigma = \Sigma_0 + \Delta\Sigma$), $\xi(x, y, z, t) = 0$ – рівняння вільної поверхні рідини. Поступальний рух резервуара описується вектором переміщень $\vec{\varepsilon}$. Припускається, що рідина ідеальна, однорідна, нестислива і в початковий момент часу вихрові рухи відсутні. В цьому випадку кінематика рідини може бути описана потенціалом швидкостей. Резервуар є абсолютно твердим тілом з абсолютно жорсткими стінками.

Постановка задачі [1]:

$$\Delta\varphi = 0 \text{ в } \tau; \quad (1)$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial n} = \dot{\vec{\varepsilon}} \cdot \vec{n} \text{ на } \Sigma; \quad (2)$$

$$\frac{\partial\xi}{\partial t} + \vec{\nabla}\xi \cdot \vec{\nabla}\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial z} \text{ на } S; \quad (3)$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} + \frac{1}{2}(\vec{\nabla}\varphi)^2 - \vec{\nabla}\varphi \cdot \dot{\vec{\varepsilon}} - \vec{g} \cdot \vec{r} = 0 \text{ на } S. \quad (4)$$

Тут рівняння (1) відповідає вимозі нерозривності потоку в об'ємі рідини τ , (2) – умова неперетікання на твердій межі контакту тіло – рідина Σ , (3) – умова неперетікання на вільній збуреній поверхні рідини S , (4) – динамічна гранична умова, яка відповідає рівності тисків на вільній поверхні рідини.

З точки зору аналітичної механіки задача складається з кінематичних умов (механічних в'язей) (1) – (3), які необхідно задовольнити до застосування варіаційного принципу, і динамічної умови (4), яка є природною для варіаційного принципу Гамільтона-Остроградського.

Для вивчення задачі використано модель [1, 4], яка була протестована на прикладі перехідних процесів для задач динаміки резервуарів у формі тіл обертання з рідиною з вільною поверхнею. Математична модель представлена в амплітудних параметрах a_i коливань рідини та руху резервуара $\vec{\varepsilon}$:

$$\sum_{n=1}^N p_{rn}(a_k, t) \ddot{a}_n + \sum_{n=N+1}^{N+3} p_{rn}(a_k, t) \ddot{\varepsilon}_{n-N} = q_r(a_k, \dot{a}_l, t), \quad r = \overline{1, N+3} \quad (5)$$

При цьому коефіцієнти p_{rn} визначаються через алгебраїчні форми від першого до третього порядку з коефіцієнтами, які визначаються через квадратури від форм коливань (координатних функцій). Для побудови координатних функцій використано метод допоміжної області, який на відміну від класичного методу враховує виконання умови неперетікання вище рівня незбуреної вільної поверхні. Для оцінки точності отриманого розв'язку прийнято похибку у вигляді $\delta = \frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big|_{\Sigma} / \max \frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big|_{S_0}$. Отримані функції з точністю 10^{-5} і вище задовольняють умову неперетікання на стінці, і з

точністю порядку 10^{-3} – на продовженні стінки над вільною поверхнею. За умови використання методу допоміжної області, похибки умови неперетікання вище рівня вільної поверхні вдалося покращити в 100-500 разів.

3. Дослідження силової взаємодії при збудженні руху системи періодичною силою

Розглянемо усічений конічний резервуар з радіусом нижньої основи 0,2 м. Рух резервуару відбувається тільки в горизонтальній площині. Розглядається поведінка системи за 50-80 періодів коливань по головній формі. Проаналізуємо реакції взаємодії резервуару і рідини по горизонтальній Oy і вертикальній Oz вісях.

Частота зовнішнього збурення приймається близькою до резонансної, для першого випадку вона становить $\Omega_0 = 3,328$ 1/с. Приймаємо, що зовнішня періодична сила має амплітуду коливань $0,5(M_p + M_{ж})$ Н; співвідношення мас резервуару і рідини $M_p = 0,01M_{ж}$. На рис. 1, 2 показано зміну силової взаємодії резервуару і рідини по осях Oy і Oz відповідно на періоді до 150 с (приблизно 80 періодів коливань за першою формою). Для більш детального вивчення на Рис. 1 а, 1 б розглянуто ці ж значення на менших інтервалах часу.

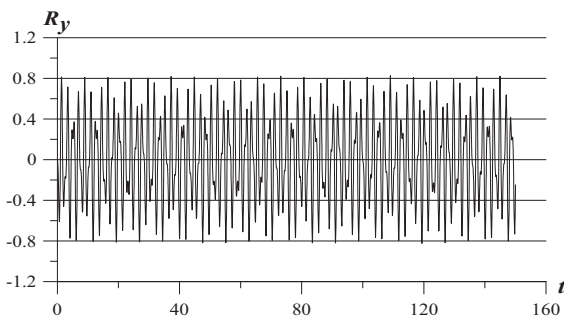


Рис.1. Зміна силової взаємодії резервуара і рідини по осі Oy для резонансного випадку

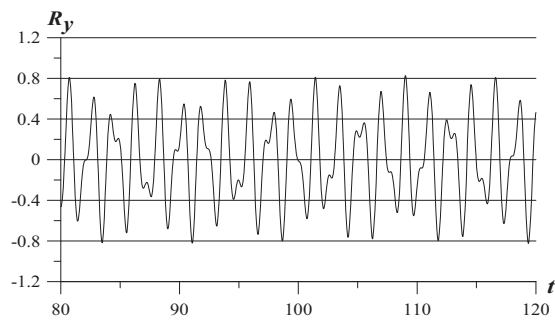


Рис.1 а. Зміна силової взаємодії резервуара і рідини по осі Oy для резонансного випадку, часовий проміжок 80-120 с

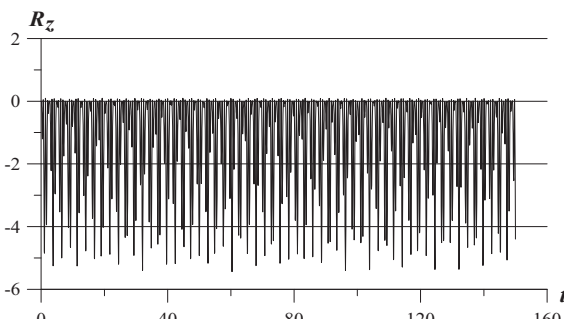


Рис.2. Зміна силової взаємодії резервуара і рідини по осі Oz для резонансного випадку

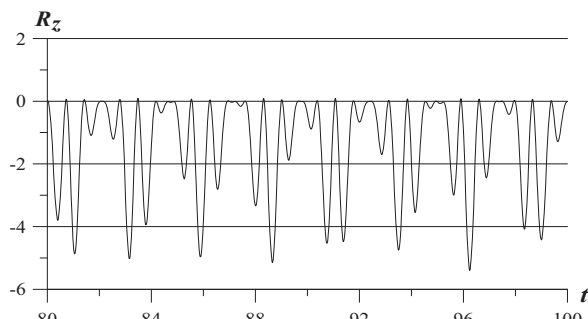


Рис.2 а. Зміна силової взаємодії резервуара і рідини по осі Oz для резонансного випадку, часовий проміжок 80-100 с

З графіків видно, що процес зміни силової взаємодії відбувається за наявності модуляції (по осі Oy і по осі Oz), впливу вищих гармонік (проявляються супергармоніки та двугорбі піки). Помітний істотний прояв вищих форм з періодами не кратними періоду зовнішнього збудження. Усталені режими коливань відсутні [2] і, завдяки відмові від гіпотези про нехтування коливаннями з власними частотами, режим зміни реакцій не співпадає з частотою зовнішнього періодичного збудження, що є також свідченням неусталеного режиму коливань і впливу вищих гармонік спектру

Розглянемо випадок, коли частота зовнішнього збурення менша за резонансну і становить $\Omega_0 = 2$ 1/с, $M_p = 0,01M_{ж}$, амплітуду зміни зовнішньої сили прийнято $0,5(M_p + M_{ж})$ Н. На рис. 3, 4 показано зміну силової

взаємодії резервуара і рідини по осях Oy і Oz для цього випадку. На рис. 3 а, 4 а ці значення на менших часових проміжках показані більш детально.

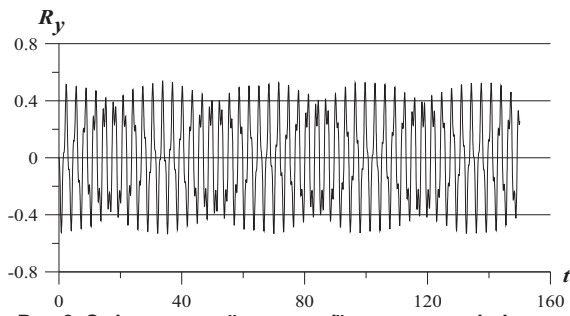


Рис.3. Зміна силової взаємодії резервуара і рідини по осі Oy для резонансного випадку

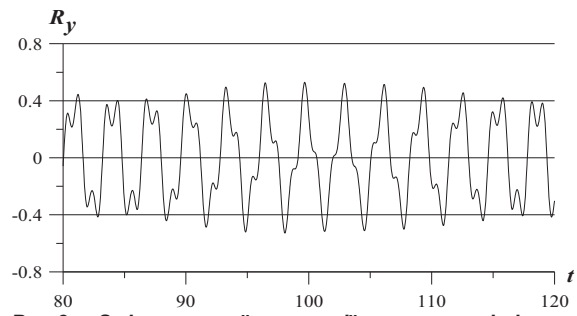


Рис.3 а. Зміна силової взаємодії резервуара і рідини по осі Oy для резонансного випадку, часовий проміжок 80-120 с

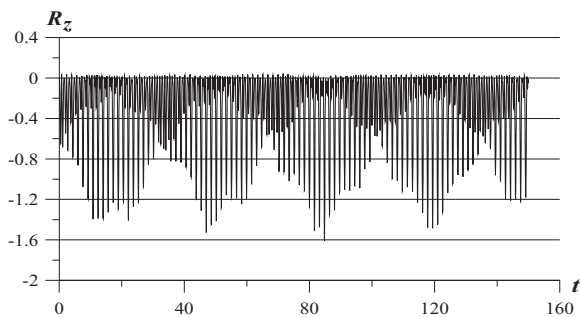


Рис.4. Зміна силової взаємодії резервуара і рідини по осі Oz для резонансного випадку

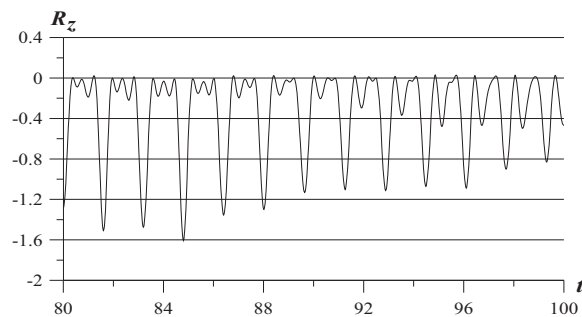


Рис.4 а. Зміна силової взаємодії резервуара і рідини по осі Oz для резонансного випадку, часовий проміжок 80-100 с

Процес зміни силової взаємодії відбувається при вираженій модуляції (по осі Oy і по осі Oz), досить вираженому впливі вищих гармонік. Помітний істотний прояв вищих форм з періодами не кратними періоду зовнішнього збудження.

Покажемо розвиток коливань для випадку, коли частота збурення більша за резонансну частоту і становить $\Omega_0 = 5$ 1/с, амплітуда сили для даного прикладу складала $0.2(M_p + M_{жс})$ Н. Зміну силової взаємодії резервуара і рідини по осях Oy і Oz для цього випадку показано на Рис. 5, 6. Ці значення на менших часових проміжках показані більш детально на Рис. 5 а, 6 а.

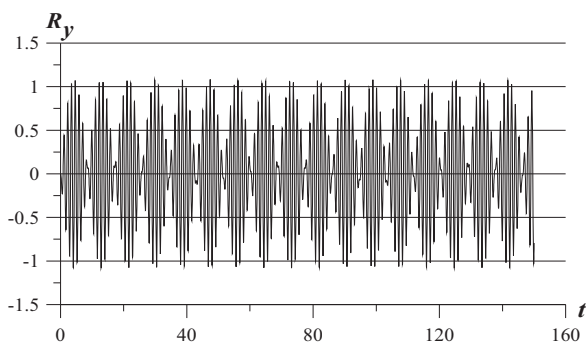


Рис.5. Зміна силової взаємодії резервуара і рідини по осі Oy для резонансного випадку

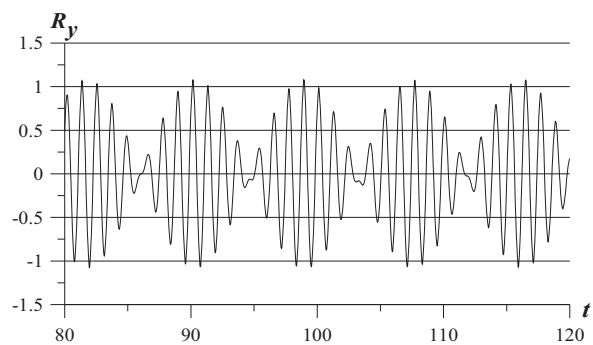


Рис.5 а. Зміна силової взаємодії резервуара і рідини по осі Oy для резонансного випадку, часовий проміжок 80-120 с

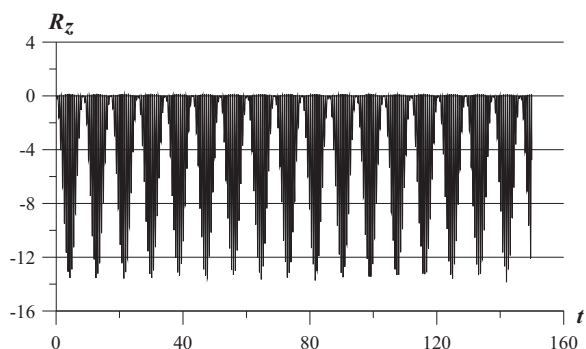


Рис.6. Зміна силової взаємодії резервуара і рідини по осі Oz для резонансного випадку

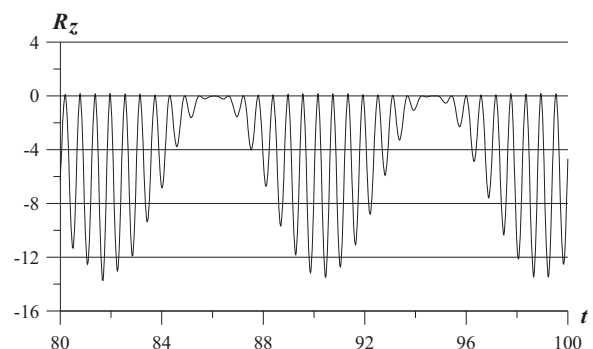


Рис.6 а. Зміна силової взаємодії резервуара і рідини по осі Oz для резонансного випадку, часовий проміжок 80-100 с

З графіків видно, що процес зміни силової взаємодії відбувається за наявності вираженої модуляції (по осі Oy і по осі Oz), впливу вищих гармонік (проявляються супергармоніки та двугорбі піки). Помітний істотний прояв вищих форм з періодами не кратними періоду зовнішнього збудження.

3. Висновки

При аналізі поведінки системи під дією гармонічного силового збудження розрізняються діапазони коливань з до-, біля- і зарезонансною частотою. В цих випадках спостерігаються явища, що роблять процес суттєво неусталеним: модуляція коливань (для всіх трьох частотних діапазонів), суттєвий вплив коливань вищих гармонік із своїми частотами (переважно проявляється для до- і білярезонансних частот збудження), що є свідченням неусталеності режиму коливань. Зі збільшенням частоти зовнішнього силового збудження прояв модуляції стає більш суттєвим, а прояв вищих гармонік навпаки зменшується. В моделі не приймається гіпотеза про відсутність коливань з власними частотами в системі і задача розглядається в сумісній постановці для системи резервуар – рідина.

Список використаних джерел

1. Лимарченко О.С., В.В. Ясинский. Нелинейная динамика конструкций с жидкостью, Киев: Национальный технический университет Украины "КПИ"//, 1997. – 348 с.
2. Лимарченко О.С., Губська В.В. Задача про вимушені нелінійні коливання резервуару у формі усіченого конуса, частково заповненого рідиною, Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка, серія: фізико-математичні науки. – 2012. –Т.1, №1. – С.73-76.
3. Faltinsen O.M., Rognebakke O.F., Timokha A.N. Transient and steady-state amplitudes of resonant three-dimensional sloshing in a square base tank with a finite fluid depth// Physics of fluids 18. – 2006. – 14 p.
4. Limarchenko O.S. Peculiarities of application of perturbation techniques in problems of nonlinear oscillations of liquid with a free surface in cavities of non-cylindrical shape, Ukrainian Mathematical Journal – 2007– Vol. 59, No. 1, p. 44-70.
5. Pal P. Sloshing of liquid in partially filled container – an experimental study // International Journal of Recent Trends in Engineering. – 2009. – Vol. 1, No. 6, p. 1-5.

Надійшла до редколегії 14.05.14

В. Губская, канд. физ.-мат. наук
НТУУ "КПИ", Киев,
О. Лимарченко, д-р техн. наук
КНУ имени Тараса Шевченко, Киев,
I. Кудзиновская, канд. техн. наук
Национальный авиационный университет (НАУ), Киев

СИЛОВОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ РЕЗЕРВУАРА В ФОРМЕ УСЕЧЕННОГО КОНУСА И ЖИДКОСТИ СО СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ ПРИ ИХ СОВМЕСТНОМ ДВИЖЕНИИ

Рассматривается задача силового взаимодействия, возникающего в системе резервуар-жидкость при возбуждении движения системе периодической силой в зоне частот до резонанса, в малой окрестности резонанса, а также больших чем резонансная. Поведение системы рассматривается в рамках нелинейной модели на длительном промежутке времени.

V. Gubska, PhD
National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv,
O. Limarchenko, Full Doctor (eng.)
Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv,
I. Kudziniv's'ka, PhD (eng.)
National Aviation University, Kyiv

FORCE INTERACTION OF RESERVOIR IN THE FORM OF TRANCATED CONE AND LIQUID WITH A FREE SURFACE IN THEIR COMBINMED MOTION

The problem of force interaction that occurs in the system reservoir-liquid under the action of periodic force in the resonance frequency zone, in a small neighborhood of resonance and greater than the resonant one is under consideration. Behavior of the system is considered within the framework of nonlinear model on durable time interval.

УДК 539.3

В. Будақ, д-р техн. наук, проф., М. Борисенко, асп., О. Бойчук, канд. фіз.-мат. наук
Миколаївський національний університет ім. В.О. Сухомлинського, Миколаїв,
О. Григоренко, д-р фіз.-мат. наук, проф.
Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, Київ

ВІЛЬНІ КОЛИВАННЯ ЕЛІПТИЧНОЇ ОБОЛОНКИ ЗМІННОЇ ТОВЩИНИ

Досліджуються вільні коливання тонких ізотропних еліптичних оболонок змінної товщини однакової маси на основі методу скінченних елементів. Проводиться порівняльний аналіз результатів з чисельними результатами, підтверджені експериментально, отриманими для еліптичної оболонки постійної товщини еквівалентної маси. Порівнюються частоти при однакових формах коливань для оболонок однакової геометрії для трьох різних матеріалів.

Постановка проблеми. Дослідження вільних частот і форм коливань тонкостінних некругових циліндричних оболонок змінної товщини пов'язано із значними труднощами, які зумовлені складністю системи вихідних диференціальних рівнянь з частинними похідними зі змінними коефіцієнтами та необхідністю задоволення крайовим умовам.

Метою цієї роботи є вивчення вільних коливань пружних ізотропних некругових циліндричних оболонок змінної товщини вздовж дуги поперечного перерізу з використанням програми Femar та порівняння їх з отриманими чисельними результатами за допомогою експерименту для еліптичної оболонки постійної товщини [1]. Також розглядається вплив зміни товщини оболонкових конструкцій і механічних параметрів матеріалу на їх динамічні характеристики.

Задачам про вільні коливання некругових циліндричних оболонок присвячено незначну кількість публікацій. Вільні коливання елементів оболонкових конструкцій розглядалися в [4]. Вивченню вільних коливань некругових циліндричних оболонок присвячена стаття [3]. Для дослідження коливань циліндричних оболонок з еліптичним поперечним перерізом застосовувалася теорія оболонок вищих порядків [10]. Розв'язування задач про вільні коливання ортотропних кругових оболонок змінної товщини методом сплайн-апроксимації та дискретної ортогоналізації запро-