

V. Chernobai, PhD graduate  
V. Bakul Institute for superhard materials NAS of Ukraine, Kyiv, Ukraine

### STRESS CONCENTRATION ON ELLIPTICAL NANO PORE DUE TO ANTIPLANE SHEAR

*Stress concentration in antiplane-deformed elastic solid containing an elliptical pore with surface stress corresponding to Gurtin – Murdoch model has been studied. Rigorous analytical solution has been obtained by the multipole expansion method using the technique of complex potentials. Numerical results show significant pore size and shape effect on the stress concentration. Asymptotic stress analysis in the case where pore degenerates into a crack proves that the surface stress eliminates the root singularity of stress field in the crack tip.*

УДК 372.851

О. Василевич, канд. філол. наук, старш. викл.  
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ,  
Л. Василевич, канд. техн. наук, доц.  
Київський університет імені Бориса Грінченка, Київ,  
В. Самойленко, д-р фіз.-мат. наук, проф.  
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ

### ПІДВИЩЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ВИКЛАДАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН

*Розглядається питання про педагогічні методи викладання математичних дисциплін представникам соціогуманітарного напрямку в обсязі, що достатній для практичного і теоретичного використання в цих галузях знань математичних методів і понять фахівцями, які не мають глибокої математичної підготовки. Як один із можливих методичних засобів підвищення ефективності сприйняття і засвоєння при такому викладанні математичних понять і методів обговорюється педагогічна методика, в основі якої лежить використання народних прислів'їв, афоризмів та широковідомих висловлювань. Для низки тем і дисциплін із прикладної математики подано приклади народних прислів'їв, афоризмів і широковідомих висловлювань та їх англійські аналоги, а також описано якісні результати внутрішньої оцінки ефективності цієї методики.*

**Вступ.** Математика є потужним інструментом наукового дослідження різноманітних задач і проблем у багатьох галузях природознавства і техніки, біології, медицини, економіки та інших. Останнім часом математичні методи набувають усе більшого використання в різноманітних соціогуманітарних науках, зокрема, таких як соціологія, психологія, лінгвістика тощо. При дослідженні відповідних задач та їх математичних моделей різноманітні математичні методи і моделі активно використовуються як професійними математиками, так і фахівцями з відповідних галузей знань, яким для практичного застосування математичних методів потрібно оволодіти певними математичними поняттями, фактами (твердженнями) і методиками з тих розділів сучасної математики, які нині називають прикладною математикою.

Таких знань з основних понять і методів прикладної математики набувають частіше всього при прослуховуванні курсів лекцій із певних розділів прикладної математики та застосуванні отриманих знань при розв'язуванні конкретних задач. При цьому природно виникає проблема викладання математичного матеріалу в доступній, для майбутніх фахівців зі спеціальностей соціогуманітарного напрямку, формі та на зрозумілому їм рівні знань, у поєднанні з достатньо високим рівнем математичної строгості, тобто достатньо просто та дохідливо і водночас – сприйнятливо для математичної строгості відповідної математичної дисципліни.

У зв'язку з цим можна згадати про "Лезо Окками" [5] – методологічний принцип, суть якого полягає в тому, що "пояснення будь якого явища тим ближче до істинного, чим на меншій кількості гіпотез воно базується і чим більш широке коло явищ базується на цих гіпотезах". А. Ейнштейн переформулював цей принцип таким чином: "Усе слід спрощувати доти, поки це можливо, але не більш того", тобто при цьому потрібно розуміти різницю між "простотою" та "спрощенням". Згаданий вислів отримав назву "Лезо Ейнштейна". Методологічні принципи "Лезо Окками" і "Лезо Ейнштейна" відповідають і методиці Ньютона, згідно з якою потрібно "пояснити якомога більшу кількість фактів якомога меншою кількістю вхідних положень". Як показує практика, студенти краще засвоюють більш прості пояснення та ті пояснення, які використовують меншу кількість аргументів.

Мета цієї статті полягає в розгляді елементів педагогічної методики, що базується на використанні народних прислів'їв, афоризмів і широковідомих висловів при викладанні математичних дисциплін. Пропонується при викладанні дисциплін із прикладної математики для досягнення простоти пояснень складних питань використовувати народні прислів'я, афоризми та широковідомі вирази, які відображають суть тих чи інших математичних сутностей (понять, методів, фактів), що викладаються, в дещо іншій, але можливо у простішій і зрозумілішій формі. При цьому також долається ще й такий недолік як "сухість" викладу математичного матеріалу, бо останнє часто породжує пасивність, а згодом і байдужість студентів у їх навчальній діяльності.

**Основна частина.** Основні елементи педагогічної методики, що базується на використанні народних прислів'їв, афоризмів і широковідомих виразів видатних особистостей при викладанні математичних дисциплін, можна охарактеризувати так:

а) здійснюється аналіз тих чи інших тем певної навчальної дисципліни, відбираються ті поняття, твердження, методи тощо, які потребують досить складного математичного обґрунтування (пояснення), яке не може бути реалізоване з різних причин у рамках даного курсу (недостатня кількість навчальних годин, недостатня математична підготовка слухачів тощо);

б) проводиться пошук і відбір відповідних народних прислів'їв, афоризмів і широковідомих виразів, з якими слухачка аудиторія або вже знайома, або може їх легко сприйняти;

в) при викладі відповідного навчального матеріалу використовуються ті чи інші крилаті вирази і дається їм відповідне трактування, що тісно пов'язано з навчальним матеріалом дисципліни;

г) слухачі залучаються до обговорення і трактування запропонованих крилатих виразів та пошуку нових еквівалентних їм висловлювань, які дають відповідне пояснення тих математичних понять, що розглядаються під час навчального процесу.

При цьому потрібно керуватися певними загальними положеннями, а саме: як математика, що дозволяє ефективно розв'язувати багато різноманітних задач із практики, так і народні прислів'я та крилаті вирази, в яких сконцентровано мудрість багатьох поколінь і видатних особистостей, указують на ефективні шляхи розв'язання багатьох практичних проблем у вигляді досить простих і зрозумілих рекомендацій. Так, зокрема, широковідоме прислів'я "Не клади гроші в одну кишеню" є по суті диверсифікацією ефективних способів зниження ризику управлінських рішень, і при цьому досить просто пояснює суть змішаних стратегій у навчальній дисципліні "Теорія ігор" як диверсифікацію дій.

Народним прислів'ям, афоризмам і висловлюванням, що стали широковідомими, властиві як глибокий зміст, так і досконала форма художнього відображення навколишньої дійсності. Такі висловлювання мають свою музично-словесну гармонію, що підсилює їх вплив на слухачів, а студентам і учням дає плідне підґрунтя, яке сприяє розвитку творчого сприйняття навчального матеріалу і формуванню позитивних емоційно-експресивних процесів.

Зауважимо, що в афоризмах, як у влучній і глибоко змістовній думці, повідомлення досягає високої концентрації та граничної лаконічності та загальності. Серед афоризмів можна також знайти багато таких, які досить добре відображають суть різних математичних понять, методів або фактів (тверджень). Як приклад можна розглянути широковідомий вислів (афоризм) "Чиніть з іншими так, як ви хочете, щоб люди чинили з вами" (Євангеліє від Матфея. 7:12), суть якого можна трактувати не лише як оптимальність за Парето некоаліційних ігор, але й як конкретну методику їх знаходження.

Хоча за допомогою народних прислів'їв, афоризмів і широковідомих виразів не можна довести жодної математичної теореми або ж обґрунтувати ту чи іншу математичну теорію або методику, але такі висловлювання мають глибокий філософський зміст і опис життєвого досвіду. Вони в концентрованому вигляді дають можливість зробити висновки широкого рівня узагальнення, які студенти можуть легко сприйняти. Крім того, використання аналогій між немовби далекими між собою сутностями (поняттями, методами, твердженнями) і об'єктами, образність того чи іншого явища в народних прислів'ях, афоризмах і крилатих висловлюваннях видатних особистостей допомагає слухачам легше запам'ятати як окремі складові, так і той чи інший навчальний матеріал у цілому. Зауважимо також, що багато народних прислів'їв, афоризмів і широковідомих висловлювань допомагають сприймати цілком практичні проблеми з гумором, що, у свою чергу, допомагає підвищити ефективність процесу викладання складних математичних сутностей.

**Приклади народних прислів'їв, афоризмів і широковідомих висловлювань та їх англійських аналогів.** Для окремих математичних дисциплін (теорія ігор, теорія прийняття рішень, фінансова математика, теорія нечітких множин) розглянемо приклади народних прислів'їв, афоризмів і широковідомих висловлювань [3] та їх англійських аналогів [4], які можна ефективно використати при викладанні окремих навчальних тем:

#### **Навчальна дисципліна "Теорія прийняття рішень"**

<b>Поняття, метод, твердження, співвідношення, проблема</b>	<b>Приклади прислів'їв, афоризмів, висловлювань та їх англійських аналогів</b>
Функції ризику	Той не козак, хто боїться собак! Ризик – шляхетна справа! Де наше не пропадало! Краще іноді падати, ніж ніколи не літати! Хто не ризикує, той не п'є шампанського! Що там холод, коли козак молод! Сміливість міста бере! Сміливого й куля не бере. Або полковник, або покійник. Хто не ризикує, той ризикує всім (Nothing venture, nothing gained).
Взаємозв'язок між основними категоріями прийняття рішень	Знання – сила! Час – це гроші (Time is money )! Хто не ризикує, той не виграє! Свої борги плати пізніше, а чужі збирай раніше! З усіх утрат втрата часу найтяжча (Григорій Сковорода).
Принцип своєчасності прийняття управлінських рішень	Дорога ложка до обіду (Slow help is no help). Куй залізо, поки гаряче (Strike while the iron is hot). На все свій час (Everything is good in its season). Подолати погані звички можна тільки сьогодні, а не завтра (Конфуцій).
Принципи управління ризиком	Сім разів відміряй, один раз відріж (Score twice before you cut once). Не той великий, хто ніколи не падав, а той великий, хто падав і вставав (Конфуцій). Береженого Бог береже (Although the sun shines, leave not thy cloak at home).

## Закінчення

Поняття, метод, твердження, співвідношення, проблема	Приклади прислів'їв, афоризмів, висловлювань та їх англомовних аналогів
Прогнозування в задачах прийняття рішень	Нехай та мабуть до добра не доведуть (Авось да небось). Догодка коштує дешево, а неправильна здогадка – дорого.  Жодна птиця не злетить занадто високо на власних крилах (No bird soars too high if he soars with his own wings).
Прийняття рішень шляхом голосування. Теорема Ерроу	Один розум добре, а два – краще!  Скільки людей, стільки й думок (So many men, so many minds).
Актуальність задач прийняття рішень	Ваше благополуччя залежить від ваших власних рішень (Д. Рокфеллер)  Долю потрібно творити, а не проклинати.
Класифікація ризиків і ризики управлінських рішень	Знаєш ризики, краще спиши!  Якщо б знав, де впаду, – соломку б підстелив (Danger foreseen is half avoided).
Системний підхід в задачах прийняття рішень. Наявність зв'язків	Клацни кобилу в ніс – вона махне хвостом (Козьма Прутков).

## Навчальна дисципліна "Теорія прийняття рішень" продовження

Поняття, метод, твердження, співвідношення, проблема	Приклади прислів'їв, афоризмів, висловлювань та їх англомовних аналогів
Вступ. Важливість дисципліни	Що наше життя? – Гра! (Опера "Пікова дама", лібретто М. І. Чайковського).
Принцип максимуму	З усіх бід вибирай найменшу (Better one-eyed than stone-blind).
Теорема про змішані стратегії	Не клади гроші в одну кишеню.
Теорема про активні стратегії	Не мечи бісер перед свинями.
Метод Брауна – Робінсон	Щоб вигравати, потрібно перш за все грати (А. Ейнштейн).
Безкоаліційні ігри. Рішення оптимальні за Парето	Чиніть з іншими так, як ви хочете, щоб люди ставилися до вас (Євангеліє від Матвія. 7:12).
Безкоаліційні ігри. Рішення оптимальні за Нешем	Разом легше й батька бити!  Гуртом і батька легше бити, але краще разом робити добру справу!

## Навчальна дисципліна "Фінансова математика"

Поняття, метод, твердження, співвідношення, проблема	Приклади прислів'їв, афоризмів, висловлювань та їх англомовних аналогів
Час як фактор у фінансових розрахунках	Час – це гроші (Time is money).
Відсотки	Гроші роблять гроші (Money makes money).
Інфляція	Жити на спроможність коштує сьогодні значне дорожче, ніж два роки тому.
Фінансовий аналіз інвестиційних проектів	Коли ви можете оцінити те, про що говорите, і виразити це кількісно, тоді ви щось про це знаєте, але коли ви не можете це оцінити та виразити кількісно, тоді ваші пізнання бідні й незадовільні (Уільям Томпсон).
Наукові результати нобеліантів у розвитку фінансової теорії	Будь сміливим, коли висовуєш гіпотези, та безжалювим, коли їх спростовуєш (Імре Лакатос).

## Навчальна дисципліна "Теорія нечітких множин"

Поняття, метод, твердження, співвідношення, проблема	Приклади прислів'їв, афоризмів, висловлювань та їх англомовних аналогів
Необхідність зміни парадигм. Поняття нечіткості	Нерозумна та людина, яка ніколи не змінює свого погляду (Уінстон Черчіль).  Іди туди, не знаю куди! Принеси те, не знаю що! (народна казка).  Скоріше "ні", ніж "так", але все можливо (нестандартна логіка).
Лінгвістична змінна	Навряд чи можна вважати, що мозок порівняно із сучасними обчислювальними машинами не має певних переваг. Головна з цих переваг, мабуть, – це здатність мозку оперувати з нечітко окресленими поняттями (Норберт Вінер).  Поганий мир краще за гарну сварку (A bad compromise is better than a good lawsuit).

Поняття, метод, твердження, співвідношення, проблема	Приклади прислів'їв, афоризмів, висловлювань та їх англомовних аналогів
Системи підтримки прийняття рішень на основі нечіткої логіки	Якщо тебе запитують, що корисніше сонце або місяць? Відповідай місяць. Бо сонце світить вдень, коли й без того ясно, а місяць – уночі. Але, з іншого боку: сонце краще тим, що світить і гріє; а місяць тільки світить, та й то лише в місячну ніч (Козьма Прутков).
Порівняння нечітких множин, величин	Неможливо досягнути неосяжне (Козьма Прутков).
Фазифікація	Істина – посередині.

Для ілюстрації описаних вище елементів педагогічної методики розглянемо теорему про активні стратегії з теорії ігор [1, 2] і для її пояснення використаємо відомий вислів з Нагорної проповіді: "Не давайте того, що святе, псам і не кидайте перлів ваших перед свинями, щоб вони не потоптали їх ногами своїми і, обернувшись, не розтерзали вас". Суть цього вислову відображає відоме прислів'я "Не мечи бісер перед свинями".

Теорема про активні стратегії стверджує таке: якщо один з учасників матричної гри ( $n \times m$ ) дотримується своєї оптимальної змішаної стратегії, то це забезпечує йому максимальний середній вигравш (або мінімальний середній програш), що рівний ціні гри, незалежно від того, які дії виконує інший гравець, якщо лише гравець не виходить за межі своїх активних стратегій, тобто користується будь-якою з них у чистому вигляді або змішує їх у будь-яких пропорціях, причому кількість активних стратегій кожного гравця, що входять в їх оптимальні змішані стратегії, не перевищує числа  $L$ , де  $L = \min(m, n)$ . Цю теорему можна легко пояснити на прикладі матричних ігор  $2 \times n$  або  $m \times 2$ , які мають оптимальні рішення і в яких для кожного гравця кількість активних стратегій не перевищує  $\min(2, n) = \min(m, 2) = 2$ . Коли активні стратегії цієї гри знайдено, то ці матричні ігри перетворюються на матричні ігри  $2 \times 2$ , методи розв'язування яких уже відомі. Іншими словами, навіть багато складних ігор можна звести до порівняно простих ігор і отримати їх розв'язок без залучення складного математичного апарату.

При розгляді згаданої теореми та тлумачення її змісту з використанням розглянутого вище виразу, із метою підвищення активності слухачів і активізації їх сприйняття навчального матеріалу, доцільно запропонувати слухачській аудиторії відповідати, наприклад, на такі питання:

- як дане прислів'я відображає суть теореми про активні стратегії?
- що в матричній грі, відповідно до даного прислів'я, можна вважати перлами?
- хто в даній матричній грі, відповідно до даного прислів'я, може вважатися свинею?

Можна також запропонувати слухачам навести приклад можливого застосування теореми про активні стратегії, що дасть можливість їм краще зрозуміти важливість і зміст теореми про активні стратегії.

**Загальна схема методики викладання з використанням народних прислів'їв, афоризмів і широковідомих висловлювань.** Для згаданої вище методики можна виділити такі етапи:

а) спочатку розглядається матеріал певної математичної теми і даються приклади крилатих виразів, які передають суть навчального матеріалу. Потім лектор або ж студенти пояснюють, як відповідне народне прислів'я, афоризм чи крилатий вираз розкривають суть відповідного поняття, методу чи твердження;

б) студентам пропонуються індивідуальні завдання з пошуку і вибору відповідних народних прислів'їв або афоризмів, які пояснюють суть певних понять і тверджень, що розглянуті на занятті;

в) можна також запропонувати студентам написати коротке есе про автора відповідного афоризму та ознайомитися з його творчим доробком (біографією). У подальшому за такими есе можна заслухати доповідь із презентацією перед навчальною групою (курсом). При цьому самі студенти стають активними суб'єктами навчального процесу навчання, а не є лише його пасивними об'єктами. Їм надається можливість поділитися своїми новими знаннями, які вони отримали в результаті власного дослідження. У підсумку така діяльність у більшості випадків приводить до запам'ятовування на тривалий час матеріалу, що викладався;

г) зважаючи на складність сприйняття багатьох математичних сутностей непрофесійними математиками та використання згаданої методики, викладач формує у студентів парадигму: "Кожна проблема має рішення". Для закріплення у свідомості студентів тези про наявність альтернативних рішень, необхідно заохочувати як пошук оригінальних рішень і уточнюючих запитань від студентів, так і помилкові відповіді, бо це краще ніж пасивне мовчання. Таке заохочування можна здійснювати, використовуючи, наприклад, інструментарій кредитно-модульної системи;

д) при підготовці навчально-методичних посібників і розробок як епіграфи можна також використовувати народні прислів'я, афоризми та крилаті вирази видатних особистостей;

е) зазначимо, що при викладанні навчального матеріалу для іноземців також доцільно використовувати крилаті вирази на тих мовах, на яких ведеться виклад навчального матеріалу.

Результати внутрішньої оцінки ефективності вказаної методики показують, що при використанні цієї методики збільшується ефективність засвоєння навчального матеріалу із прикладної математики за рахунок підвищення мотивації студентів вивчати відповідні дисципліни та нові наукові теорії. Цьому також сприяють їх довіра до народної мудрості, авторитет авторів афоризмів, художня форма, простота і лаконічність прислів'їв, афоризмів та крилатих виразів.

Відбувається також зсув деяких парадигм студентів, що стосуються відношення до науки і наукової діяльності. На наш погляд, ця методика також сприяє вирішенню проблеми гуманітарного та психологічного аспекту викладання дисциплін математичного профілю: хоча майбутнім фахівцям соціогуманітарного профілю математику вчити набагато важче ніж дисципліни гуманітарного профілю, а навчання – це не лише приємна справа, а й важка робота, але все ж таки вивчення математики можна зробити більш простим та цікавим, і таким, що буде приносити студентам задоволення. Указану методику можна також застосовувати при викладанні інших навчальних дисциплін.

**Висновки.** Розглянуто питання про складові педагогічних методик викладання математичних дисциплін представникам соціогуманітарного напряму в обсязі, що достатній для практичного і теоретичного використання в цих галузях знань, математичних методів і понять фахівцями, які не мають глибокої математичної підготовки. Як один із можливих методичних засобів підвищення ефективності сприйняття і засвоєння при такому викладанні математичних понять і методів розглянуто педагогічну методику, в якій використано народні прислів'я, афоризми і широковідомі висловлювання. Для

деяких тем і дисциплін із прикладної математики подано приклади народних прислів'їв, афоризмів і широковідомих висловлювань та їх англомовні аналоги, а також якісні результати внутрішньої оцінки ефективності вказаної методики.

**Список використаних джерел**

1. *Вентцель Е.С.* Элементы теории игр / Е. С. Вентцель. – М. : Физматгиз, 1961. – 68 с.
2. *Нейман Дж.* Теория игр и экономическое поведение / Дж. Нейман, О. Моргенштерн. – М. : Наука, 1970. – 708 с.
3. Прислів'я, приказки, афоризми. – К. : Верес, 2011. – 176 с.
4. *Райдайт Р.* Толковый словарь английских пословиц / Р. Райдайт, К. Уиттинг. – СПб. : Лань, 1997. – 250 с.
5. *Sober E.* Ockam's Razors / E. Sober. – Cambridge : Cambridge University Press, 2015. – 314 p.

Надійшла до редколегії 15.05.17

Е. Василевич, канд. филол. наук, старш. препод.  
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна,  
Л. Василевич, канд. техн. наук, доц.  
Київський університет імені Бориса Грінченка, Київ, Україна,  
В. Самойленко, д-р физ.-мат. наук, проф.  
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна

### ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН

*Рассматривается вопрос о педагогических методиках преподавания математических дисциплин представителям социо-гуманитарного направления в объеме, достаточном для практического и теоретического использования в этих областях знаний математических методов и понятий специалистами, которые не имеют глубокой математической подготовки. Как одно из возможных методических средств повышения эффективности восприятия и усвоения при таком преподавании математических понятий и методов рассматривается педагогическая методика, в основе которой лежит использование народных пословиц, афоризмов и широкоизвестных высказываний. Представлены примеры народных пословиц, афоризмов и широкоизвестных высказываний и их англоязычные аналоги, которые могут использоваться при изучении отдельных тем и дисциплин прикладной математики, а также качественные результаты внутренней оценки эффективности данной методики.*

O.Vasilevich, PhD, ass. prof.  
Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine,  
L.Vasilevich, PhD, ass. prof.  
Borys Grinchenko University of Kyiv, Kyiv, Ukraine,  
V.Samoilenko, Full Doctor, prof.  
Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine

### INCREASING EFFECTIVENESS OF TEACHING MATHEMATICAL DISCIPLINES

*The issue of pedagogical methods of teaching mathematical disciplines to representatives of the socio-humanitarian direction is considered in the volume sufficient for practical and theoretical use in these fields of knowledge of mathematical methods and concepts by specialists who do not have a deep mathematical preparation. As one of the possible methodological tools for increasing the effectiveness of perception and assimilation in such teaching of mathematical concepts and methods, a pedagogical technique based on the use of folk proverbs, aphorisms and well-known sentences is considered. Examples of folk proverbs, aphorisms and well-known sentences and their English-speaking counterparts are presented, which can be used in studying separate topics and disciplines in applied mathematics, as well as qualitative results of an internal evaluation of the effectiveness of this technique.*