

УДК 539.595

Семенович К.О.¹, аспірант
Лимарченко О.С.¹, д.т.н., проф.

Сумісний рух резервуара на маятниковому підвісі і рідини при імпульсному збудженні

Досліджується кутовий рух циліндричного резервуару, частково заповненого ідеальною нестисливою рідиною, на маятниковому підвісі при імпульсному моментному збудженні руху системи. Вивчається залежність поведінки системи від довжини підвісу. Отримані дані порівнюються з результатами експерименту.

Ключові слова: нелінійна динаміка рідини, вільна поверхня рідини, кутовий рух резервуара, циліндричний резервуар.

¹ Київський Національний Університет імені Тараса Шевченка, 01601, м. Київ, вул. Володимирська, 60
e-mail: kateryna.semenovych@gmail.com
Olelim2000@yahoo.com

Semenovych K.O.¹, postgraduate student
Limarchenko O.S.¹, doctor of eng., prof.

Combined motion of the reservoir on pendulum suspension and liquid under impulse excitation

Angular motion of cylindrical reservoir, partially filled by ideal incompressible liquid, on pendulum suspension for impulse moment excitation of the system is under consideration. Dependence of system dynamics on the length of the suspension is investigated and analyzed. The obtained data is compared with experimental results.

Key Words: nonlinear liquid dynamics, liquid free surface, angular motion of reservoir, cylindrical tank .

¹ Taras Shevchenko National University of Kyiv, 60, Volodymyrska Street, Kyiv, Ukraine, 01601
e-mail: kateryna.semenovych@gmail.com
Olelim2000@yahoo.com

Статтю представив доктор фіз.-мат. наук, професор В.Т. Маципура

Вступ

Розглядається рух системи циліндричний резервуар – рідина з вільною поверхнею при маятниковому підвісі резервуару. Рух системи збуджується імпульсним моментом, прикладеним до стінки резервуару (початковий стан системи – спокій). Кутовий рух резервуару призводить до необхідності вводити до розгляду потенціал Стокса-Жуковського для опису динаміки рідини, до того ж рівняння кутового руху твердого тіла, на відміну від рівнянь поступального руху, є складнішими та нелінійними. Ці складності призвели до того, що задачі сумісного кутового руху резервуарів з рідиною до теперішнього часу є недостатньо вивченими.

Дослідженнями кутових рухів резервуарів з рідиною в нелінійній постановці займалися І.О. Луковський, О.С. Лимарченко, П.С. Ковальчук, Б.П. Ковальчук та інші автори [1-4]. В цих роботах були побудовані математичні моделі таких систем та вивчалися різні режими усталеного руху системи, а також процес зародження кругової хвилі на вільній поверхні рідини.

Маятниковий підвіс резервуару використовується в дослідках по визначенню моментів інерції конструкцій, як засіб віброзахисту споруд, а також при транспортуванні рідких вантажів, особливо ці задачі актуальні при перевезенні рідин водним транспортом.

Неабиякий інтерес становить дослідження особливостей розвитку динамічних процесів в залежності від довжини підвісу резервуару.

Математична модель

Для дослідження задачі використаємо математичну модель системи [2, 3]. Рідина вважається ідеальною, однорідною, нестисливою, а її рух безвихровим. Метод ґрунтується на формулюванні задачі в формі варіаційного принципу Гамільтона–Остроградського та використанні методу Канторовича з попереднім виключенням кінематичних граничних умов на вільній поверхні рідини для побудови дискретної моделі системи [3]. До розгляду приймалися 12 форм коливань рідини. Рух системи збуджується моментом у вигляді імпульсу прямокутної форми тривалістю

І с, його амплітуда підбирається таким чином, щоб максимальні амплітуди коливань вільної поверхні знаходились в діапазоні розвинення хвиль з нелінійними властивостями $0,2R - 0,3R$, де R – радіус резервуару. Для побудови нелінійної дискретної моделі системи резервуар–рідина були введені наступні узагальнені координати: a_i – амплітуди збудження форм коливань рідини; α_i – кути відхилення резервуару; ε_i – параметри поступального руху резервуару. Рівняння руху системи в параметрах $a_i, \alpha_i, \varepsilon_i$ можна записати в наступному вигляді:

$$\sum_{n=1}^N p_{rn} \ddot{a}_n + \sum_{n=N+1}^{N+3} p_{rn} \ddot{\varepsilon}_{n-N} + \sum_{n=N+4}^{N+6} p_{rn} \ddot{\alpha}_{n-N-3} = q_r$$

$$r = \overline{1, N+6} \quad (1)$$

де p_{rn} і q_r це квадратна матриця та вектор розмірності $N+6$ відповідно. Елементи матриці та вектору залежать від форм коливань ψ_i та векторного потенціалу Стокса-Жуковського, який у випадку циліндричного резервуару визначений у роботі [6]. За рахунок вибору системи координат з центром в точці підвісу в задачі, що вивчається, відсутні поступальні рухи резервуару, тому її розмірність скорочується до $N+3$.

Рух системи розглядався для довжин підвісу $0 - 25R$. Проаналізовано зміну амплітуди перших антисиметричної та вісесиметричної форм коливань рідини, а також кута відхилення резервуару від вертикалі. Зауважимо, що перша вісесиметрична форма фактично розглядається як міра збудження нелінійностей в системі і визначає несиметричність профілю хвиль на вільній поверхні.

Аналіз чисельних результатів

Дослідження показали, що в залежності від довжини підвісу фактично існує три діапазони поведінки системи.

Для довжин $10R - 25R$ і більше розвинення хвилеутворення в значній мірі подібне до випадку поступального руху резервуару, як описано в теоретичних [7, 8] та експериментальних [9] роботах. Так, як і у випадку поступального руху, для амплітуд коливань рідини на вільній поверхні суттєво проявляється модуляція, період якої не співпадає з періодом коливань резервуару, а, як показують дослідження [7], залежить від співвідношення маси рідини та резервуару. На Рис. 1 – 6 приведено зміни в часі амплітуд першої антисиметричної форми коливань рідини (пунктирна

лінія), першої вісесиметричної форми коливань рідини (точкова лінія), а також кута відхилення резервуару від вертикалі (суцільна лінія) для різних довжин підвісу. Привертає увагу динаміка амплітуди першої вісесиметричної форми коливань рідини (Рис. 1, 2). З графіків видно, що коливання є суттєво нелінійними, відхилення вільної поверхні в центрі практично всюди додатні, що свідчить про несиметричність профілю хвиль з опусканням рівня рідини в серединній точці, коли висота горба хвилі більша за глибину впадини. На розглядуваному проміжку часу (25 с) амплітуди коливань рідини спадають приблизно в 2–3 рази. Для цього діапазону безрозмірні амплітуди кутових коливань резервуару менші за безрозмірні амплітуди коливань рідини на вільній поверхні.

В другому діапазоні зміни довжин підвісу $1,5R - 5R$ амплітуди коливань вільної поверхні та кутових коливань резервуара мають однаковий порядок (Рис. 3, 4). В цьому діапазоні перша вісесиметрична форма коливань рідини також має характер сильного зміщення, що зумовлено несиметричністю профілю хвиль, але це проявляється не настільки яскраво, як для великих довжин підвісу. Для цього діапазону характерним є спадання амплітуди коливань на вільній поверхні з часом у 3–4 рази.

В діапазоні коротких довжин підвісу резервуара $0R - 1,5R$ енергія коливань значною мірою зосереджується в квазітвердому русі системи, коливання вільної поверхні незначні, характер зміни амплітуди першої антисиметричної форми наближається до симетричного з малою амплітудою, що вказує на те, що рух рідини є майже лінійним, зумовленим в значній мірі протифазним рухом резервуару і рідини, який визначається потенціалом Стокса-Жуковського (Рис. 5, 6).

Для всіх діапазонів характерним є те, що коливання рідини та рух резервуару відбуваються у протифазі, хоча для довгих підвісів рідина встигає виконати декілька коливань за один період коливання резервуару. Типовим для таких систем є суттєве затухання коливань вільної поверхні рідини з часом, що найбільше проявляється для коротких підвісів. Для всіх випадків значно помітний внесок вісесиметричних форм, які визначають несиметричність профілів хвиль. Середнє коливань вільної поверхні рідини є змінним в часі. Це зумовлене тим, що при русі резервуара коливання рідини відбуваються не навколо стану рівноваги, а навколо положення, зумовленого рухом рідини в неінерціальній системі відліку, яка визначається поперечним прискоренням.

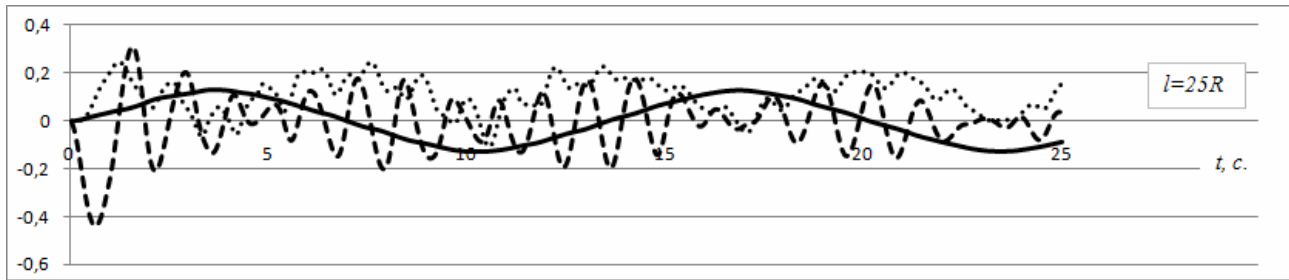


Рис. 1 Зміни амплітуд для довжини маятнікового підвісу $l = 25R$

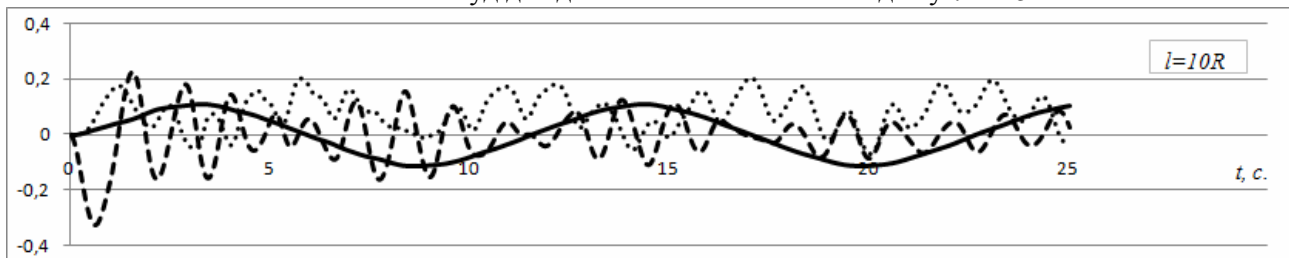


Рис. 2 Зміни амплітуд для довжини маятнікового підвісу $l = 10R$

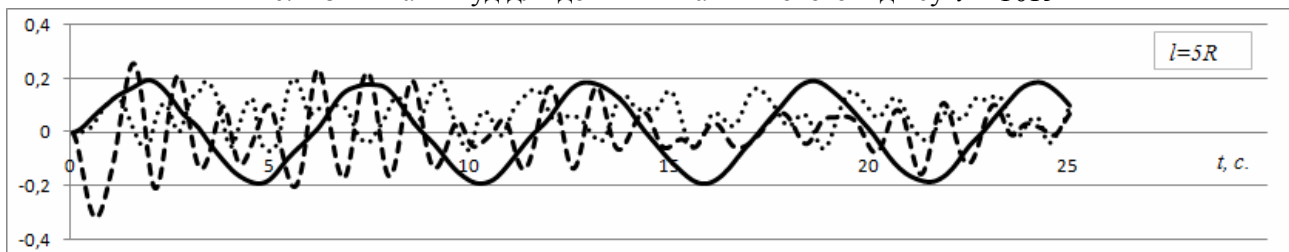


Рис. 3 Зміни амплітуд для довжини маятнікового підвісу $l = 5R$

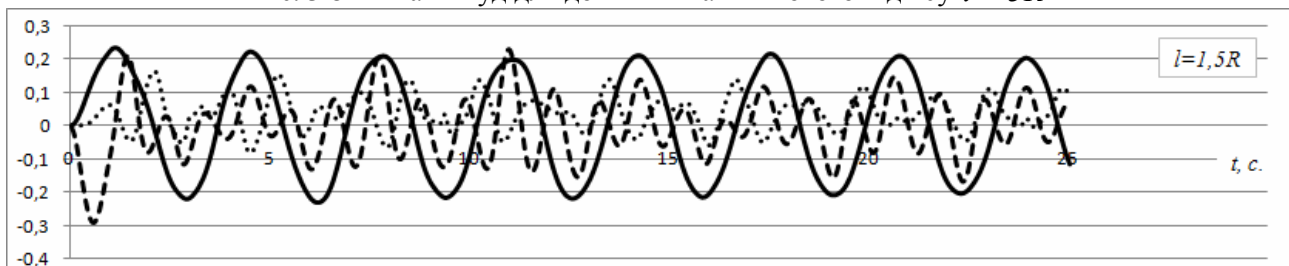


Рис. 4 Зміни амплітуд для довжини маятнікового підвісу $l = 1,5R$

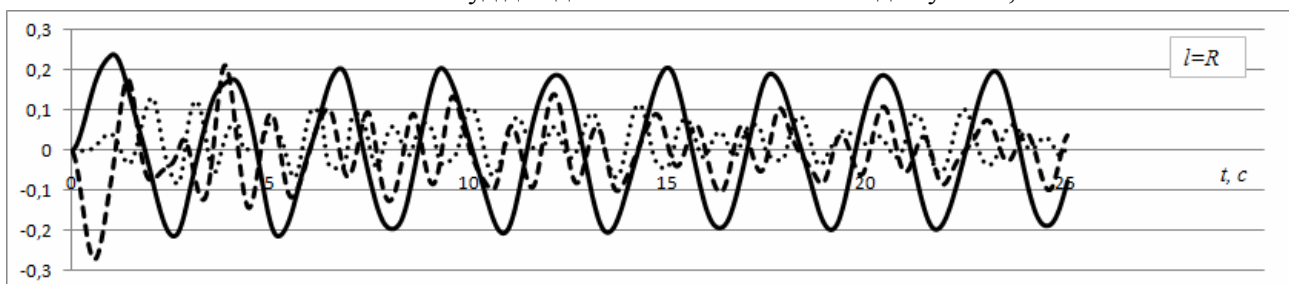


Рис. 5 Зміни амплітуд для довжини маятнікового підвісу $l = R$

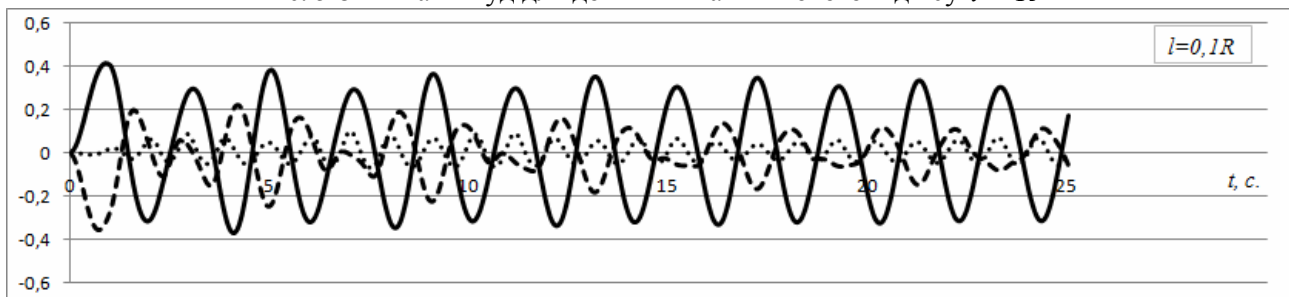


Рис. 6 Зміни амплітуд для довжини маятнікового підвісу $l = 0,1R$

Експеримент

Для визначення ступеня достовірності результатів було проведено лабораторний дослід по вивченню поведінки резервуару на маятниковому підвісі. Установка представляє собою маятниковий підвіс, на якому закріплений циліндричний резервуар діаметром 15 см, заповнений водою до рівня 15 см. Аналізувалися випадки кінематичного збурення і імпульсного динамічного збудження руху. Спостереження за вільною поверхнею виконувалися з допомогою підфарбованого поплавка. Досліди показали, що за 5–7 періодів коливань резервуару перехідні процеси на вільній поверхні рідини спадають, поверхня рідини практично залишається плоскою, і відбуваються лише коливання рівня рідини в протифазі з рухом резервуару, тобто тип рухів, який визначається потенціалом Стокса–Жуковського; хвильовий рух практично відсутній. Енергія хвильового руху рідини поступово передається квазітвердому руху системи. Таким

чином, одержані теоретичні результати якісно підтверджуються експериментом.

Висновки

Побудовано та реалізовано модель дослідження коливань системи резервуар–рідина на маятниковому підвісі в залежності від довжини підвісу.

Проаналізовано характер збудження нелінійних механізмів в рамках моделі сумісного руху резервуару та рідини.

Показано, що на коротких довжинах підвісу хвильові рухи незначні, а визначальним є коливання рівня рідини, за що відповідає потенціал Стокса–Жуковського.

У випадку перехідних процесів хвильовий рух швидко згасає без наявності демпферів і встановлюється режим руху типу усталених коливань при відсутності хвильового руху на вільній поверхні рідини. Результати підтверджуються лабораторним дослідом.

Список використаних джерел

1. *Narimanov G.S., Dokuchaev L.V., Lukovsky I.A.* Nonlinear dynamics of a spacecraft with liquid. Moscow: Mashinostroenie, 1977. – 208 p. (in Russian).
2. *Limarchenko O., Matarazzo G., Yasinsky V.* Rotational motion of structures with tanks, partially filled by liquid. – Kyiv: “FADA Ltd”, 2003. – 286 p.
3. *Limarchenko O.S., Yasinsky V.V.* Nonlinear dynamics of constructions with liquid. – Kiev: Kiev Polytechnic Institute, 1997. – 338 p. (in Russian).
4. *Lukovsky I.A.* Introduction to nonlinear dynamics of rigid body with cavities containing liquid. – Kiev: Naukova dumka, 1990. – 295 p. (in Russian).
5. *Ibrahim R.A.* Liquid Sloshing Dynamics. – Cambridge: Cambridge University Press, 2005. – 970 p.
6. *Abgaryan K.A., Rapoport I.M.* Dynamics of rockets. – Moscow: Mashinostroenie, 1969. – 378 p. (in Russian)
7. *Limarchenko O.S., Gubska V.V.* The problem of forced nonlinear oscillations of the reservoir of truncated conic shape, partially filled by liquid // *Visn., Ser. Fiz.-Mat. Nayky, Kyiv Univ. im. Tarasa Shevchenka.* – 2012. – N 1. – P. 73-76.
8. *Faltinsen O.M., Rognebakke O.F., Lukovsky I.A., Timokha A.N.* Multidimensional modal analysis of nonlinear sloshing in a rectangular tank with finite water depth // *Journal of Fluid Mechanics.* Cambridge University Press. – 2000. – V.407, P. 201-234.
9. *Pal P.* Sloshing of Liquid in Partially Filled Container – an Experimental Study // *International Journal Of Recent Trends in Engineering.* – 2009. – Vol. 1, No. 6, P. 1–5.

Надійшла до редколегії 22.03.13