

Для перевірки коректності отриманих результатів числових розрахунків виконано обчислення зі зменшенням кроку інтегрування в 5 разів і встановлено, що зростання амплітуд, зокрема, першої осесиметричної форми коливань, не обумовлені накопиченням обчислювальної похибки.

Висновки. Досліджено динаміку системи резервуар – рідина на маятниковому підвісі в сумісній постановці за наявності рівномірного витікання рідини через дно резервуара. Показано, що побудована математична модель адекватно відображає рух механічної системи при змінному заповненні резервуара.

Установлено, що наявність витікання рідини призводить до зростання внеску нелінійних механізмів у системі, зокрема, помітно зростає амплітуда вертикальної складової головного вектора сил тиску рідини на стінки резервуара, присутні значні модуляції.

Розглянуто задачу для різних рівнів початкового заповнення резервуара і показано, що прояви нелінійностей не пояснюються безпосередньо зниженням рівня рідини до певного граничного значення, а присутні за наявності витікання як такого.

Список використаних джерел

1. Лимарченко О.С. Динамика вращающихся конструкций с жидкостью / О. С. Лимарченко, Дж. Матарацио, В. В. Ясинский. – К.: Гнозис. – 2002. – 168 с.
2. Семенович К. О. Сумісний рух резервуара на маятниковому підвісі і рідини при імпульсному збудженні / К. О. Семенович, О. С. Лимарченко // Вісн. Київ. нац. ун-ту ім. Тараса Шевченка. Серія: фізико-математичні науки. – 2013. – № 2. – С. 67–70.

Надійшла до редколегії 10.05.17

О. Лимарченко, д-р техн. наук, К. Семенович, канд. фіз.-мат. наук
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна

ДИНАМИЧЕСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЖИДКОСТИ С РЕЗЕРВУАРОМ НА МАЯТНИКОВОМ ПОДВЕСЕ ПРИ НАЛИЧИИ РАВНОМЕРНОГО ИСТЕЧЕНИЯ

Исследована задача углового движения цилиндрического резервуара на маятниковом подвесе, частично заполненного жидкостью, при наличии равномерного истечения жидкости. Изучено динамическое взаимодействие жидкости с резервуаром и показано, что в случае с истечением существенны проявления нелинейных свойств механической системы, чего не наблюдается в задаче с постоянным объемом жидкости.

O. Limarchenko, Full Doctor, K. Semenovych, PhD
Taras Shevchenko National university of Kyiv, Kyiv, Ukraine

DYNAMIC INTERACTION OF LIQUID WITH THE RESERVOIR ON PENDULUM SUSPENSION IN THE PRESENCE OF UNIFORM OUTFLOWING

Problem of dynamics of cylindrical reservoir, partially filled with ideal liquid, on pendulum suspension in the case of uniform outflowing of liquid is considered within the framework of combined motion approach. Peculiarities of dynamic response of liquid are studied and compared with the case of constant volume of liquid.

УДК 539.3

Л. Мольченко, д-р фіз.-мат. наук
Миколаївський національний університет імені В. О. Сухомлинського, Миколаїв,
Л. Федорченко, канд. фіз.-мат. наук
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ,
Email: fedorchenko555@gmail.com
Л. Васильєва, канд. фіз.-мат. наук
Миколаївський національний університет імені В. О. Сухомлинського, Миколаїв

НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНІЙ СТАН ОРТОТРОПНОЇ ЗРІЗАНОЇ СФЕРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ ЗМІННОЇ ЖОРСТКОСТІ

У рамках розв'язування важливої задачі магнітопружності теорії гнучких ортотропних оболонок обертання сформульовано постановку крайової задачі. Запропоновано методуку її розв'язування. Досліджено та проаналізовано вплив граничних умов на характеристики напружено-деформованого стану.

Вступ. Розвиток сучасного обладнання, призначеного для роботи під дією механічних та електромагнітних полів, вимагає використання теорії зв'язаних полів при дослідженні пружних тіл для оптимального проектування конструкцій у ядерній та авіаційній техніці [13,14]. Пружні тіла, які перебувають у нестационарному магнітному полі, часто знаходяться під дією стороннього електричного струму. Задачі магнітопружності з урахуванням дії стороннього струму на ортотропні оболонки є складними і мало дослідженими через те, що для розкриття ефектів зв'язаності полів і визначення напружено-деформованого стану необхідним є застосування нелінійної теорії [1,4,7,8].

У цій статті проведено аналіз впливу граничних умов зрізаної сферичної ортотропної оболонки з урахуванням ортотропної електропровідності на її напружено-деформований стан.

Постановка задачі. Розглядаємо гнучку ортотропну сферичну оболонку змінної товщини, у якій координатна поверхня має форму, замкнену в коловому напрямку. Припускаємо, що оболонка перебуває під дією нестационарного механічного й електромагнітного впливів. Нехтуючи впливом процесів поляризації і намагнічування, а також температурними напруженнями, приймемо, що до торця оболонки підводиться змінний електричний струм $J_{\theta CT}$ від зовнішнього джерела.

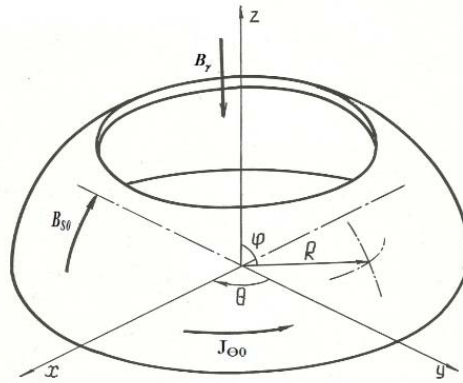


Рис.1. Зрізана сферична ортотропна оболонка

Пружні властивості матеріалу оболонки є ортотропними, головні напрямки пружності цієї оболонки збігаються з напрямками відповідних координатних ліній. Матеріал має скінченну електропровідність. Електромагнітні властивості матеріалу характеризуються тензорами електричної провідності σ_{ij} , магнітної проникності μ_{ij} , діелектричної проникності ε_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$). Із певних міркувань щодо кристалічної структури матеріалу прийнято, що ці тензори мають діагональний вигляд [6].

При побудові рівнянь руху гнучких ортотропних оболонок у змінному магнітному полі використовують гіпотези Кірхгофа – Лява та гіпотези електромагнітопружності. Вважається, що єдиний механічний ефект електромагнітного поля проявляється через силу Лоренца.

Оболонку (рис. 1) віднесено до ортогональної криволінійної системи координат s, θ, γ . Координатні лінії $s = \text{const}, \theta = \text{const}$ є лініями головної кривизни серединної поверхні. Координата γ відраховується по нормалі до координатної поверхні. Товщина оболонки $h = h(s)$.

Ураховуючи діагональний вигляд тензорів і згідно роботам [5, 11, 12] розв'язувальна система рівнянь магнітопружності осесиметричних ортотропних оболонок обертання має такий вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial s} &= \frac{1 - \nu_s \nu_\theta}{e_s h} N_s - \frac{\nu_\theta \cos \varphi}{r} u - \frac{\nu_\theta \sin \varphi}{r} w + \frac{w}{R_s} - \frac{1}{2} \vartheta_s^2, \\ \frac{\partial w}{\partial s} &= -\vartheta_s + \frac{u}{R_s}, \quad \frac{\partial \vartheta_s}{\partial s} = \frac{12(1 - \nu_s \nu_\theta)}{e_s h^3} M_s - \frac{\nu_\theta \cos \varphi}{r} \vartheta_s, \\ \frac{\partial N_s}{\partial s} &= \frac{\cos \varphi}{r} \left[(\nu_\theta - 1) N_s + e_0 h \left(\frac{\cos \varphi}{r} u + \frac{\sin \varphi}{r} w \right) \right] - F_s - h J_{0CT} B_\gamma - \frac{1}{R_s} Q_s - \\ &\quad - \sigma_1 h \left[E_0 B_\gamma + 0.5 \frac{\partial w}{\partial t} B_\gamma (B_s^+ + B_s^-) - \frac{\partial u}{\partial t} B_\gamma^2 \right] + \rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial Q_s}{\partial s} &= -\frac{\cos \varphi}{r} Q_s + \left(\frac{1}{R_s} + \frac{\nu_\theta \sin \varphi}{r} \right) N_s + e_0 h \frac{\sin \varphi}{r} \left[\frac{\cos \varphi}{r} u + \frac{\sin \varphi}{r} w \right] - F_\gamma - \\ &\quad - 0.5 h J_{0CT} (B_s^+ + B_s^-) - \sigma_2 h [-0.5 E_0 (B_s^+ + B_s^-) - 0.25 \frac{\partial w}{\partial t} (B_s^+ + B_s^-)^2 - \\ &\quad - \frac{1}{12} \frac{\partial w}{\partial t} (B_s^+ - B_s^-)^2 + 0.5 \frac{\partial u}{\partial t} B_\gamma (B_s^+ + B_s^-) + \frac{h}{12} \frac{\partial \vartheta_s}{\partial t} B_\gamma (B_s^+ + B_s^-)] + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial M_s}{\partial s} &= \frac{\cos \varphi}{r} \left[(\nu_\theta - 1) M_s + \frac{e_0 h^3 \cos \varphi}{12} \vartheta_s \right] + Q_s + N_s \vartheta_s - \frac{\sin \varphi}{r} \left[\nu_\theta M_s + \frac{e_0 h^3 \cos \varphi}{12} \vartheta_s \right] \vartheta_s + \frac{h^3}{12} \frac{\partial^2 \vartheta_s}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial B_\gamma}{\partial s} &= -\mu_3 \sigma_2 \left[E_0 + 0.5 \frac{\partial w}{\partial t} (B_s^+ + B_s^-) - \frac{\partial u}{\partial t} B_\gamma \right] + \frac{(B_s^+ - B_s^-)}{\mu_1 h}, \quad \frac{\partial E_0}{\partial s} = -\frac{\partial B_\gamma}{\partial t} - \frac{\cos \varphi}{r} E_0. \end{aligned} \quad (1)$$

Тут u, w – переміщення; N_s – нормальні зусилля; Q_s – поперечні зусилля; M_s – згинальний момент; ϑ_s – кут повороту нормалі; $h = h(s)$ – товщина оболонки; ρ – густина матеріалу; R_s – головний радіус кривизни; φ – кут нормалі до серединної поверхні оболонки; $r(s)$ – радіус паралельного кола оболонки; ν_s, ν_θ – коефіцієнти Пуассона; e_s, e_θ – модулі Юнга; F_i – механічна сила; E_0 – дотична компонента напруженості електричного поля; B_γ – нормальна складова магнітної індукції; B_s^+, B_s^- – відомі складові магнітної індукції на поверхнях оболонки; J_{0CT} – складова густини стороннього електричного струму, σ_i – електрична провідність.

Ураховуючи геометрію сферичної оболонки, в (1) покладаємо $R_s = R_0 = R$, де R – радіус оболонки; $r = R \sin \varphi$, $\sin \varphi = \frac{s}{R}$, $\cos \varphi = \cos \frac{s}{R}$. Отримуємо розв'язувальну систему нелінійних диференціальних рівнянь восьмого порядку, яка описує напружено-деформований стан гнучкої струмопровідної ортотропної оболонки обертання з ортотропною електропровідністю в геометрично нелінійній постановці [16,17].

Методика розв'язання. Крайова задача розв'язується чисельно відповідно до методики, яка ґрунтується на основі послідовного застосування схеми Ньюмарка [18], методу квазілінеаризації [2] та методу дискретної ортогоналізації [3].

На першому кроці, у системі диференціальних рівнянь у частинних похідних зі змінними коефіцієнтами, щоб відокремити змінні за часом, використовуємо неявну схему Ньюмарка для інтегрування магнітопружних рівнянь.

На наступному кроці застосовуємо метод квазілінеаризації, за допомогою якого нелінійна задача замінюється послідовністю лінійних крайових задач.

Кожна з лінійних задач розв'язується чисельно стійким методом дискретної ортогоналізації. Спочатку, за початкове наближення за часом вибирають розв'язок лінійної задачі, на наступному етапі – обирають розв'язки, отримані на попередньому кроці. Така схема значно зменшує кількість ітерацій, необхідних для розв'язання цієї задачі [15].

Для ефективного використання запропонованої методики нехтуємо скін-ефектами, які виникають по товщині ортотропної оболонки. Електромагнітний процес по координаті γ швидко виходить на режим, який близький до усталеного. Це веде до обмежень, які накладаються на характер зміни зовнішнього магнітного поля та на геометричні і електрофізичні параметри оболонки

$$\frac{2\tau_{\text{имп}}}{h^2\sigma\mu} > 1,$$

де τ – характерний час дії магнітного поля. У випадку невиконання цієї умови необхідно розглядати тільки рівняння руху ортотропної оболонки під дією магнітного тиску. При заміні похідних за часом скінченно-різницевиими співвідношеннями згідно зі схемою Ньюмарка необхідно враховувати зв'язок між кроком за часом і кроком інтегрування по просторовій змінній s [9].

Співвідношення кроків різницевої схеми за часом і просторової координатами обумовлюється критерієм стійкості Куранта [10], відповідно до якого крок сітки за часом не повинен перевищувати часу, протягом якого збурення, що поширюються з місцевою швидкістю звуку, пробігають відстань, яка дорівнює розміру кроку за просторовою координатою. Оскільки розв'язувальна система нелінійних диференціальних рівнянь із частинними похідними восьмого порядку є змішаною системою гіперболо-параболічного типу, значення кроку за часом t потрібно вибирати з таких співвідношень:

$$\tau < \min \begin{cases} \frac{\Delta\alpha}{C_M}, \\ \frac{0.5(\Delta\alpha)^2\sigma\mu}{\rho^2}. \end{cases} \quad (2)$$

Тут \tilde{N}_M – швидкість поширення магнітопружних збурень; $\Delta\alpha$ – крок за просторовою координатою. Умова стійкості (2) – критерій Куранта для гіперболічного типу рівнянь, а умова (3) – для рівнянь параболічного типу.

Числовий приклад. Розглянемо задачу про напружено-деформований стан зрізаної сферичної ортотропної оболонки з кадмію змінної товщини $h = 8 \cdot 10^{-2}(1 + 0.2 \sin \frac{\pi s}{l})$ м (тут l – довжина дуги), яка перебуває під дією зовнішнього електричного струму $J_{\theta CT} = 5 \cdot 10^{-3} \sin \omega t$ А/м², а також нормальної складової механічного навантаження $P_\gamma = 1.3 \cdot 10^2 \sin \omega t$ Н/м² (ω – колова частота).

Для дослідження впливу крайових умов на напружено-деформований стан ортотропної сферичної оболонки розглянуто такі випадки:

- 1) $u = w = M_s = 0, B_\gamma = 0.5 \sin \omega t$ при $S_0 = 0.4i$;
 $u = w = M_s = 0, E_\theta = 0$ при $S_N = 0.78i$;
- 2) $u = w = \vartheta_s = 0, B_\gamma = 0.5 \sin \omega t$ при $S_0 = 0.4i$;
 $u = w = M_s = 0, E_\theta = 0$ при $S_N = 0.78i$.

Параметри оболонки і матеріалу взято такі:

$$S_0 = 0.4i ; S_N = 0.78i ; e_s = 8.1 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2 ; e_\theta = 2.82 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2 ;$$

$$v_s = 0.3 ; v_\theta = 0.3 ; \rho = 8640 \text{ кг/м}^3 ; \mu = 1.256 \cdot 10^{-6} \text{ Гн/м} ;$$

$$\sigma_1 = 0.147 \cdot 10^8 (\text{Ом} \cdot \text{м})^{-1} ; \sigma_2 = 0.147 \cdot 10^8 (\text{Ом} \cdot \text{м})^{-1} .$$

Результати розв'язання розглянутої задачі подано нижче у вигляді графіків.

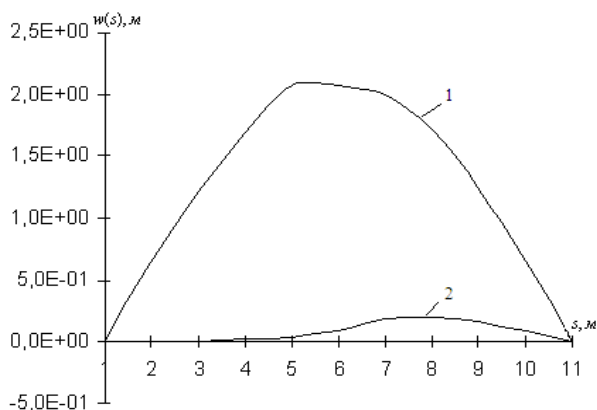


Рис. 2. Розподіл максимального прогину w вздовж меридіана s у момент часу $t = 3 \cdot 10^{-3} \tilde{n}$:
1 – перший випадок, 2 – другий випадок

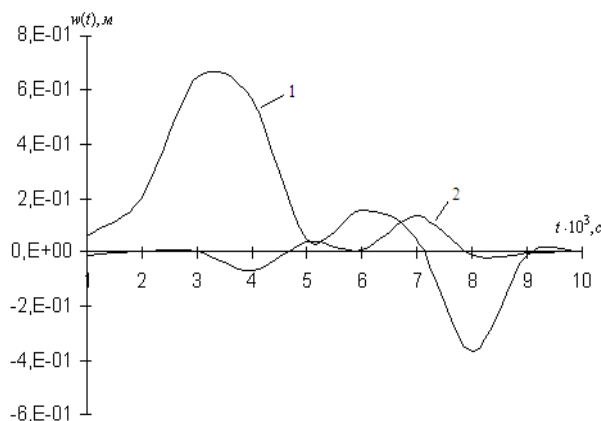


Рис. 3. Розподіл прогину w залежно від часу t при $s = 0.438$ м: 1 – перший випадок, 2 – другий випадок

Розв'язок задачі отримано на інтервалі часу $t = 1 \cdot 10^{-2}$ с, крок інтегрування за часом $\Delta t = 1 \cdot 10^{-3}$ с.

Точки 1 – 11 за віссю s – це точки видачі результатів, які відповідають $s = 0.4; 0.438; 0.476; 0.514; 0.552; 0.590; 0.628; 0.666; 0.704; 0.742; 0.78$.

На рис. 2 показано розподіл максимального прогину w вздовж меридіана s у момент часу $t = 3 \cdot 10^{-3} \tilde{n}$. Із рис. 2 видно, що найбільший прогин виникає у випадку граничних умов, де зліва і справа маємо жорстке закріплення. Абсолютне значення $w/h \approx 25.8$. Це свідчить про те, що прогин виходить за межі геометрично нелінійної теорії.

У випадку шарнірного закріплення зліва абсолютне значення $w/h \approx 4$. Значення прогину оболонки у першому випадку граничних умов, тобто де зліва і справа маємо жорстке закріплення, є значно більшим порівняно із другим випадком.

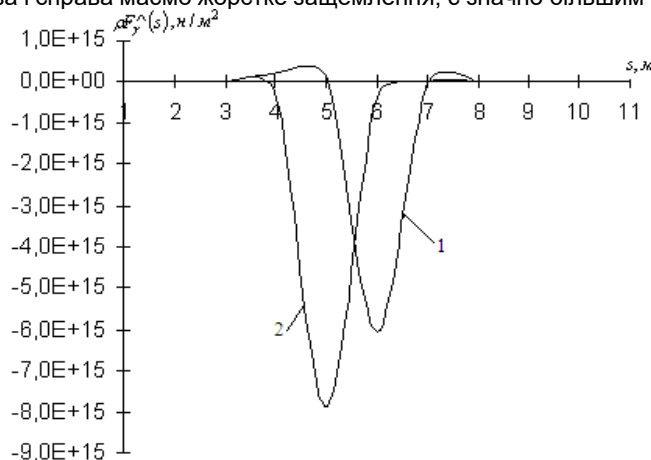


Рис. 4. Розподіл сили Лоренца ρF_{γ}^{\wedge} уздовж меридіана s у момент часу $t = 3 \cdot 10^{-3} \tilde{n}$:
1 – перший випадок, 2 – другий випадок

На рис. 3. наведено розподіл прогину $w(t)$. Максимальні значення прогину досягаються при $t = 3 \cdot 10^{-3} \tilde{n}$, що відповідає результатам, зображеним на рис. 2.

На рис. 4. показано розподіл нормальної складової сили Лоренца ρF_{γ}^{\wedge} при $t = 3 \cdot 10^{-3} \tilde{n}$ уздовж меридіана s .

Максимальні значення сили Лоренца виникають при дії електромагнітного поля для оболонки із шарнірним закріпленням зліва при $s = 0,552$ м, а для оболонки із жорстким закріпленням при $s = 0,59$ м. Зміщення максимальних значень пояснюється дією інерційних сил.

Висновки. У цій статті проаналізовано вплив граничних умов на напружено-деформований стан ортотропної зрізаної сферичної оболонки з ортотропною електропровідністю, яка перебуває в нестационарному магнітному полі під дією стороннього електричного струму. Враховуючи проведений аналіз можна відмітити значний вплив способу закріплення ортотропної оболонки обертання на її напружено-деформований стан.

Список використаних джерел

1. Амбарцумян С. А. Магнитоупругость тонких оболочек и пластин / С. А. Амбарцумян, Г. Е. Багдасарян, М. В. Белубекян. – М.: Наука, 1977. – 272 с.
2. Беллман Р. Квазилинеаризация и нелинейные краевые задачи / Р. Беллман, Р. Калаба. – М.: Мир, 1968. – 184 с.
3. Григоренко Я. М. Основы теории пластин та оболонок з елементами магнітопружності. Підручник / Я. М. Григоренко, Л. В. Мольченко. – К.: ВПЦ "Київський університет", 2010. – 403 с.
4. Григоренко Я. М. Решение нелинейных задач теории оболочек на ЭВМ / Я. М. Григоренко, А. П. Мукоед. – К.: Высш. шк., –1983. – 286 с.

5. Дресвянников В. И. О нестационарных задачах механики упруго-пластических проводящих тел при действии сильных импульсных магнитных полей / В. И. Дресвянников // Прикл. проблемы прочности и пластичности. – 1979. – Вып. 19. – С. 32–47.
6. Келли А. Кристаллография и дефекты в кристаллах / А. Келли, Г. Гровс // – М. : Мир, 1974. – 496 с.
7. Зоммерфельд А. Электродинамика / А. Зоммерфельд / М. : Изд-во иностр. л-ры., 1968. – 501 с.
8. Ландау Л. Д. Электродинамика сплошных сред / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – М. : Наука, 1982. – 624 с.
9. Мольченко Л. В. Гибкие оболочки вращения в магнитном поле: монография [Электронный ресурс] / Л. В. Мольченко. – К., 2013. – 196 с. – Режим доступа : <http://mechmat.univ.kiev.ua/publications>.
10. Самарский А. А. Устойчивость разностных схем / А. А. Самарский, А. В. Гулин // – М. : Наука, 1973. – 232 с.
11. Федорченко Л. М. Вплив фізичних властивостей матеріалу на напружений стан ортотропної сферичної оболонки з ортотропною електропровідністю / Л. М. Федорченко // Вісн. Київ. нац. ун-ту ім. Тараса Шевченка. Фіз.-мат. науки. – 2015. – Спец. Вип. – С. 267–270.
12. Федорченко Л. М. Деформування гнучкої ортотропної сферичної оболонки з ортотропною електропровідністю з діа- та парамагнітних матеріалів / Л. М. Федорченко // Вісн. Київ. нац. ун-ту ім. Тараса Шевченка. Математика. Механіка. – 2015. – Вип. 34. – С. 57–61.
13. Bian Yu-Hong. Analysis of nonlinear stresses and strains in a thin current-carrying elastic plate / Yu-Hong Bian // Int. Appl. Mech. – 2015. – 51, № 1. – P. 108–120.
14. Green A. E. On electromagnetic effects in the theory of shells and plates / A. E. Green, P. M. Naghdi // Phil. Trans. Roy. Soc. – London. – 1983. – A309. – P. 559–610.
15. Mol'chenko L. V. Influence of an Extraneous Electric Current on the Stress of an Annular Plate of Variable Rigidity / L. V. Mol'chenko // Int. Appl. Mech. – 2001. – 37. – № 12. – P. 1607–1611.
16. Mol'chenko L. V. The stress state of a flexible orthotropic spherical shell subject to external current and mechanical force in a magnetic field / L. V. Mol'chenko, I. I. Loos // Int. Appl. Mech. – 2013. – 49. – № 5. – P. 528–533.
17. Mol'chenko L. V. Deformation of a flexible orthotropic spherical shell of variable stiffness in a magnetic field / L. V. Mol'chenko, I. I. Loos, L. M. Fedorchenko // Int. Appl. Mech. – 2016. – 52. – № 1. – P. 56–61.
18. Newmark N. M. Method of Computation for Structural Dynamics / N. M. Newmark // J. Eng. Mech. Div. Proc. (ASCE). – 1959. – 85. – № 7. – P. 67–97.

Надійшла до редколегії 30.11.16

Л. Мольченко, д-р физ.-мат. наук

Николаевский национальный университет имени В. А. Сухомлинского, Николаев, Украина,

Л. Федорченко, канд. физ.-мат. наук

Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко, Киев, Украина,

Л. Васильева, канд. физ.-мат. наук

Николаевский национальный университет имени В. А. Сухомлинского, Николаев, Украина

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ОРТОТРОПНОЙ СРЕЗАННОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ПЕРЕМЕННОЙ ЖЁСТКОСТИ

В рамках решения важной задачи магнитоупругости теории гибких ортотропных оболочек вращения сформулировано постановку граничной задачи. Предложено методику её решения. Исследовано и проанализировано влияние граничных условий на характеристики напряженно-деформированного состояния усеченной сферической оболочки.

L. Mol'chenko, Full Doctor

V. O. Sukhomlinsky Mykolaiv National University, Mykolaiv, Ukraine,

L. Fedorchenko, PhD

Taras Shevchenko National university of Kyiv, Kyiv, Ukraine,

L. Vasil'eva, PhD

V. O. Sukhomlinsky Mykolaiv National University, Mykolaiv, Ukraine

STRESS-STRAIN STATE ORTHOTROPIC TRUNCATED SPHERICAL SHELL OF VARIABLE STIFFNESS

As part of solving important task magnetoelasticity theory of flexible orthotropic shells of revolution formulated boundary problem statement. The method of the solution. Investigated and analyzed the influence of boundary conditions on the characteristics of the stress-strain state.

УДК 539.3

В. Чернобай, асп.

Институт надтвердых материалов имени В. М. Бакуля НАН Украины, Київ

E-mail: volodymyr_mexanik@ukr.net

КОНЦЕНТРАЦИЯ НАПРУЖЕНЬ НА ЭЛЛИПТИЧНОЙ НАНОПОРИ ЗА АНТИПЛОСКОГО ЗСУВУ

Досліджено концентрацію напружень в антиплоско-деформованому пружному тілі з еліптичною порою, напруження на поверхні якої відповідають моделі Гуртіна – Мердока. Точний аналітичний розв'язок одержано методом мультипольних розвинень із використанням техніки комплексних потенціалів. Наведені чисельні результати параметричного аналізу задачі демонструють суттєву залежність концентрації напружень від розміру і форми пори. Асимптотичний аналіз напружень у випадку виродження тонкої пори у тріщину доводить, що поверхневі напруження усувають кореневу особливість поля напружень у вершинах тріщини.

Вступ. Характерною рисою наноструктурних (в т. ч. нанопористих) матеріалів є дослідно підтверджена (напр. [11,13]) залежність їх пружної поведінки від характерного розміру неоднорідностей, зумовлена впливом поверхневої енергії вільних/міжфазних меж розділу фаз. Указаний вплив є вкрай слабким на макрорівні (і тому ним нехтують у класичній механіці), утім зростає зі збільшенням питомої міжфазної поверхні і стає суттєвим на нанорівні. Для його врахування в рамках континуального підходу зазвичай [15] використовується модель Гуртіна – Мердока [5, 6], згідно з якою поверхневі напруження залежать від пружних властивостей та геометрії (головним чином, кривизни) вільної чи міжфазної поверхні й обумовлюють так званий "розмірний" ефект макроскопічної жорсткості нанокомпозитів (напр. [3, 4, 12]).

Цікавим і практично важливим, але до цього часу вкрай мало дослідженим, є питання впливу поверхневої енергії на локальну концентрацію напружень, а отже і межу міцності наноструктурних матеріалів. Характер такого впливу є вельми своєрідним і відрізняється від звичних уявлень макрорівня. Так, згідно із [7], поверхневі напруження усувають відому з лінійної механіки руйнування кореневу особливість поля напружень у вершинах тріщини. Аналогічного висновку доходять і автори робіт [9, 10] на підставі розрахунку напружень в околі тонкої еліптичної пори. Утім, досі в літературі відсутні як теоретичне обґрунтування цього важливого для механіки руйнування факту, так і систематичне